高等学校教材

普通物理实验

（一、力学及热学部分）

第三版

杨述武 主编

杨述武 马葭生 贾玉民 张景泉 编





高等教育出版社

高 等 学 校 教 材

普 通 物 理 实 验

（一、力学及热学部分）

第 三 版

杨述武 主编

杨述武 马葭生 贾玉民 张景泉 编

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

普通物理实验 (1):力学及热学部分/杨述武主编.-3版.
北京:高等教育出版社,2000 (2001重印)
高等学校教材
ISBN 7-04-007945-3

Ⅰ.普… Ⅱ.杨… Ⅲ.①物理学-实验-高等学校-教材
②力学-实验-高等学校-教材③热学-实验-高等学校-教材
Ⅳ.04-33

中国版本图书馆CIP数据核字(1999)第67338号

普通物理实验(一、力学及热学部分) 第三版
杨述武 主编

出版发行	高等教育出版社		
社 址	北京市东城区沙滩后街55号	邮政编码	100009
电 话	010-64054588	传 真	010-64014048
网 址	http://www.hep.edu.cn		
经 销	新华书店北京发行所		
印 刷	高等教育出版社印刷厂		
开 本	850×1168 1/32	版 次	1983年4月第1版
印 张	8.875		2000年5月第3版
字 数	220 000	印 次	2001年1月第2次印刷
		定 价	8.80元

凡购买高等教育出版社图书,如有缺页、倒页、脱页等
质量问题,请在所购图书销售部门联系调换。

内容提要

《普通物理实验》一套共 4 册，分别为力学及热学部分，电磁学部分，光学部分，综合及设计部分，是在第 2 版前 3 册的基础上增订而成的．全书保持了原书通用性好、可读性强及注重能力培养的特色．同时，为了更好地适应教学需要，修改了前 3 册部分实验的论述；并增加了第 4 分册，专门推出一批较成熟、易推广的综合及设计性实验．本次修订时还改正了原书中的一些错误，并根据最新的有关国家标准和规范统一了有关名词、单位和符号，从而使全书更加科学化和规范化．

本书是这套书的第 1 分册，为力学及热学部分，共计 37 个实验．可作为高等学校本科物理及相近专业普通物理实验课的教材，也可供师专及卫电使用．

第三版前言

本书自1990年修订之后，发现有些地方修订不细，承高等教育出版社大力协助，又进行了一次修订工作，主要工作有：

1. 根据全国自然科学名词审定委员会公布的《物理名词(1996)》订正、统一了有关名词；

2. 对测量的评定，一律改用“标准不确定度”；

3. 修改了一部分实验的论述，订正了发现的错误；

4. 重写了绪论．

我们感谢读者给予的支持，希望读者继续对本书提出批评和建议．

编　者

1997年秋

第二版前言

自1982年本书第一版出版以来,我国的普通物理实验教学有了很大的发展,在这种情况下,国家教委高等学校理科物理学教材编审委员会物理实验编审小组,于1989年秋审订了普通物理实验教学基本要求(由国家教委高教司印发,供试行. 见(89)教高司字122号文). 我们以此基本要求为指导,对本书第一版进行了修订. 在此将修订工作中的几点考虑简单介绍如下:

一、总的设想

1. 注意加强学生的基本训练,特别是加强操作技能及分析问题能力的培养.

2. 适当增加一些新的选题,扩充一些实验的内容,以供教师选择.

3. 适当简化有关实验步骤的描述,促使学生在实验中多想一想.

4. 修改实验,尽量使用通用设备,或实验室可以自制的装置.

二、关于数据处理

在绪论中对直接测量、间接测量和组合测量进行了比较详细的说明,对实验结果的评价引用了不确定度,但考虑到指导教师的意见可能不一致,所以不规定必须使用不确定度.

三、关于实验举例

这次修订时,对一部分实验给出了测定实例. 在开始比较简单的几个实验中,列出实验测量实例的目的在于使学生一开始就注意记录与计算的规范化问题,以作为加强基本训练的一部分;而另外几个实验给出实测值则是考虑到它的特点. 比如气轨上的碰撞,初速度是零的落体实验,空气密度的测定,弹簧振子的有效质量等实验给出了测量实例,有的是说明实验可以得到比较理想的

结果，有的是说明设备可以很简单，有的又是说明实验结果不是一个简单的问题．我们给出这些实例，是希望对学生有所启发，促进他们通过实验去探索一些问题．

四、在绪论中加入了一节关于实验的评价问题，我们认为引导学生去分析和评价自己的工作，对学生深入掌握实验的要求，提高分析问题的能力都有很大帮助，希望学生在这方面发挥自己的智慧．

参加本书修订工作的主要有华东师大物理系马葭生，辽宁师大物理系张景泉，陕西师大物理系贾玉民和东北师大物理系杨述武．此外北京师大物理系孟韵池，陕西师大物理系的吴俊林、刘志存、梁吉德，参加了修订工作．

本书修订时参考了复旦大学贾玉润、王公治、凌佩玲主编的《大学物理实验》，山东大学孟尔熹主编的《普通物理实验》，此外也参考了国内外物理教学杂志上的一些文章，在此向各位同行致谢．

本书自 1982 年出版以来，得到一些教师的批评与建议，我们除感谢他们之外，希望使用和参考本书的教师和学生能继续提出宝贵意见．

编　者

1990 年秋于长春

致学生读者

1. 在实验中取得好的结果，是实验者的期望，如果你明确实验的目的与要求，明确要观察的现象，明确仪器的调整与条件控制，那时你就会更接近于成功.

2. 实验中出现错误，是很难完全避免的，对初学者更是如此，但要努力防止做完实验后才发现实验全错了！如果想到实验中可能有错，如果能随时检查实验的情况，如果会判断正确与错误，那时你就能及时发现和纠正错误.

3. 实验中取得好的数据，当然会使你高兴，但是每次实验只有几小时，对数值的精密度与准确度不能期望过高. 如果你不仅仅关心数据的好坏，而且在实验中能注意分析故障，在实验后又能做些回顾与思考，那时你的实验能力就会有较快的提高.

4. 在实验中，你是主人，你不是机械地执行教师指令的操作员，如果在实验中努力使自己成为一个探索者，能不断地总结经验，那时你就会更主动、更自由，也就更有兴趣.

目　　录

绪　论

§1　普通物理实验的基础知识

§1－1　普通物理实验课的目的

物理学是实验的科学．物理学新概念的确立和新规律的发现要依赖于反复实验．物理学上新的突破常常是通过新的实验技术得以实现的．物理实验的方法、思想、仪器和技术已经被普遍地应用在自然科学各个领域和技术部门．

普通物理实验课是对学生进行实验教育的入门课程，其教学目的在于使学生学习物理实验基础知识的同时，受到严格的训练，掌握初步的实验能力，养成良好的实验习惯和严谨的科学作风．

实验能力应包括动手能力和动脑能力．要训练安装、调整和操作实验装置的技能，又要培养设计实验步骤、选取实验条件、分析现象、判断故障和审查数据等方面的能力．

实验课虽然是在教师指导下的学习环节，但在实验课上学生的活动有较大的独立性，我们期望学生以研究者的态度去组装实验装置，进行观测与分析，探讨最佳实验方案，从中积累经验、锻炼技巧和机智，为以后独立设计实验方案和解决新的实验课题创造条件．

§1-2 测量与仪器

测量是指为确定被测量对象的量值而进行的被测物与仪器相比较的实验过程.

例如,一桌子的长度与米尺相比,得出桌子长度为 1.248 m;一铁块的质量与砝码相比(通过天平),得出铁块质量为 31.85 g.

测量分为直接测量与间接测量.

直接测量是指被测量和仪器直接比较,得出被测量量值的测量. 前面的二例均为直接测量.

间接测量是指由一个或几个直接测得量经已知函数关系计算出被测量量值的测量. 例如,测量单摆的摆长 l 和振动周期 T,由已知的公式 $g=4\pi^2 l/T^2$ 算出重力加速度 g 值的过程就是间接测量.

测量仪器是指用以直接或间接测出被测对象量值的所有器具. 如,游标卡尺、天平、停表、惠斯登电桥、照度计等等.

测量结果给出被测量的量值,它包括两部分,数值和单位(不标出单位的数值不能是量值!).

一个国家的最准确的计量器具是一些主基准,在全国各地则有由主基准校准过的工作基准,实验室使用的仪器已直接或间接用工作基准进行校准过.

仪器的准确度等级　测量时是以仪器为标准进行比较,当然要求仪器准确. 不过由于测量的目的不同对仪器准确程度的要求也不同,比如称量金戒指的天平必需准确到 0.001 g,而粮店卖粮的台秤差几克都是无关紧要的. 为了适应各种测量对仪器的准确程度的不同要求,国家规定工厂生产的仪器分为若干准确度等级. 各类各等级的仪器,又有对准确程度的具体规定. 例如 1 级螺旋测微计,测量范围小于 50 mm,最大误差不超过 ±0.004 mm,又如 1.0 级电流表,测量范围为 0~500 mA 的最大误差不超过 ±5 mA.

实验时要恰当地选取仪器．仪器使用不当对仪器和实验均不利．表示仪器的性能有许多指标，其中最基本的是测量范围和准确度等级．当被测量超过仪器的测量范围时，首先对仪器会造成损伤，其次可能测不出量值（如电流表），或勉强测出（如天平），但误差将增大．对仪器的准确度等级的选择也要适当，一般是在满足测量要求的条件下，尽量选用准确程度低的仪器．减少准确度高的仪器的使用次数，可以减少在反复使用时的损耗，延长其使用寿命．

习 题 一

1．测量就是比较，试说明如下的测量是如何体现比较的：

(1) 用杆秤称量一个西瓜的重量；

(2) 用弹簧秤称一新生婴儿的重量；

(3) 用秒表测一摆动时间；

(4) 用万能表测一电阻器的阻值．

2．你知道如何去做下面的测量吗？

(1) 跑百米的时间；

(2) 子弹的速度；

(3) 声音的速度．

§1-3 测量与误差

物理实验时要对一些物理量进行测量．各被测量在实验当时条件下均有不依人的意志为转移的真实大小，称此值为被测量的真值．测量的理想结果是真值，但是它是不能确知的，因为，首先测量仪器只能准确到一定程度；其次有环境条件的影响，并且观测者操作和读数不能十分准确，理论也有近似性，所以测得值和真值总是不一致的．定义测得值减去真值的差为测得值的误差，即

$$测得值(x)-真值(a)=误差(\varepsilon).$$

误差 ε 是一代数值，当 $x\geqslant a$ 时，$\varepsilon\geqslant 0$；$x<a$ 时，$\varepsilon<0$．由于真值

是不能确知的，所以测得值的误差也不能确切知道，在此情况下，测量的任务是：

(1) 给出被测量真值的最佳估计值；

(2) 给出真值最佳估计值的可靠程度的估计.

关于什么是最佳估计值，留到后面去讨论，但是可以想到最佳估计值必定误差比较小. 为了减小误差就要分析误差的来源，实际上任何测量的误差都是多种因素引入误差的综合效应. 现在以用单摆测重力加速度为例做些分析.

物理理论中的单摆，是用一无质量无弹性的线，挂起一质点，在摆角接近零时，摆长 l 和周期 T 之间存在 $T=2\pi\sqrt{l/g}$ 的关系，其中 g 为当地的重力加速度.

在用单摆测重力加速度的测量中，误差的来源大致有如下几方面：① 米尺和停表本身不准确；② 对仪器的操作不准确；③ 仪器读数不准确；④ 摆线质量不为零；⑤ 摆锤体积不为零；⑥ 摆角大小不为零；⑦ 存在空气浮力和阻力；⑧ 支点状态不理想；⑨ 支架震动或空气流动.

对误差的来源可以概括为五个方面：(1) 理论，(2) 仪器，(3) 实验装置，(4) 实验条件，(5) 观测者和监视器.

在相同条件下的重复测量中，所得测量值一般不尽相同，这表示每次测量的误差不同，并且在测量之前不可预知测量值是偏大些或偏小些，例如用手按秒表测摆的振动周期每次不尽相同的情形. 这是偶然因素造成的，这一类误差称为偶然误差.

还有如下的不同的测量例子：

(1) 用一块 2.5 级 0～1 A 的安培计测一回路的电流强度 I 为 0.73 A，而用另一块 0.5 级 0～1 A 的安培计测同一回路电流为 0.716 A；

(2) 用一天平称一物体质量，物体在左盘，砝码在右盘，平衡时，砝码值为 74.251 9 g，物体与砝码交换后则为 74.250 1 g；

(3) 测一单摆的振动周期 T,当摆的最大摆角在 5°附近时测得 $T_1=1.983$ s,摆角达 10°附近时为 $T_2=1.987$ s.

上述各项测量值的差异在重复测量时依然不变,这表示其误差的符号和大小是恒定的,此类误差称为系统误差.

测量值的误差均同时包涵偶然误差和系统误差,研究误差的目的是:

(1) 尽量减小测量值中的误差;

(2) 对残存的误差的大小给出某种估计值.

绝对误差与相对误差　设被测量 X 的测量值为x,其真值为 a,误差 $\varepsilon=x-a$,ε 与 a 的比值 $\varepsilon_r=\varepsilon/a$ 称为相对误差,对应 ε_r 也称 ε 为绝对误差,但应注意绝对误差和误差绝对值 $|\varepsilon|$ 不同. 实际上绝对误差 ε 与真值 a 不可确知,在以后将讨论对它做某种估计.

§1-4　系统误差

对实验进行理论分析或对比实验之后,可以得知其系统误差的来源,并可采取一定的措施去削减系统误差. 在§1-3 中提到的实例(2)是由于天平左右臂长不完全相等引入的系统误差,可将物体放在天平左盘、右盘上各称一次取平均去消除. 实例(3)是由于摆的周期与振幅有关,缩小振幅可以减小此项系统误差,但是振幅不宜过小,当测量要求更高时,可根据理论分析得出的修正公式去补正. 实例(1)是仪器自身的误差问题.

工厂生产仪器要经过设计、选材、加工、组装和校验一系列过程,在此生产过程中产品将或多或少偏离设计值,这是仪器的基本误差. 国家规定工厂生产某一准确度等级的某种仪器,仪器的基本误差必须小于相应等级的容许误差. 例如,生产 2.5 级 0～100 mA 电流表,在测量范围内指示值的误差要小于 2.5%×100 mA,即 2.5 mA,生产 0.5 级 0～100 mA 电流表,指示值的误差要小于

0.5% × 100 mA,即 0.5 mA. 因而 0.5 级电流表测量值比 2.5 级电流表测量值更可靠. 但是任何精密的仪器都是有误差的.

对系统误差的研究主要是:

(1) 探索系统误差的来源,设计实验方案消除或削减该项误差;

(2) 估计残存系统误差的可能的范围.

§1-5 偶然误差

在同一条件下,对同一物理量进行重复测量,各次测得值一般不完全相同,这是由于测量时存在偶然误差. 一个测得值的偶然误差是多项偶然因素综合作用的结果,在测量前不能得知测得值将偏大或偏小.

用手控制数字毫秒计,测量一摆的周期共 100 次,测量值的大小变化不定,似乎没有规律,其实这种偶然现象服从统计规律. 现将测得值分布的区域等分为9个区间,统计各区间内测量值的个

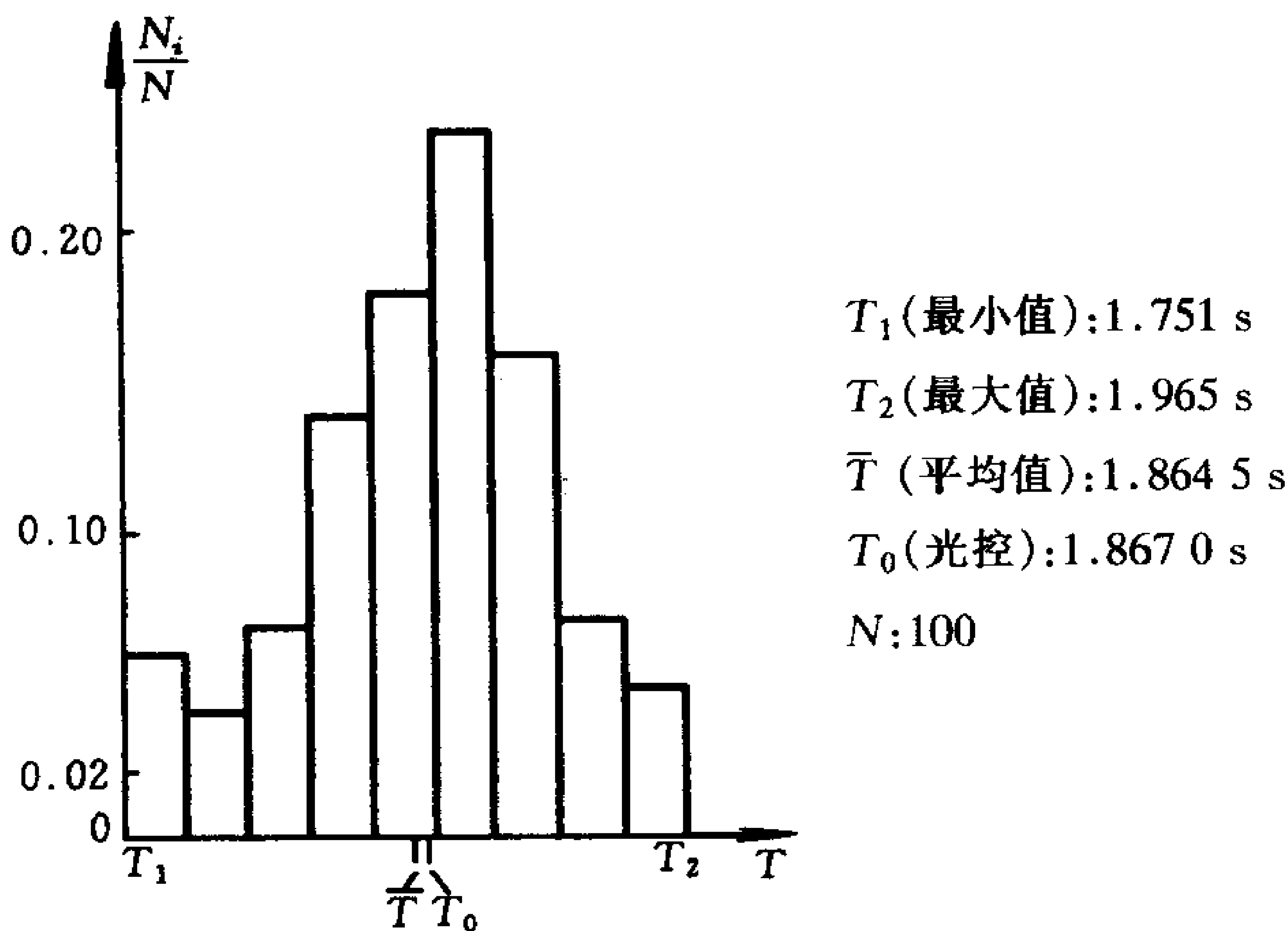


图 0-1-1

数 N_i，以测量值为横坐标，N_i/N 为纵坐标（N 为总数）作统计直方图，图 0－1－1 是一次实验的结果.

从图上可以看出，比较多的测量值集中在分布区域的中部，而区域的左右两半的测量值个数都接近一半，由此可以设想被测量的真值就在数据比较集中的部分.

在上述测量之后，用光电门控制一台数字毫秒计去测同一个摆的周期，测 10 次，测量值分布在 1.866 s 到 1.868 s 的小区域中，由于此时的偶然误差显著小于前者，可将光电控制测量值的平均值 T_0 作为手控测量的近似真值，对于测量值的偶然误差作如下的统计，取 $T_0=1.8670$ s，则

$T_i-T_0<0(\varepsilon_i\leqslant 0)$　　　　占 48%

$T_i-T_0\geqslant 0(\varepsilon_i>0)$　　　　占 52%

多次测量均有同上相似的结果，因而得出如下几点认识：

(1) 每次测量的偶然误差是不确定的.

(2) 出现正号或负号偶然误差的机会相近.

(3) 出现绝对值小的偶然误差的机会多一些.

算术平均值　设 n 次测量值 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的误差为 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\cdots,\varepsilon_n$，真值为 a，则

$$(x_1-a)+(x_2-a)+\cdots+(x_n-a)=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\cdots+\varepsilon_n$$

将上式展开整理后，两侧除以 n，得

$$\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)-a=\frac{1}{n}(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\cdots+\varepsilon_n)$$

它表示算术平均值的误差，等于各测量值误差的平均，假如各测量值的误差只是偶然误差，而偶然误差有正有负，相加时可抵消一些，所以 n 越大，算术平均值越接近真值. 因此可以用算术平均值作为被测量真值的最佳估计值.

又当测量值的误差中包含有已知的系统误差，则相加时它们不能抵消，这时应当用算术平均值加上修正值为被测量真值的最佳估计值（修正值与系统误差绝对值相等，符号相反）.

标准偏差　具有偶然误差的测量值将是分散的，对分散情况的定量表示用标准偏差 s，它的定义式为

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \qquad (0-1-1)$$

n 为测量值个数.

比如有如下两组数值：

A	2.1	2.6	2.8	2.9	3.0	3.2	3.7
B	2.1	2.4	2.7	2.9	3.1	3.4	3.7

两组数都在 2.1 到 3.7 间，平均值都是 2.9，但 A 组数比较向中间集中，B 组则稍差，计算标准偏差为 $s_A = 0.50$，$s_B = 0.56$，表现出它们分散上的差异.

算术平均值的标准偏差　测量值有偶然误差，它们的算术平均值也必然有偶然误差，由于求和时偶然误差的抵偿效应，算术平均值的误差绝对值较小，它的标准偏差 $s(\bar{x})$ 也应小于由式(0－1－1)求出的 s 值，以后将证明①$s(\bar{x})$ 等于

$$s(\bar{x}) = s/\sqrt{n} \qquad (0-1-2)$$

式中 n 为测量值个数. 与 $s(\bar{x})$ 相比又称 s 为测量列标准偏差.

标准偏差的统计意义　标准偏差小的测量值，表示分散范围较窄或比较向中间集中，而这种表现又显示测量值偏离真值的可能性较小，即测量值的可靠性较高.

按误差理论的高斯分布可知：

$[\bar{x} - s(\bar{x})] \sim [\bar{x} + s(\bar{x})]$ 范围包含真值的概率为 68%，

$[\bar{x} - 1.96\, s(\bar{x})] \sim [\bar{x} + 1.96\, s(\bar{x})]$ 范围包含真值的概率为 95%，

$[\bar{x} - 2.58\, s(\bar{x})] \sim [\bar{x} + 2.58\, s(\bar{x})]$ 范围包含真值的概率为

① 式(0－1－2)的推导请见本节之后的[注 2].

99%.

上述结果是指系统误差已消除时的情况. 很明显 $s(\bar{x})$越小,上述各范围越窄,因而用平均值 $\bar{x}$ 作为真值的估计值就越可靠.

关于测量次数 n　增加测量次数 n,计算平均值时的抵偿效果会好些,从式(0-1-2)可知 n 大$s(\bar{x})$将变小,所以增加测量次数对提高平均值的价值是有利的. 但是测量次数也不是越多越好,因为增加 n,测量时间就要延长,实验环境可能出现不稳定,实验者也要疲劳,这将引入新的误差. 对此一般的原则是,在偶然误差较大的测量中要多测几次,否则可少些,一般实验取 4～10 次为宜.

习　题　二

1. 工厂生产的仪器经检定为合格品,用它测量会有误差吗?
2. 一组测量值,相互差异很小,此测量值的误差很小吗?
3. 算术平均值作为真值的最佳估计值有否条件?
4. 测量不可能没有误差,作为实验者应当使组织的实验尽量减少误差. 你能就用单摆测重力加速度的实验,设想如何减小误差吗?

§1-6　实验中的错误与错误数据

实验中有时出现错误,可能是公式错了、装置安错了、电路错了、对象观察错了、仪器操作错了、数读错了、计算错了,等等. 实验搞错了在时间上和精神上都是损失,我们首先要防止出现错误,其次要尽早地发现错误.

防止错误的关键是熟悉实验理论和条件,明确要观察的现象,懂得正确使用仪器.

尽早发现实验中的错误是实验者的良好修养. 初学者往往只顾观测而忽视分析,由于未及时发现错误,造成很多数据作废或重做实验. 应当养成一边观测一边分析思考的习惯.

数据分析是发现错误的重要方法.

例1　测量单摆摆动50个周期的时间,得出98.4 s、96.7 s、97.7 s. 从数据可知摆的周期接近2 s,但是前两个数据相差1.7 s,后两个相差1.0 s,它们都在半个周期以上,显然这样大的差异不能用手按秒表稍许提前或错后的操作误差去解释,即测量有错误.

例2　用静力称衡法测一块玻璃的密度 ρ,所用公式为 $\rho=\rho(水)m_1/(m_1-m_2)$,$m_1$ 为玻璃块质量,测量值是5.78 g,m_2 是玻璃块悬挂在水中时的视重,测量值是4.77 g. 这测量显然有错误,因为在此 m_1 与 m_2 之差近似为1 g,ρ 值接近6 g/cm^3! 没有这样大密度的玻璃.

将实验数据标在坐标纸上,往往有助于分析数据.

在一组数据中,有时有一、二个稍许偏大或偏小的数值,如果简单的数据分析不能判定它是错误数据,就要借助于误差理论.

在误差理论中提出了一些关于处理可疑数据的判据,在此介绍格罗布斯判据. 按此判据给出一个和数据个数 n 相联系的系数 G_n. 当已知数据个数 n,算术平均值 $\bar{x}$ 和测量列标准偏差 s,则可以保留的测量值 x_i 的范围为

$$(\bar{x}-G_n\cdot s)\leqslant x_i\leqslant(\bar{x}+G_n\cdot s) \qquad (0-1-3)$$

G_n 系数表

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
G_n	1.15	1.46	1.67	1.82	1.94	2.03	2.11	2.18	2.23	2.28	2.33
n	14	15	16	17	18	19	20	22	25	30	
G_n	2.37	2.41	2.44	2.48	2.50	2.53	2.56	2.60	2.66	2.74	

也可用拟合式计算 G_n 值

$n<30$ 时取:

$$G_n=\frac{\ln(n-2.65)}{2.31}+1.305$$

$n>30$ 时取:

$$G_n = \frac{\ln(n-3)}{2.30} + 1.36 - \frac{n}{550}$$

例:测得一组长度值(单位:cm):

98.28	98.26	98.24	98.29	98.21
98.30	98.97	98.25	98.23	98.25

计算出 $\bar{x}=98.328$ cm , $s=0.227$ cm

$n=10$, $G_n=2.18$

$\bar{x}-G_n\cdot s=97.833$ cm , $\bar{x}+G_n\cdot s=98.823$ cm

数据 98.97 在此范围之外应舍去. 除去后再计算

$\bar{x}=98.257$ cm , $s=0.029$ cm , $s(\bar{x})=0.010$ cm

§1－7 测量不确定度

测量的理想是获得被测量在测量条件下的真值,但是实际上在测量时,由于实验方法和计量器具的不完善,测量环境不理想、不稳定,实验者在操作上和读取数值时不十分准确等原因,都将使测量值偏离真值,因而测得值不能准确表达真值. 在报道被测量的测量结果时,因为报道的是被测量的近似值,所以应同时报道对它的可靠性的评价,即给出对此测量质量的指标,测量不确定度就是测量质量的指标,也即是对测量结果残存误差的评估.

测量值不等于真值,可以设想真值就在测量值附近的一个量值范围内,测量不确定度就是评定作为测量质量指标的此量值范围. 设测量值为 x,其测量不确定度为 u,则真值可能在量值范围 $(x-u,x+u)$ 之中,显然此量值范围越窄,即测量不确定度越小,用测量值表示真值的可靠性就越高.

对测量不确定度的评定,常以估计标准偏差去表示大小,这时称其为标准不确定度.

由于测量有误差,因而才要评定不确定度,误差的来源不同,

它对测量的影响也不同,从测量值来看其影响表现可分为两类:一类是偶然效应引起的,使测量值分散开,例如用手控停表测摆的周期,由于手的控制存在偶然性,每次测量值不会相同;另一类则使测量值恒定的向某一方向偏移,重复测量时,此偏移的方向和大小不变,例如用电压表测一电阻两端的电压,由于这时偶然效应很弱,反复测量其值基本不变,当用更精密的电势差计去测时,可以得知电压计的示值有恒定的偏差,这是电压计的基本误差所致.这两类影响都给被测量引入不确定度,都要评定其标准不确定度,但是评定的方法不同.

1. 标准不确定度的A类评定

由于偶然效应,被测量 X 的多次重复测量值 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 将是分散的,从分散的测量值出发,用统计的方法评定标准不确定度,就是标准不确定度的A类评定. 设A类标准不确定度为 $u_A(x)$,用统计方法求出平均值的标准偏差 $s(\bar{x})$ $\left(=\sqrt{\Sigma(x_i-\bar{x})^2/[n(n-1)]}\right)$,A类评定标准不确定度(又称标准不确定度的A类分量)就取为平均值的标准偏差,即

$$u_A(\bar{x}) = s(\bar{x}) \qquad (0-1-4)$$

按误差理论的高斯分布,如果不存在其它误差影响,则量值范围 $[\bar{x}-u_A(\bar{x}), \bar{x}+u_A(\bar{x})]$ 中包括真值的概率为68.3%,如扩大量值范围为 $[\bar{x}-1.96\cdot u_A(\bar{x}), \bar{x}+1.96\cdot u_A(\bar{x})]$,则其中包括真值的概率为95%.

2. 标准不确定度的B类评定

当误差的影响,仅使测量值向某一方向有恒定的偏离,这时不能用统计的方法评定不确定度,这一类的评定就是B类评定.

B类评定,有的依据计量仪器说明书或检定书,有的依据仪器的准确度等级,有的则粗略的依据仪器分度值或经验. 从这些信息中可以获得极限误差 Δ(或容许误差或示值误差),此类误差一般可视为均匀分布,而 $\Delta/\sqrt{3}$ 为均匀分布的标准差,则B类评定标

准不确定度(又称标准不确定度的B类分量)$u_B(x)$为

$$u(x) = \Delta/\sqrt{3} \qquad (0-1-5)$$

严格讲,从Δ求$u_B(x)$的变换系数与实际分布有关,在此均近似按均匀分布处理.

例1 使用量程0～300 mm,分度值0.05 mm的游标卡尺测量长度时,按国家计量技术规范JJG30—84,其示值误差在±0.05 mm以内,即极限误差Δ=0.05 mm,则由游标卡尺引入的标准不确定度$u_B(x)$为

$$u_B(x) = 0.05\ \text{mm}/\sqrt{3} = 0.029\ \text{mm}$$

例2 使用数字毫秒计测一时间间隔t,按JJG602—89其示值误差在±(晶体频率准确度×时间间隔t+1个时标)范围内,频率准确度为1×10^{-5}.

当$t=2.157$ s时,则$\Delta=(1\times10^{-5}\times2.157+0.001)\text{s}\approx0.001$ s,则由数字毫秒计引入的标准不确定度$u_B(x)$为

$$u_B(x) = 0.001\ \text{s}/\sqrt{3} = 0.000\ 58\ \text{s}$$

3. 合成标准不确定度$u_c(x)$或$u_c(y)$

对一物理量测定之后,要计算测得值的不确定度,由于其测得值的不确定度来源不止一个,所以要合成其标准不确定度.

例如,用螺旋测微计测钢球的直径,不确定度的来源有:

(1) 重复测量读数(A类评定).

(2) 螺旋测微计的固有误差(B类评定).

又如,用天平称衡一物体的质量,不确定度的来源有:

(1) 重复测量读数(A类评定),

(2) 天平不等臂(B类评定),

(3) 砝码的标称值的误差(B类评定). 标称值指仪器上标明的量值.

(4) 空气浮力引入的误差(B类评定).

由不同来源分别评定的标准不确定度要合成为测得值的标准不确

定度. 首先应明确一点,作为标准不确定度不论是A类评定或B类评定在合成时是等价的;其次是合成的方法,由于实际上各项误差的符号不一定相同,采用算术求和将可能增大合成值,因而采用方和根法,即几何求和,如图0-1-2.

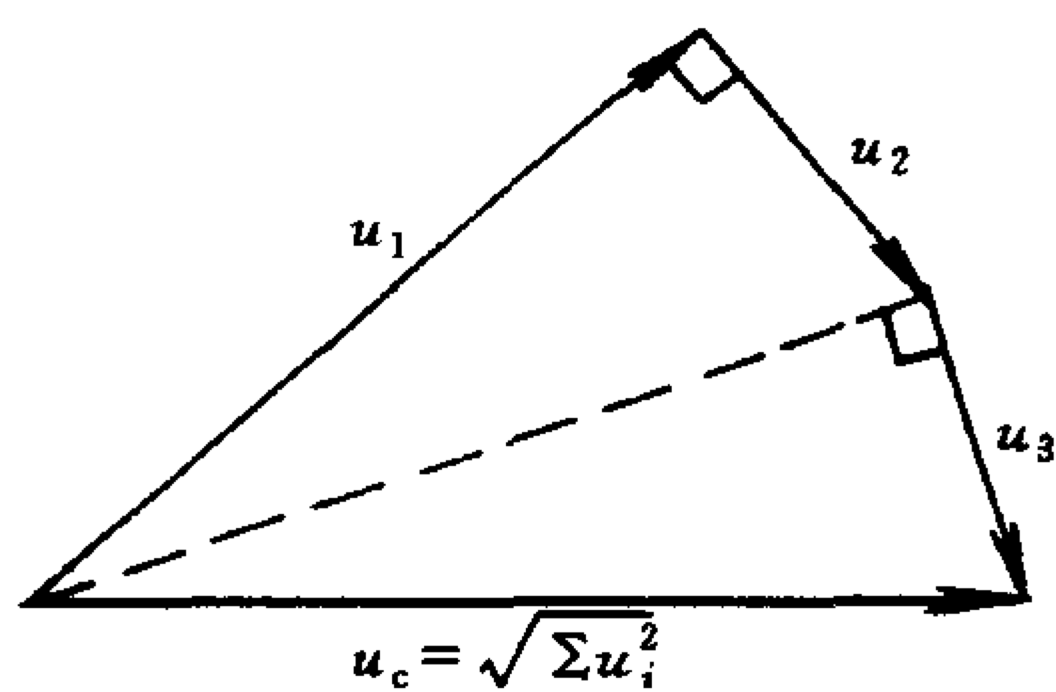


图0-1-2

对于直接测量,设被测量 X 的标准不确定度的来源有 k 项,则合成标准不确定度 $u_c(x)$取

$$u_c(x)=\sqrt{\sum_{i=1}^{k}u^2(x)_i} \qquad (0-1-6)$$

上式中的 $u(x)$可以是A类评定或B类评定.

对于间接测量,设被测量 Y 由 m 个直接被测量 $x_1,x_2,\cdots,x_m$ 算出,它们的关系为 $y=y(x_1,x_2,\cdots,x_m)$,各 x_i 的标准不确定度为 $u(x_i)$,则 y 的合成标准不确定度 $u_c(y)$为①

$$u_c(y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2u^2(x_i)} \qquad (0-1-7)$$

偏导数$\frac{\partial y}{\partial x_i}$为传递系数. $\frac{\partial y}{\partial x_i}$的计算与导数$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$的计算很相似,只是计算$\frac{\partial y}{\partial x_1}$时要把 x_1 以外的变量作为常量处理,对于幂函数 $y=Ax_1^a\cdot x_2^b\cdots x_m^k$,由于

$$\frac{\partial y}{\partial x_1}=y\frac{a}{x_1},\ \frac{\partial y}{\partial x_2}=y\frac{b}{x_2},\ \cdots,\ \frac{\partial y}{\partial x_m}=y\frac{k}{x_m}$$

式(0-1-7)成为比较简单的形式

$$u_c(y)=y\sqrt{\left(a\frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2+\left(b\frac{u(x_2)}{x_2}\right)^2+\cdots+\left(k\frac{u(x_m)}{x_m}\right)^2} \qquad (0-1-8)$$

---

① 式(0-1-7)的推导请见本节之后的[注1].

4. 测量结果的报道

$$Y = y \pm u_c(y) \ (\text{单位})$$

或用相对不确定度 u_r, $u_r = u(y)/y$, 则

$$Y = y(1 \pm u_r) \ (\text{单位})$$

测量后,一定要计算不确定度,如果实验时间较少,不便于比较全面计算不确定度时,对于偶然误差为主的测量情况下,可以只计算A类标准不确定度作为总的不确定度,略去B类不确定度不计;对于系统误差为主的测量情况下,可以只计算B类标准不确定度为总的不确定度.

计算B类不确定度时,如果查不到该类仪器的容许误差可取 Δ 等于分度值,或某一估计值,但要注明.

5. 测量不确定度计算举例

例1. 用螺旋测微计测一铁球的直径 d

测量记录:螺旋测微计(No. 5310),零点读数为 −0.004 mm

d/mm	13.217	13.208	13.218	13.209
	13.215	13.207	13.213	13.215

$\bar{d} = 13.212\ 7$ mm, $s = 0.004\ 2$ mm, $s(\bar{d}) = 0.001\ 5$ mm

$n = 8$, $G_n = 2.03$, 可保留数据范围为

$$d \leqslant (13.212\ 7 + 2.03 \times 0.004\ 2)\text{mm} = 13.221\ \text{mm}$$

$$d \geqslant (13.212\ 7 - 2.03 \times 0.004\ 2)\text{mm} = 13.204\ \text{mm}$$

审查结果数据均可保留,零点补正后的测量结果

$$d = [13.212\ 7 + (-0.004)]\text{mm} = 13.216\ 7\ \text{mm}$$

不确定度来源

1. 多次测量	$u_A(d) = 0.001\ 5$ mm
2. 螺旋测微计误差 (根据JJG21—86)	$u_B(d) = \Delta/\sqrt{3} = 0.004\ \text{mm}/\sqrt{3} = 0.002\ 3$ mm

合成标准不确定度 $u_c(d) = \sqrt{0.001\ 5^2 + 0.002\ 3^2}$ mm =

0.002 7mm

测量结果 $d = (13.217 \pm 0.003)\text{mm}$

例 2. 用单摆测重力加速度 g

设摆长为 l,摆动 n 次的时间为 t,则

$$g = 4\pi^2 l/(t/n)^2$$

记录:用钢卷尺测摆线长为 0.972 2 m(测 1 次)

用游标卡尺测摆球直径为 1.265 cm(测 1 次)

摆动 50 次时间 t,停表精度为 0.1 s,摆幅小于 3°.

t/s:	99.32	99.35	99.26	99.22

$l = 0.972\ 2\ \text{m} + 0.012\ 65\ \text{m}/2 = 0.978\ 52\ \text{m}$

$t = 99.287\ 5\ \text{s}$, $s(t) = 0.058\ \text{s}$, $s(\bar{t}) = 0.029\ \text{s}$

按格罗布斯判据审查 t 值均可保留.

$g = 4\pi^2 \times 0.978\ 52\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}/(99.287\ 5/50)^2 = 9.796\ 7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

不确定度计算:

(1) l 的标准不确定度 $u(l)$

来源于钢卷尺(参照 JJG4—89) $\Delta = 0.5$ mm, $u_A(l) = 0.5\text{mm}/\sqrt{3} = 0.29$ mm

来源于目测 l,估计为 $\Delta = 0.5$ mm, $u_B(l) = 0.5\ \text{mm}/\sqrt{3} = 0.29$ mm

游标卡尺引入的不确定度较小,略去不计

则 $$u_c(l) = \sqrt{0.29^2 + 0.29^2}\ \text{mm} = 0.41\ \text{mm}$$

(2) t 的标准不确定度

重复测量 $u_A(t) = 0.029$ s

秒表引入的(参照 JJG107—83) $\Delta = 0.3$ s $u_B(t) = 0.3\ \text{s}/\sqrt{3} = 0.17$ s

则 $$u_c(t) = \sqrt{0.029^2 + 0.17^2}\ \text{s} = 0.17\ \text{s}$$

重力加速度 g 的标准不确定度 $u_c(g)$

$$u_c(g) = g\sqrt{(0.000\,41/0.978\,52)^2 + (2\times 0.17/99.28)^2}$$
$$= 0.03\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

测量结果 $g = (9.80 \pm 0.03)\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

由摆的幅角、锤的直径、摆线质量及空气浮力等项引入的不确定度较小,略去不计.

〔注 1〕 关于式(0-1-7)的导出

已知 $y = y(x_1, x_2, \cdots, x_m)$ 对此式进行全微分

$$\mathrm{d}y = \frac{\partial y}{\partial x_1}\mathrm{d}x_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2}\mathrm{d}x_2 + \cdots + \frac{\partial y}{\partial x_m}\mathrm{d}x_m \qquad (0-1-9)$$

此式表示 $x_1, x_2, \cdots, x_m$ 有微小变化 $\mathrm{d}x_1, \mathrm{d}x_2, \cdots, \mathrm{d}_m$ 时,y 也有微小变化. 现在将这些微小量看成误差,上式则为误差传递的基本公式. 对 n 次测量则有

$$\begin{cases} \mathrm{d}y_1 = \dfrac{\partial y}{dx_1}\mathrm{d}x_{11} + \dfrac{\partial y}{\partial x_2}\mathrm{d}x_{21} + \cdots + \dfrac{\partial y}{\partial x_m}\mathrm{d}x_{m1} \\ \mathrm{d}y_2 = \dfrac{\partial y}{\partial x_2}\mathrm{d}x_{12} + \dfrac{\partial y}{\partial x_2}\mathrm{d}x_{22} + \cdots + \dfrac{\partial y}{\partial x_m}\mathrm{d}x_{m2} \\ \cdots\cdots \\ \mathrm{d}y_n = \dfrac{\partial y}{\partial x_1}\mathrm{d}x_{1n} + \dfrac{\partial y}{\partial x_2}\mathrm{d}x_{2n} + \cdots + \dfrac{\partial y}{\partial x_m}\mathrm{d}x_{mn} \end{cases}$$

上列各式左右平方后求和,得

$$\sum_{i-1}^{n}\mathrm{d}y_i^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2\sum_{i=1}^{n}\mathrm{d}x_{1i}^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2\sum_{i=1}^{n}\mathrm{d}x_{2i}^2 + \cdots +$$
$$\left(\frac{\partial y}{\partial x_m}\right)^2\Sigma\mathrm{d}x_{mi}^2 + 2\left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)\sum_{i=1}^{n}\mathrm{d}x_{1i}\mathrm{d}x_{2i} + \cdots$$

如果 $x_1, x_2, \cdots$的测量相互独立,则误差交叉项乘积之和近似为零(因为误差的符号不定),则

$$\Sigma\mathrm{d}y_i^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2\Sigma\mathrm{d}x_{1i}^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2\Sigma\mathrm{d}x_{2i}^2 + \cdots +$$
$$\left(\frac{\partial y}{\partial x_m}\right)^2\Sigma\mathrm{d}x_{mi}^2$$

两侧除以 n,又取 $\sigma_y^2 = \Sigma\mathrm{d}y_i^2/n$,$\sigma_1^2 = \Sigma\mathrm{d}x_{1i}^2/n$,$\cdots$,$\sigma_m^2 = \Sigma\mathrm{d}x_{mi}^2/n$,

得

$$\sigma_y^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_2^2 + \cdots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_m}\right)^2 \sigma_m^2$$

按误差理论各 σ 称为标准误差,其估计量为标准偏差 s,则

$$s_y = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2 s_i^2} \qquad (0-1-10)$$

上式为标准误差传递公式,不确定度的传递(合成)则参照此式可写成为

$$u_c(y) = \sqrt{\Sigma\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i)}$$

〔注 2〕 关于算术平均值的标准偏差 $s(\bar{x}) = s/\sqrt{n}$ 的证明

设 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为在相同条件下(等精度)的一组测量值,算术平均值 $\bar{x}$ 为

$$\bar{x} = \Sigma x_i / n = \frac{1}{n}x_1 + \frac{1}{n}x_2 + \cdots + \frac{1}{n}x_n$$

根据式(0-1-10),$\bar{x}$ 的标准偏差$s(\bar{x})$和测量值 x_i 的标准偏差s_i 的关系为

$$s(\bar{x}) = \sqrt{\Sigma\left(\frac{1}{n}\right)^2 s_i^2}$$

对于等精度测量 $s_1 = s_2 = \cdots = s_n = s$,则上式为

$$s(\bar{x}) = \sqrt{\Sigma \frac{1}{n^2} s^2} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

习 题 三

1. 测量结果的标准偏差和不确定度有何差异? 有何联系?

2. 不确定度和测量结果的误差有何联系?

3. 被测量的真值是不可确知的,但在测量之后对真值毫无所知吗?

4. 一个测量的不确定度,其 A 类评定部分明显小于 B 类评定部分,说明什么? 如果相反又说明什么?

5. 求下列各式的不确定度传递(合成)公式:

(1) $V=\frac{4}{3}\pi r^3$,

(2) $g=2s/t^2$,

(3) $a=\frac{d^2}{2s}\left(\frac{1}{t_2^2}-\frac{1}{t_1^2}\right)$.

§1-8 有效数字

实验中总要记录很多数值,并进行计算,但是记录时应取几位,运算后应留几位,这是实验数据处理的重要问题,必须有一个明确的认识.

实验时处理的数值,应能反映出被测量的实际大小的数值,即记录与运算后保留的应为能传递出被测量实际大小信息的全部数字,这样的数字称为有效数字. 但是实验中接触的数字,哪些是传递了被测量大小信息的有效数字应予保留,哪些则不是而应舍弃呢?

1. 仪器读数、记录与有效数字

一般地讲,仪器上显示的数字均为有效数字,均应读出(包括最后一位的估读)并记录. 例如,用一最小分度为 1 mm 的尺,测得一物体的长度为 7.62 cm,其中 7 和 6 是准确读出的,最后一位数字 2 是估计的,并且仪器本身也将在这一位出现误差,所以它存在一定的可疑成分,即实际上这一位可能不是 2,虽然读数 2 不十分准确,但还是近似地反映出这一位大小的信息,还应算作有效数字.

仪器上显示的最后一位数是“0”时,此“0”也是有效数字,也要读出并记录. 例如,用 1 mm 分度尺测得一物体的长度为 3.60 cm,它表示物体的末端是和分度线“6”刚好对齐,下一位是 0,这时若写成 3.6 cm 则不能肯定下一位是 0. 所以此“0”是有效数字,而必须记录. 另外在记录时,由于选择单位的不同,也会出现一些“0”. 例如,3.60 cm 也可记为 0.036 0 m,或 36 000 μm,这些由于单位变换才出现的“0”,没有反映出被测量大小的信息,不

能认为是有效数字．在物理实验中常用一种被称为标准式的写法，就是任何数值都只写出有效数字，而数量级则用10的幂数去表示，例如上述二例可写成为3.60×10^{-2} m，3.60×10^{4} μm.

对于分度式的仪表，读数要读到分度的十分之一．例如，分度是1 mm的尺，测量时一定要估测到0.1 mm那一位；分度是0.01 A的安培计，测量时一定要估测到0.001 A那一位．但有的指针式仪表，它的分度较窄，而指针较宽（大于分度的五分之一），这时要读到最小分度的十分之一有困难，可以读到分度的五分之一甚至二分之一．

2．运算后的有效数字

在具体讨论运算后有效数字位数的规则之前，先就一个例子分析一下．

例如，测得一长方形的长为15.74 cm，宽为5.37 cm，求其面积．按一般算术计算得面积为84.523 8 cm^2，这个数的6个数字是否都是有效数字呢？可以肯定这两个直接测量值都具有一定的误差，而且误差不小于最后一位数的一个单位，假设它们的较准确值是15.73 cm和5.36 cm，则算出的面积为84.312 8 cm^2，这两个面积值明显不同，而且小数点后第一位就出现差异，相比之下可以考虑只有前三位数字是传递出实际面积大小的信息的，而后三位数则无意义，因此所求面积的有效数字位数只能取三位．下面讨论运算后判断有效数字位数的一般规则．

(1) 实验后计算不确定度，根据不确定度确定有效数字是正确决定有效数字的基本依据．

不确定度只取一位或二位有效数字，测量值的数值的有效数字是到不确定度末位为止，即测量值有效数字的末位和不确定度末位取齐．例如，用单摆测得某地重力加速度为

$$g=(981.\underset{\downarrow}{2}\pm1.\underset{\downarrow}{8})\text{cm}\cdot\text{s}^{-2}$$

不确定度取二位，测量值的有效数字的末位是和不确定度末位同

一位的 2.

(2) 实验后不计算不确定度时,测量结果有效数字位数只能按以下的规则粗略地确定.

① 加减运算后的有效数字　加减运算后的末位,应当和参加运算各数中最先出现的可疑位一致.

例如:

$$\begin{array}{r} 213.2\underline{5} \\ 16.\underline{7} \\ +\quad 0.12\underline{4} \\ \hline 230.\underline{0}74 \end{array}$$

结果为 230.1(数字下有横线的是可疑数,仍算有效数字)

② 乘除运算后的有效数字　乘除运算后的有效数字位数,可估计为和参加运算各数中有效数字位数最少的相同.

例如: $325.78\times0.014\,5\div789.2=0.005\,99$(三位)

③ 三角函数、对数值的有效数字　测量值 x 的三角函数或对数的位数,可由 x 函数值与 x 的末位增加 1 个单位后的函数值相比较去确定.

例如: $x=43°26'$,求 $\sin x=?$

由计算器(或查表)求出

$$\sin 43°26'=0.687\,510\,098\,5$$

$$\sin 43°27'=0.687\,721\,305\,1$$

由此可知应取　$\sin 43°26'=0.687\,5$

3. 使用有效数字规则时的注意事项

(1) 物理公式中有些数值,不是实验测量值,例如,测量圆柱体的直径 d 和长度 l,求其体积 V 的公式 $V=\frac{1}{4}\pi d^2 l$ 中的 $\frac{1}{4}$ 不是测量值,在确定 V 的有效数字位数时不必考虑 $\frac{1}{4}$ 的位数.

(2) 对数运算时,首数不算有效数字.

(3) 首位数是 8 或 9 的 m 位数值在乘除运算中,计算有效数字位数时,可多算一位.

例如,$9.81\times16.24=159.3$,按 9.81 是三位有效数字,结果应取 159,但因为 9.81 的首位数是 9,可将 9.81 算作 4 位数,所以结果取 159.3.

(4) 有多个数值参加运算时,在运算中途应比按有效数字运算规则规定的多保留一位,以防止由于多次取舍引入计算误差,但运算最后仍应舍去.

例如:求 $3.144\times(3.615^2-2.684^2)\times12.39=?$

$$\begin{aligned}&3.144\times(3.615^2-2.684^2)\times12.39\\=&3.144\times(13.06\bar{8}-7.203\bar{9})\times12.39\\=&3.144\times5.86\bar{4}\times12.39=228\end{aligned}$$

数字上有横线的不是有效数字,运算过程中保留它,是为了减少舍入误差,这样的数称为安全数字.

4. 数值的修约规则

运算后的数值只保留有效数字,其它数字应舍去,要舍弃的数字的第一位应按如下修约规则处理.

(1) 开始要舍去的第一位数是 1、2、3、4 时就舍去;是 6、7、8、9 时,在舍去的同时进 1.

例:将下列数保留三位小数

$$2.143\,46\longrightarrow2.143$$
$$2.143\,72\longrightarrow2.144$$

(2) 要舍去的一位是 5,而保留的最后一位为奇数,则舍去 5 进 1,如果要保留的最后一位是偶数则舍去 5 不进位,但是 5 的下一位不是零时仍然要进位.

例:将下列数保留三位小数

$$2.143\,50\longrightarrow2.144$$
$$2.144\,50\longrightarrow2.144$$
$$2.144\,51\longrightarrow2.145.$$

习 题 四

1. 以毫米(mm)为单位表示下列各值:

1.58 m 0.01 m 2 cm 3.0 μm 2.58 km

2. 指出下列记录中,按有效数字要求哪些有错误:

(1) 用米尺(最小分度为 mm)测物体长度

3.2 cm 50 cm 78.86 cm 60.00 cm 16.175 cm

(2) 用温度计(最小分度为 0.5 ℃)测温度

68.50 ℃ 31.4 ℃ 100 ℃ 14.73 ℃

(3) 用安培计(最小分度为 0.05 A)测电流强度

2.0 A 1.450 A 1.010 A 0.605 A 0.982 A

3. 按有效数字运算规则,算出下列各式之值:

(1) $99.3/2.000^3=?$

(2) $(6.87+8.93)/(133.75-21.073)=?$

(3) $(25^2+943.0)/479.0=?$

(4) $\frac{1}{751.2}\left(\frac{1.36^2\times8.75\times480.0}{23.25-14.78}-62.69\times4.186\right)=?$

§1－9 实验图线的描绘

物理实验要研究物质的物理性质和规律以及验证物理理论. 表达这些实验结果,可以用数值、图线或经验公式. 而用图线表示实验结果,则具有形式简明直观,便于比较,易于显示变化的规律等特点. 图 0－1－3 为可逆摆正挂(以 O_1 为轴)时周期(T_1)与倒挂(以 O_2 为轴)时周期(T_2)因 A 锤位置变化而变化的规律,并可从图上找出 $T_1=T_2$ 时的周期值,用以计算重力加速度.

绘制图线时须注意的问题:

1. 图线纸有直角坐标纸、对数坐标纸和极坐标纸等几种. 常用的是直角坐标纸(方格纸).

2. 坐标的横轴为自变量,纵轴为因变量. 一般是以被测量为

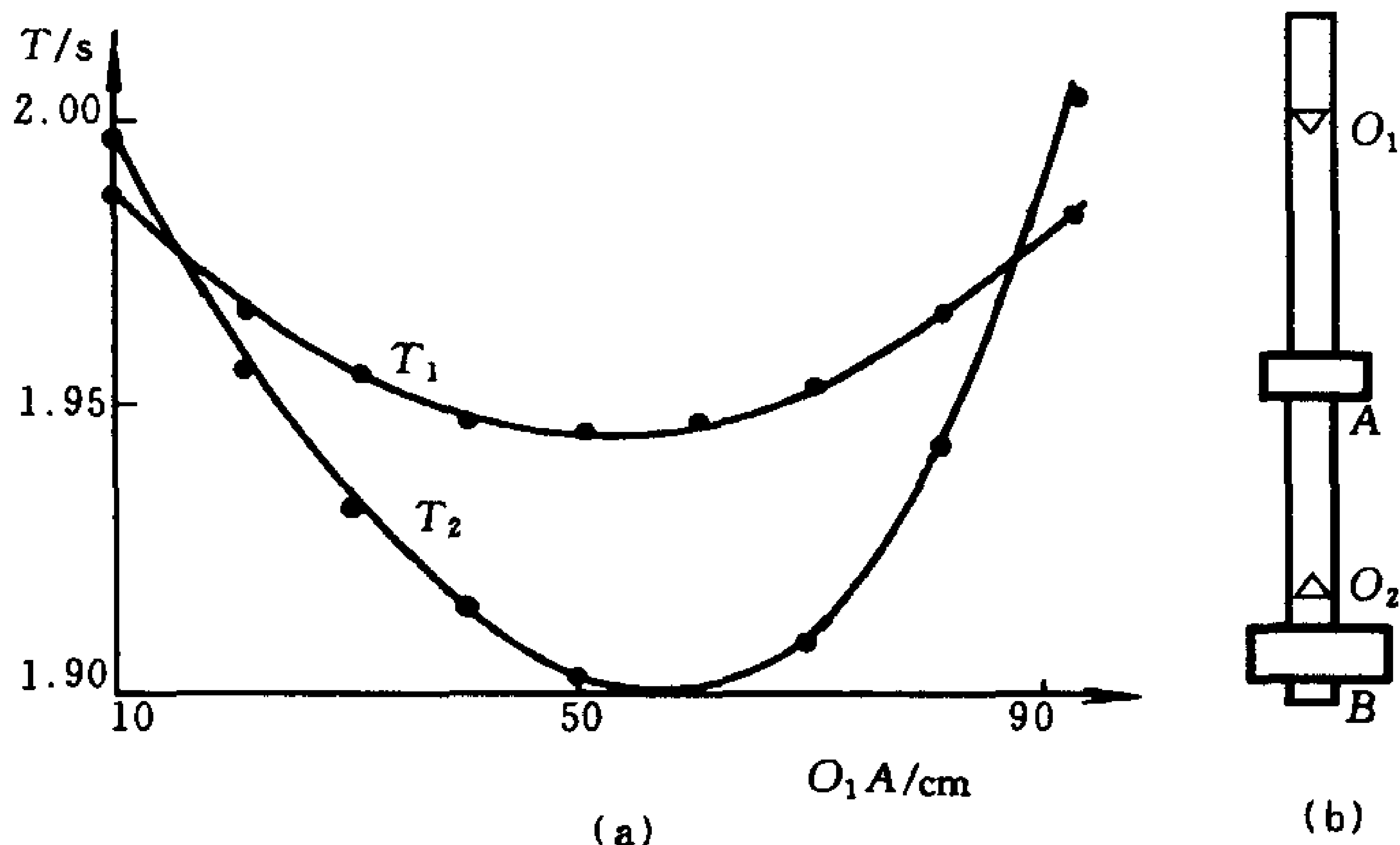


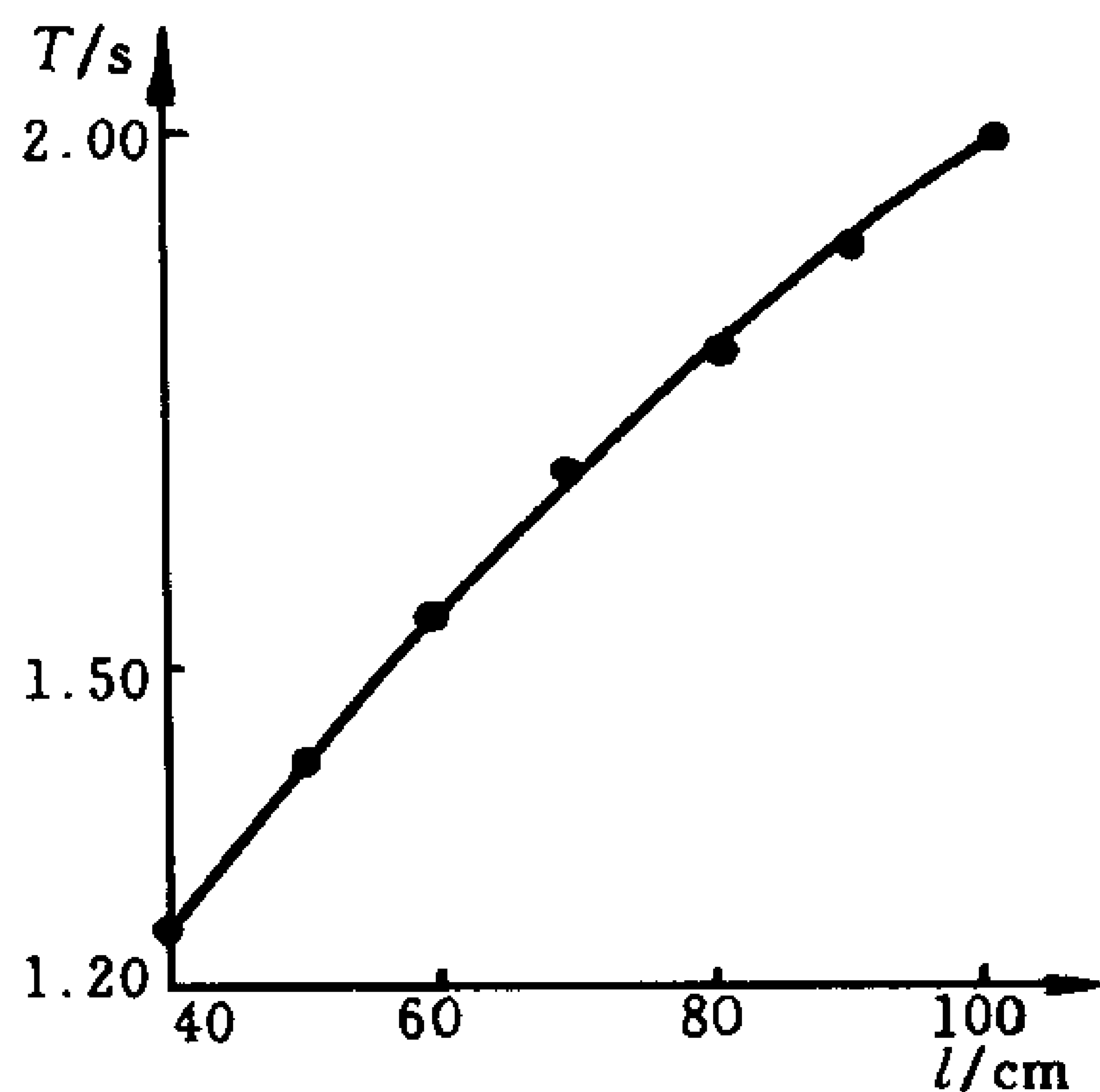
图 0－1－3

变量，但有时为了使获得的图线是一条直线，而将被测量作某种变换后的数值作为变量．这种变换不仅是由于直线容易描绘，更重要的是直线的斜率和截距所包涵的物理内容是我们所需要的．

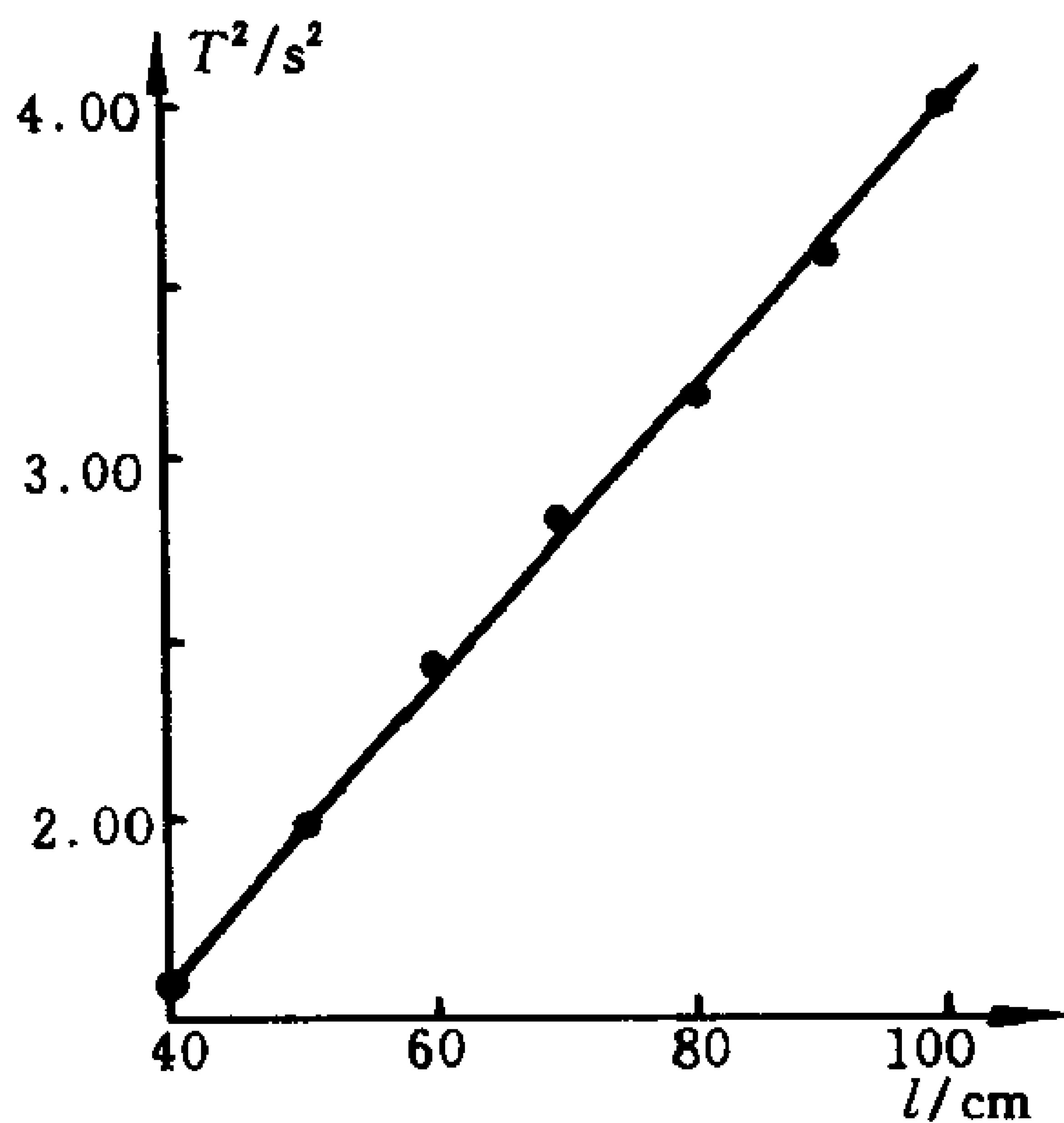
例如，单摆的摆长 l 和周期 T 之间的关系，若以 l 为自变量，T 为因变量作图，将得一曲线（图 0－1－4(a)），当以 l 为自变量，T^2 为因变量作图时，就得一条直线（图 0－1－4(b)），而直线的斜率为 $\frac{4\pi^2}{g}$，所以能从直线的斜率求出重力加速度 g 的值．

3．坐标的原点，不一定要和变量的零点一致，若变量 x 的变化范围是从 a 到 b，则将坐标原点取在 a 的附近即可．因为有时 a 距 x 的零点很远，如果将原点取在 x 的零点处，则坐标纸上将出现很大的空白区，白白浪费了坐标纸．

描绘图 0－1－4 所用数据是：l 为 40.0～100.0 cm，T 为 1.27～2.01 s．作图时坐标原点取在 l＝40.0 cm，T＝1.20 s 处．这时如果取 l＝40.0 cm，T＝1.27 s 为原点也不利，因为以 1.27 这样的不整齐数为起点，将给 T 轴的分度、标点带来不必要的困难，也容易出现错误．故原点一定要取比较整齐的数．



(a)



(b)

图 0－1－4

4．坐标轴的分度要和测量的有效数字位数对应，坐标纸的一小格表示为被测量的最后一位的一个单位、二个单位或五个单位比较好，要避免用一小格表示三、七或九个单位．因为那样不仅标点和读数都不方便，也容易出现错误．

5．x 和 y 轴二变量的变化范围 $(a \sim b)$、$(c \sim d)$，表现在坐标纸上的长度应该相差不大，最多也不要超过一倍．图 0－1－5 中，

(a)的选取较合适,(b)、(c)均不好. 实际上所以出现如(b)、(c)的图线,是由于测量 x、y 二量所用仪器的精密度配合不当所致.

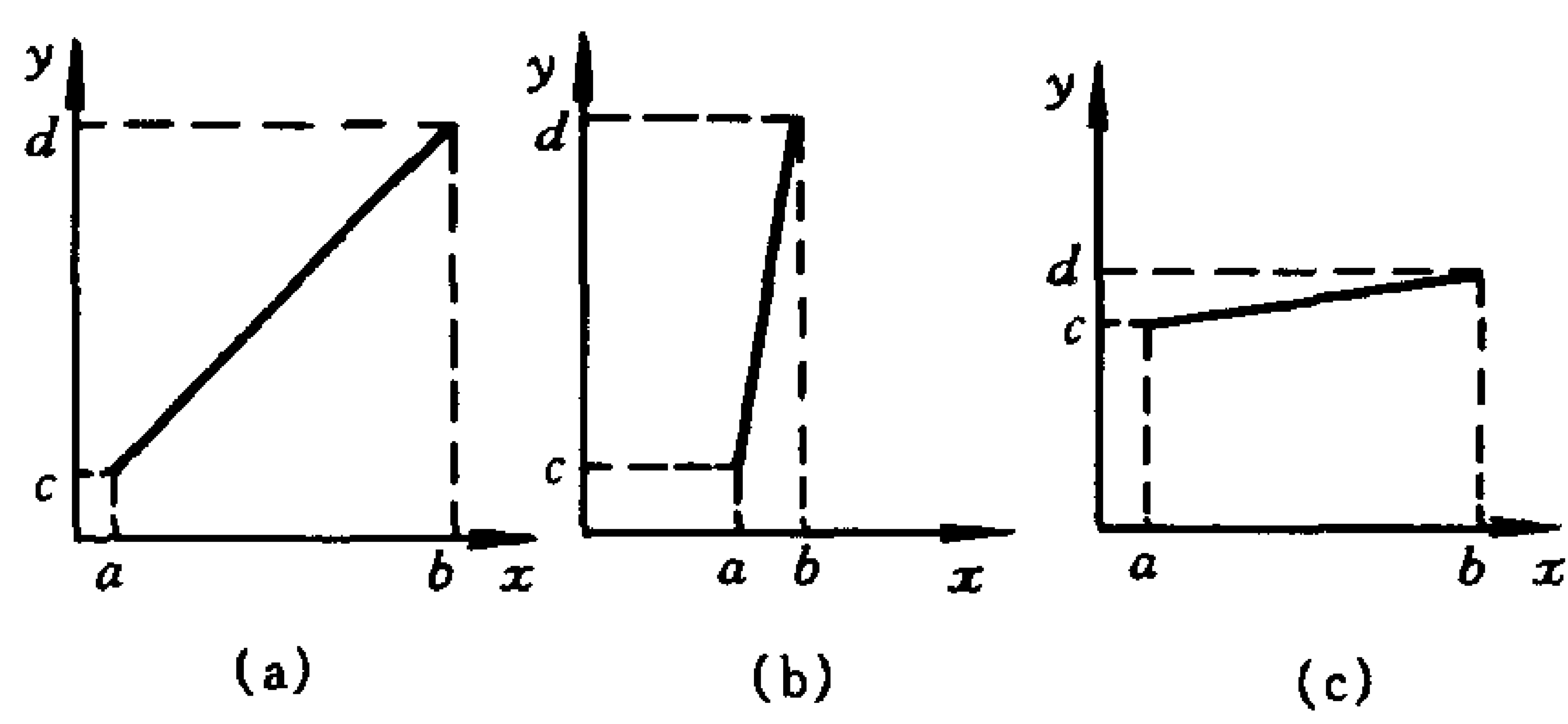


图 0-1-5

6. 比例选定后,要画上坐标轴并注明 x、y 轴代表的测定量及单位,按测量数据标出坐标点(描出图线后也不要擦掉),用铅笔(不要用圆珠笔)沿各坐标点轻轻描一图线,然后用曲线板逐段凑合手描线作出光滑曲线. 因为测量值有一定的误差,所以绝不能将各坐标点简单联起来完事. 描出图线后有些点不在图线上,是测量误差的表现,是正常的现象. 不在图线上的点,应以大体相同的数目分布在图线的两侧,要尽可能靠近图线,并且两侧各点到图线的距离之和也要近似相等(图 0-1-6).

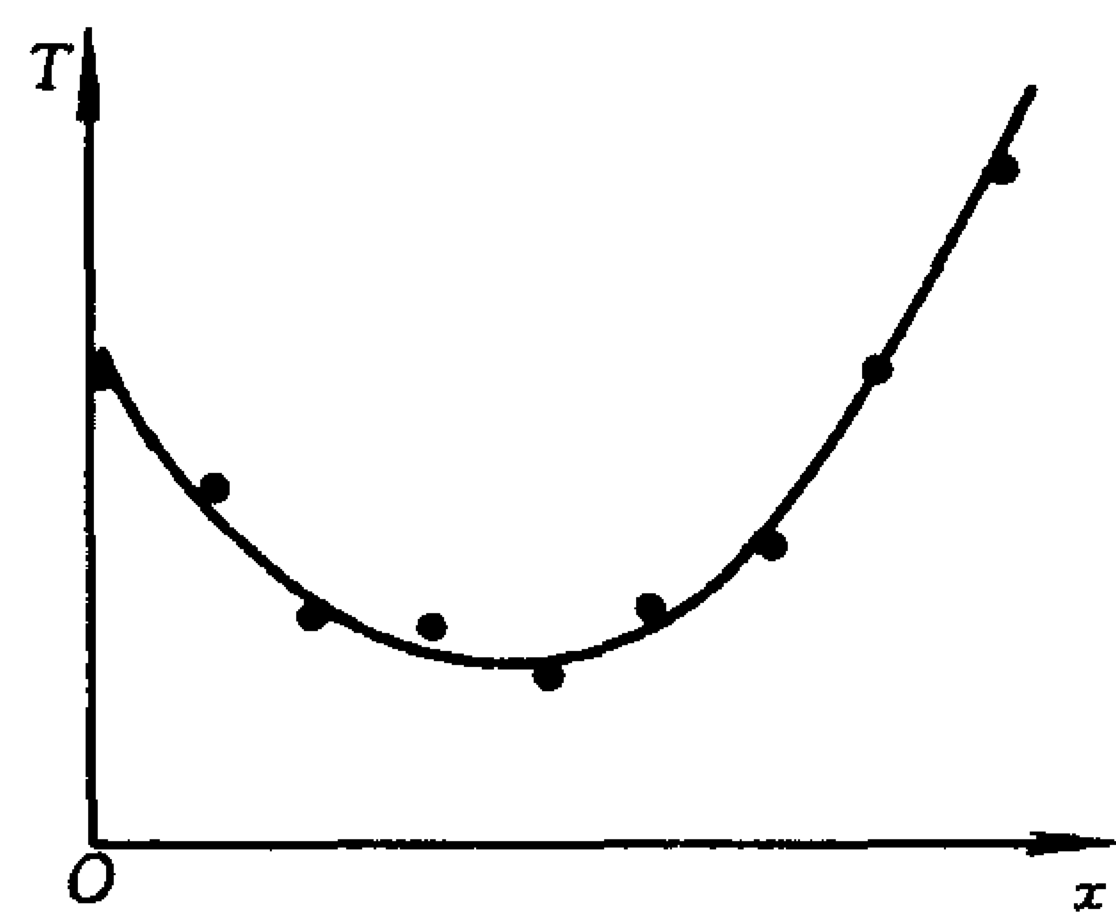


图 0-1-6

对于显著偏离图线之点,要进行分析后决定取舍. 对初学者

来说，这往往是由于观测、计算或标点的错误造成的，应努力检查实验及描图的过程，或进行重测，以纠正错误，总结经验．当然也可能是该物理量在这一区域有急剧的变化，但这要经过反复测量，并尽可能在这一区域多取得一些数据之后才能肯定．

7．要标明图线的名称，注明作者及日期．

8．要将图线纸粘贴在实验报告上．

习　题　五

1．有几组 x、y 测量值，x 的范围为 2.13～3.25，y 的范围为 0.132 5～0.210 5，为绘制 $x-y$ 图线，用多大面积的坐标纸比较合适？原点取何值？

2．对一定质量的空气，在一定温度下，测出压强 p 和体积 V 之值为

p/133.3 Pa	650	670	700	720	750	800	820	835	850
V/cm^3	14.95	14.37	13.88	13.42	12.90	12.13	11.98	11.58	11.42

分别作 $V-p$ 图线和 $\lg(V/\mathrm{cm}^3)-\lg(p/\mathrm{Pa})$ 图线．

3．测得水在一定温度 t(℃)时的表面张力系数 γ(N/m)之值为

t/℃	10	20	30	40	50	70
$\gamma/(10^{-3}\mathrm{N\cdot m^{-1}})$	74.22	72.75	71.18	69.56	67.91	64.40

绘制 $\gamma-t$ 图线，并求出 $t=26.7$ ℃时的 γ 值．

4．测得一凸透镜的物距 p 和象距 p' 的数据为

p/cm	−130	−110	−90	−70	−50	−45	−40	−35	−32
p'/cm	31.0	32.5	35.0	39.1	49.5	56.2	66.5	88.5	115.0

绘制 $p-p'$ 图线，求出透镜焦距之值．

5．有如下一些数据，y 的单位为度(°)，x 为比值无单位：

x	0.5	0.6	0.7	0.8	0.85	0.90	0.92	0.95	0.97	0.99
y/(°)	20	22	29	40	50	64	70	83	91	98
x	1.02	1.04	1.07	1.10	1.15	1.20	1.30			
y/(°)	97	87	76	63	46	33	19			

绘出 $x-y$ 图线，求 y 极大时的 x 值．

§1-10　组合测量与最佳直线参数

在物理实验中，经常遇到二物理量 x、y 间存在 $y=a+bx$ 的线性关系，a、b 为此线性函数的参数. 例如对弹簧可有 $F=k(s-s_0)$，对运动系统可有 $F=F_{阻}+ma$，其中 k、s_0、$F_{阻}$ 和 m 为未知参数. 测出若干组 x、y 值，同时求出未知参数 a、b 的过程，称为组合测量. 求直线拟合参数，在组合测量中是比较简单的，但应用较广.

由于方程 $y=a+bx$ 中只有二未知数 a、b，似乎只要测得两组数据 (x_1,y_1)、(x_2,y_2)，建立联立方程组

$$\begin{cases} y_1 = a + bx_1 \\ y_2 = a + bx_2 \end{cases} \qquad (0-1-11)$$

由此就可解出未知参数 a、b 值，实际上由于测量数据具有一定的误差，若将它们代入方程式中，并且使等式成立，就必须加入一误差项 ε，即有

$$\begin{cases} y_1 = a + bx_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 = a + bx_2 + \varepsilon_2 \end{cases} \qquad (0-1-12)$$

这时未知数是 a、b、ε_1、ε_2 4 个，所以不能解出 a、b 值.

现在讨论如何从多组数据中求出误差较小的直线拟合参数.

A. 图解法

测出 x、y 的 n 组数据，将 n 个数据点标在 $x-y$ 坐标图上(图 0-1-7). 参照数据点绘一条拟合直线. 注意使直线尽量接近数据点；分散在直线两侧数据点的数目要相近，两侧各点距直线的距离之和也应近似相等. 这是根据偶然误差的性质决定的.

在直线上数据区的两端取二点 (x,y)、(x',y')（此二点一般不是数据点），这两组数值误差较小，代入式(0-1-11)求出

$$b = \frac{y' - y}{x' - x} \qquad (0-1-13)$$

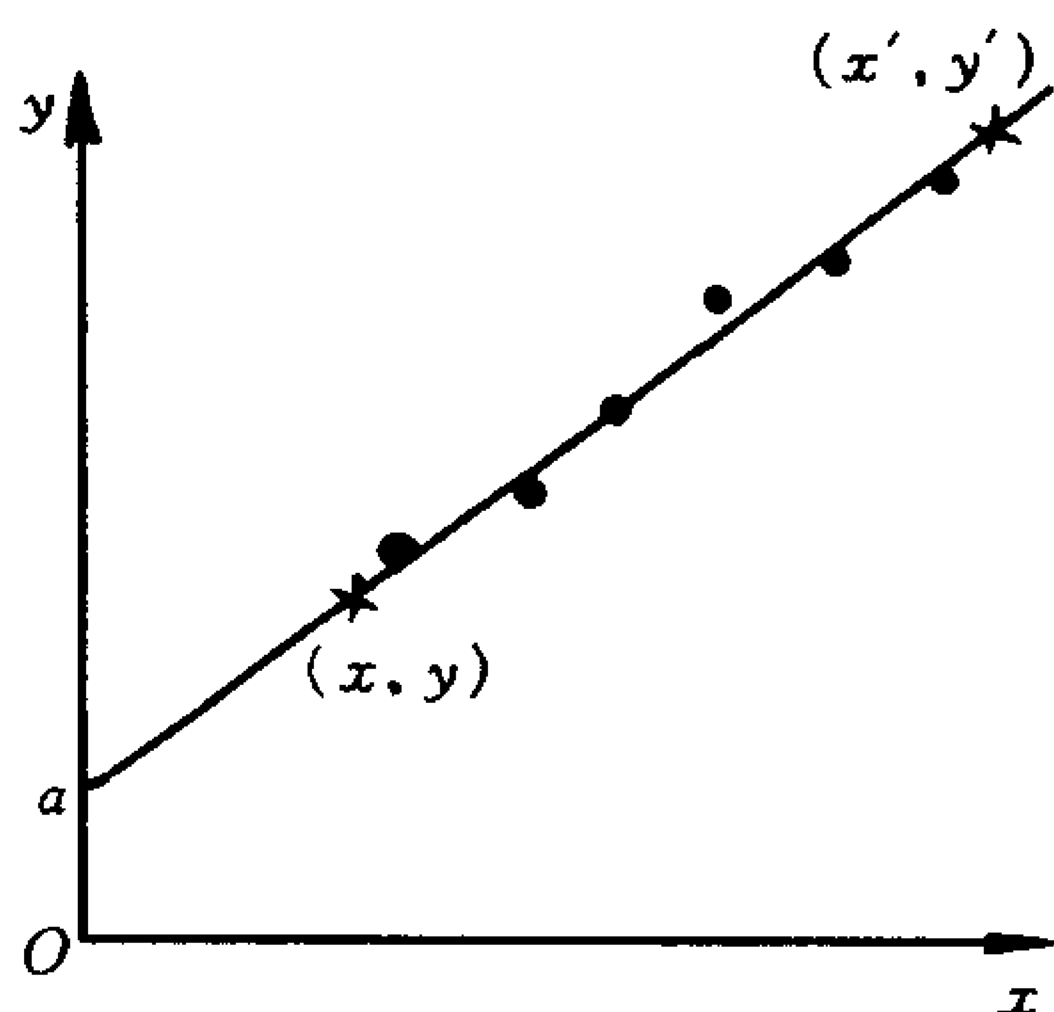


图 0－1－7

当坐标原点是(0,0)点时(实验图线往往不是),则 y 轴截距就是 a 值. 如果 a 值不能从图上直接读出时,则可如下计算:

$$a = y' - bx' \tag{0-1-14}$$

图解法直观、简捷,但是精密度高的数据不便于使用,因为那要过大的坐标纸,另外图解法也难于恰当地估算 a、b 值的不确定度.

B. 分组计算法

设测得 n 组数据,则有 n 个方程:

$$\begin{cases} y_1 = a + bx_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 = a + bx_2 + \varepsilon_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ y_n = a + bx_n + \varepsilon_n \end{cases} \tag{0-1-15}$$

由于未知数的数目大于方程的数目,即不能从解联立方程中求得 a、b 值. 现将方程分为两半,又设 n 为偶数,两半各有方程 $n/2$ 个,在两部分取对应的二方程:

$$\begin{cases} y_i = a + bx_i + \varepsilon_i \\ y_{i+n/2} = a + bx_{i+n/2} + \varepsilon_{i+n/2} \end{cases} \tag{0-1-16}$$

略去误差项,解出含有误差的 a_i、b_i 值:

$$a_i = (y_i + y_{i+n/2})/2 - b_i(x_i + x_{i+n/2})/2 \quad (0-1-17)$$

$$b_i = (y_{i+n/2} - y_i)/(x_{i+n/2} - x_i) \quad (0-1-18)$$

用 n 组数据，可求出有误差的 $n/2$ 组 a_i、b_i 值，再按直接测量求 a、b 的平均值及标准偏差，它们的不确定度要结合具体实验去评定.

C. 分组求差法

设式(0－1－15)中 n 为偶数，将其分为两半分别求和：

$$\begin{cases} \Sigma y_i(\text{前半}) = \dfrac{n}{2}a + b\Sigma x_i(\text{前半}) + \Sigma\varepsilon_i(\text{前半}) \\ \Sigma y_i(\text{后半}) = \dfrac{n}{2}a + b\Sigma x_i(\text{后半}) + \Sigma\varepsilon_i(\text{后半}) \end{cases} \quad (0-1-19)$$

由于偶然误差的性质，误差求和将有互相抵消的效果，即 $|\Sigma\varepsilon_i|$ 将明显变小，在此略去式(0－1－19)中的 $\Sigma\varepsilon_i$ 一项，再由二式相减得 b 的最佳估计值为

$$b = \frac{\Sigma y_i(\text{后半}) - \Sigma y_i(\text{前半})}{\Sigma x_i(\text{后半}) - \Sigma x_i(\text{前半})} \quad (0-1-20)$$

对于 a，则可将式(0－1－15)全部相加，略去误差和一项，得

$$\Sigma y_i = na + b\Sigma x_i \quad (0-1-21)$$

则

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (0-1-22)$$

D. 最小二乘法

将式(0－1－15)变换为

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= y_1 - (a + bx_1) \\ \varepsilon_2 &= y_2 - (a + bx_2) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \varepsilon_n &= y_n - (a + bx_n) \end{aligned}\right\} \quad (0-1-23)$$

将上式两侧平方后求和，得

$$\Sigma\varepsilon_i^2 = \Sigma[y_i - (a + bx_i)]^2 \qquad (0-1-24)$$

a、b 的最小二乘法估计值，是从满足使$\Sigma\varepsilon_i^2$ = 极小求出的估计值．即下式成立：

$$\frac{\partial\Sigma\varepsilon_i^2}{\partial\hat{a}} = 0, \qquad \frac{\partial\Sigma\varepsilon_i^2}{\partial\hat{b}} = 0 \qquad (0-1-25)$$

按此计算式(0－1－24)，得

$$\left.\begin{aligned} -2\Sigma[y_i - (\hat{a} + \hat{b}x_i)] = 0 \\ -2\Sigma[y_i - (\hat{a} + \hat{b}x_i)]x_i = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (0-1-26)$$

联合二式解出拟合直线 $y = a + bx$ 的y轴截距a 和斜率b 的最小二乘法估计值 $\hat{a}$、$\hat{b}$ 为

$$\left.\begin{aligned} \hat{a} &= \Sigma y_i/n - b\Sigma x_i/n \\ \hat{b} &= \frac{n\Sigma x_iy_i - \Sigma x_i\Sigma y_i}{n\Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2} \end{aligned}\right\} \qquad (0-1-27)$$

关联系数 r 的估计值为

$$\hat{r} = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\Sigma(x_i - \bar{x})^2 \cdot \Sigma(y_i - \bar{y})^2}} \qquad (0-1-28)$$

关联系数 r 表示各数据点靠近拟合直线的程度．r 值在－1 到＋1 之间，$|r|$越接近 1，各数据点就越接近拟合直线．又令 $s_{xx} \equiv \Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2/n$ ，$s_{yy} \equiv \Sigma y_i^2 - (\Sigma y_i)^2/n$，$s_{xy} \equiv \Sigma x_iy_i - \Sigma x_i\Sigma y_i/n$ ，则

$$\hat{b} = s_{xy}/s_{xx} \qquad (0-1-29)$$

$$\hat{r} = s_{xy}/\sqrt{s_{xx} \cdot s_{yy}} \qquad (0-1-30)$$

又可证明 $\hat{a}$、$\hat{b}$ 的标准偏差 s_a、s_b 为

$$s_b = \sqrt{\left(\frac{1-r^2}{n-2}\right)} \cdot \frac{b}{r} \qquad (0-1-31)$$

$$s_a = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{n}} \cdot s_b \qquad (0-1-32)$$

应当注意，以上的讨论是假设测量值 x_i 的误差对 a、b 的影响，远小于 y_i 的误差的影响（即 x_i 的误差可忽略），y_i 是等精度测

量值．

最小二乘法有关计算比较烦琐，应当用科学电子计算器或电子计算机进行．

用下列数据，分别用上述方法，求出 $\hat{a}$、$\hat{b}$ 值

	x	y
1	5.65	16.9
2	6.08	18.2
3	6.40	20.1
4	6.75	21.0
5	7.12	22.3
6	7.48	24.1
7	7.83	25.3
8	8.18	27.0

1．使用图解法

根据数据的范围，选取面积为 15 cm×20 cm 的坐标纸，标出数据点后作直线（图 0－1－8 为其缩小图）．在直线两端选坐标点(5.46,16.0)、(8.24,27.0)，则

$$\hat{b}=\frac{27.0-16.0}{8.24-5.46}=3.96$$

$$\hat{a}=27.0-3.96\times 8.24=-5.63$$

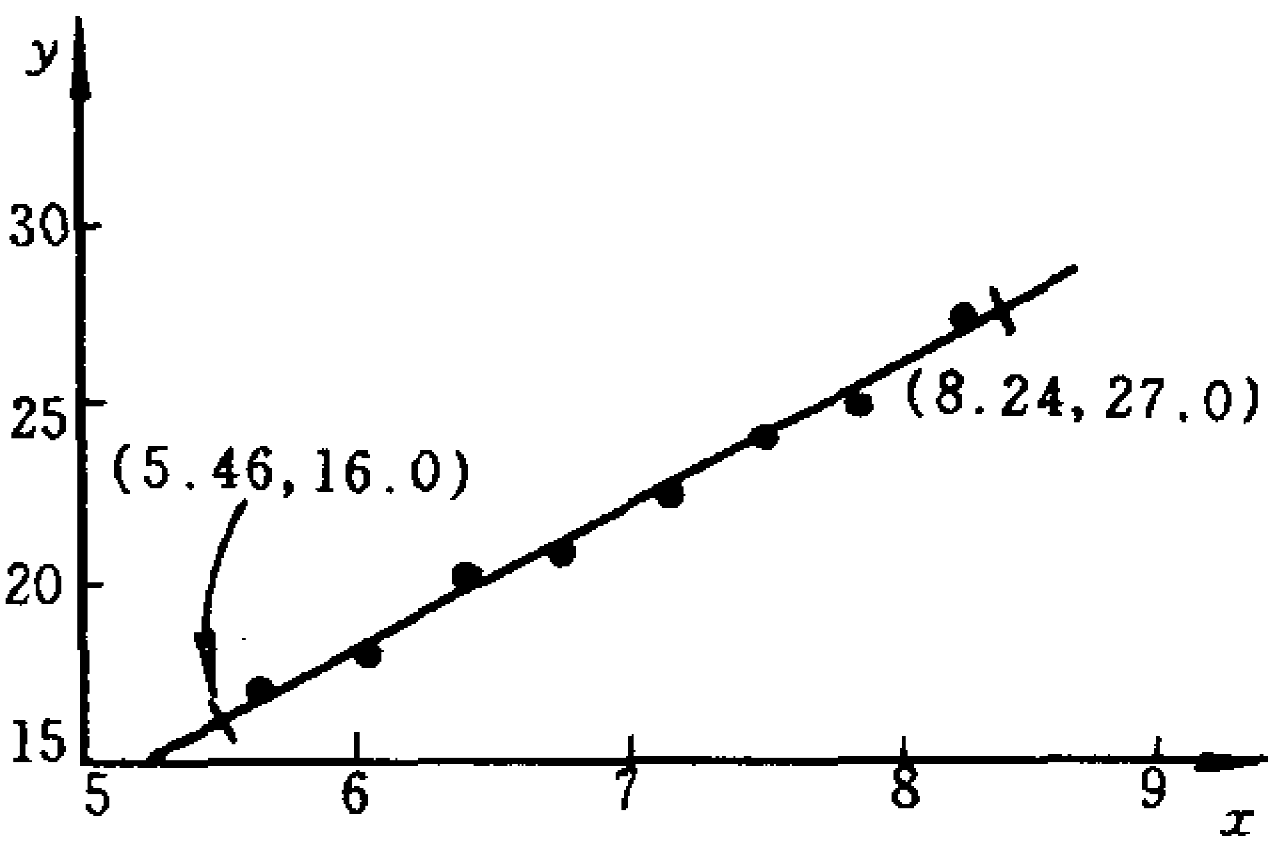


图 0－1－8

2．使用分组计算法

将数据分为前后各 4 组，分别取对应的两组计算 4 个 a、b 值.

a	−3.86	−7.42	−3.17	−7.32
b	3.67	4.21	3.64	4.20

结果

$$\hat{a} = -5.6 \pm 1.1$$
$$\hat{b} = 3.93 \pm 0.16$$

3. 使用分组求差法

	Σx_i	Σy_i	$\sum_{i=1}^{8} y_i/8$	$\sum_{i=1}^{8} x_i/8$
1~4	24.88	76.2	21.862	6.936
5~8	30.61	98.7		

结果

$$\hat{a} = -5.39$$
$$\hat{b} = 3.93$$

4. 使用最小二乘法

Σx_i	Σx_i^2	Σy_i	Σy_i^2	$\Sigma x_i y_i$
55.49	390.277 5	174.9	3 909.05	1 234.534

$$s_{xx} = 5.385,\ s_{yy} = 85.299,\ s_{xy} = 21.384$$
$$\hat{a} = -5.7 \pm 0.8$$
$$\hat{b} = 3.97 \pm 0.11$$
$$r = 0.997\,7$$

计算方法不同所得 a、b 值稍有不同，但是要提高 a、b 值的精密度，关键是测量本身，从上述讨论可以看出，在测量仪器的精密度一定的情况下，在组织测量时应注意：

(1) 增加数据组数，即加大 n 值.

(2) 扩大 x 的范围，即使 x_1 和 x_n 之差加大，

(3) 数据分布区尽量靠近零点，即使 x_1 尽量小.

习 题 六

1. 测出一运动系统在拉力 F 作用下的加速度 a，其数据如下，试绘制 $F-a$ 图线，并利用图线求出运动系统的质量 m 及阻力 $F_{阻}$（假设阻力 $F_{阻}$ 为定值），取 $g=9.80\ \mathrm{m/s^2}$.

F/N	0.050	0.070	0.090	0.110	0.130	0.150	0.170
$a/(\mathrm{m \cdot s^{-2}})$	0.131	0.189	0.245	0.316	0.380	0.457	0.514

2. 并排挂起一弹簧和米尺，测出弹簧下的负载 m 和弹簧下端在米尺上读数 x 如下：

m/g	5	10	15	20	25	30	35	40
x/cm	20.1	23.6	26.9	30.1	33.2	36.5	39.9	43.8

试用分组求差法，计算出 $m=0$ 的读数 x_0 及弹簧的劲度系数 k.

3. 一物体作匀加速度运动，测出各种时刻 t 的路程 s 如下：

t/s	1.10	1.19	1.31	1.55	1.76	1.88	1.91	2.01
s/cm	36.6	40.8	45.2	56.8	67.7	72.4	75.6	80.0

取 $y=\frac{s}{t}$，$x=t$，试用分组计算法，求初速度 v_0 及加速度 a 之值.

4. 测得一白炽电灯的电压 U 和电流 I 的数据如下：

U/V	2	4	8	16	25	32	50	64	100
$I/10^{-3}$A	25	37	57	86	113	130	172	200	261

U/V	125	150	180	200	218
$I/10^{-3}$A	297	329	364	387	408

试作 $I-U$ 图线和 $\lg(I/\mathrm{A})-\lg(U/\mathrm{V})$ 图线（直线），并根据图线确定出 $I=f(U)$ 的函数式.

§1-11 实验报告

实验报告是一次实验的总结，由于实验是有目的和要求的，作

为总结的报告,要对实验目的和要求给以回答.

报告的基本内容有:(1) 目的,(2) 理论依据,(3) 仪器和用具,(4) 实施实验的安排,(5) 记录,(6) 数据处理,(7) 结果与分析,(8) 实验后的思考.

写实验报告也是学习的过程,绝不是抄写记录和计算结果,而是要思索,在思索中提高科学的素养,增强独立进行实验的能力.

以下介绍的几点,可能对写好报告有参考作用.

1. 不确定度的分析

测量不确定度的分析与计算是实验工作的重要方面. 计算不确定度的意义在于:

(1) 可以正确评定测量的质量;

(2) 从各来源的不确定度分量,说明测量有待改进的重点;

(3) 从仪器引入的不确定度和非仪器引入不确定度的比较,说明仪器配置是否合理;

(4) 增强分析不确定度的能力,对以后独立进行实验,预测不确定度是有利的基础.

2. 测量结果的评价

在实际工作中,对测量的质量总是有要求的,比如实验要求相对不确定度不能大于百分之几. 在学生实验中往往不明确提出具体的质量指标,这时如何评价测量的质量呢?

(1) 计算不确定度和相对不确定度. 如果总的不确定度比来源于仪器的不确定度不是显著过大,可以认为测量达到了仪器可以达到的精度.

(2) 测量结果(y)和其公认值(标准值)A_y 相差不超过其标准不确定度 $u(y)$的 3 倍,即

$$|y - A_y| \leqslant 3u(y) \qquad (0-1-33)$$

则可以认为测量结果和公认值在测量误差范围内是一致的.

(3) 当 $|y - A_y| > 3u(y)$ 时,可能是:

测量有错误;

存在未发现的比较大的不确定度来源；

实验原理或仪器有问题；

A_y 作为 y 的近似真值是不合适的，即 y 不可与 A_y 进行比较.

要经分析，重复测量或调整实验去探索问题的所在.

(4) 实际工作中的测量一般是面对未知的，因为如果已知就不必测量了. 我们在不断地学习中，做各种测量和分析，提高测量与分析的准确性，使我们对自己的测量结果和不确定度计算越来越有信心，这样实验报告不仅是针对一个实验，而是和我们的科学素质的提高密切相关.

3. 分析与思考

实验后可供思考的问题很多，如：

(1) 实验中遇到的困难的处理；

(2) 实验设计的特点是什么？普遍意义何在？

例如用单摆测重力加速度的实验，实验设计并不复杂，但是从测量设计上它有很多巧妙之处. 重力加速度之值较大，从落下运动难以测好，而作为单摆它使加速度由 g 成为 $g\cdot\sin\theta$，而 $\sin\theta$ 很小，所以单摆运动加速度较小，振动较慢，容易测出振动周期，又单摆将落下的单向运动变成等周期的往复运动，测量 n 个周期 T 的时间 $t = nT$，扩展被测量减小测量误差，又可提高测量的准确度. 再有使用铁球为锤，由于铁的密度远大于空气的密度，使空气浮力引入的误差大为减小.

(3) 对实验设计改进的设想和问题；

(4) 对实验中出现的异常现象的分析与判断，等等.

学生实验一般是按指定的方法，使用指定的仪器进行的. 由于实验方法与仪器是经仔细设计和反复实验检验过的，一般均可能获得较好结果. 对于学生实验，虽然希望实验有好的结果，但从根本上讲，重要的不是结果如何好，而是对实验设计的认识，是实验全过程对学生的锻炼.

最后强调一点，实验报告不是写给指导教师的，而应是学习生活的足迹.

§2 力学、热学实验基本仪器

§2-1 游标卡尺

用米尺测量物体的长度时，虽然可以测到十分之一毫米，但是最后一位是估计的. 在实际长度测量中，常需要将被测的长度，测准到$\frac{1}{10}$毫米乃至$\frac{1}{100}$毫米，这不是单纯用米尺能做到的. 为了提高长度测量的精密度，设计制造了多种装置，游标尺是其中常见的一种，游标尺由主尺和游标两部分组成.

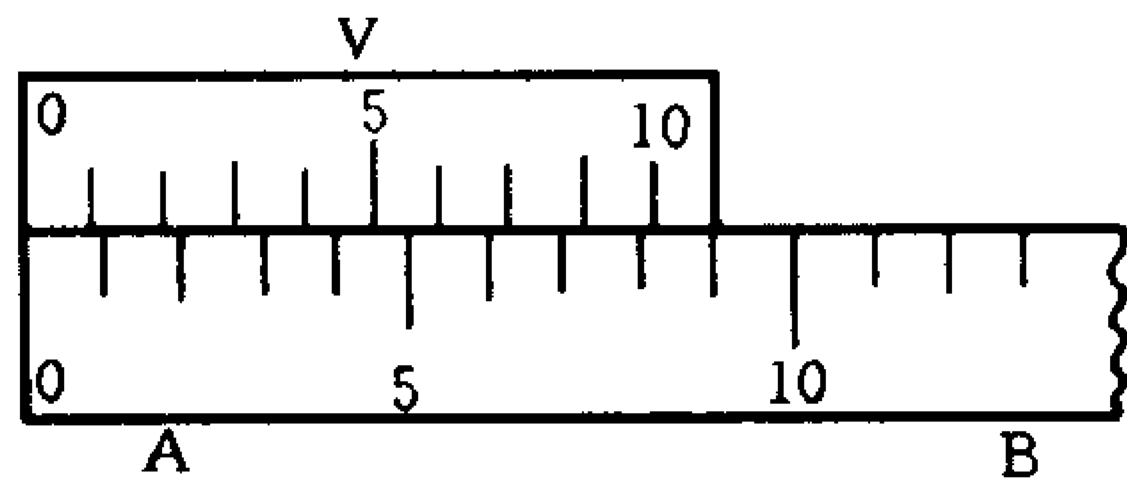


图0-2-1

图0-2-1是使测量精密到$\frac{1}{10}$分格的游标(称为10分游标)的原理图. 游标V是可沿主尺AB滑动的一段小尺，其上只有10个分格，是将主尺的9个分格10等分而成的，因此游标上的一个分格的间隔等于主尺一分格的$\frac{9}{10}$. 图0-2-2是使用10分游标测量的示意图. 测量时将物体ab的a端和主尺的零线对齐，若另一端b在主尺的第7和第8分格之间，即物体的长度稍大于7个主尺格，设物体的长度比7个主尺格长Δl，使用10分游标可将Δl测准到主尺一分格的$\frac{1}{10}$. 如图所示，将游标的零线和物体的末

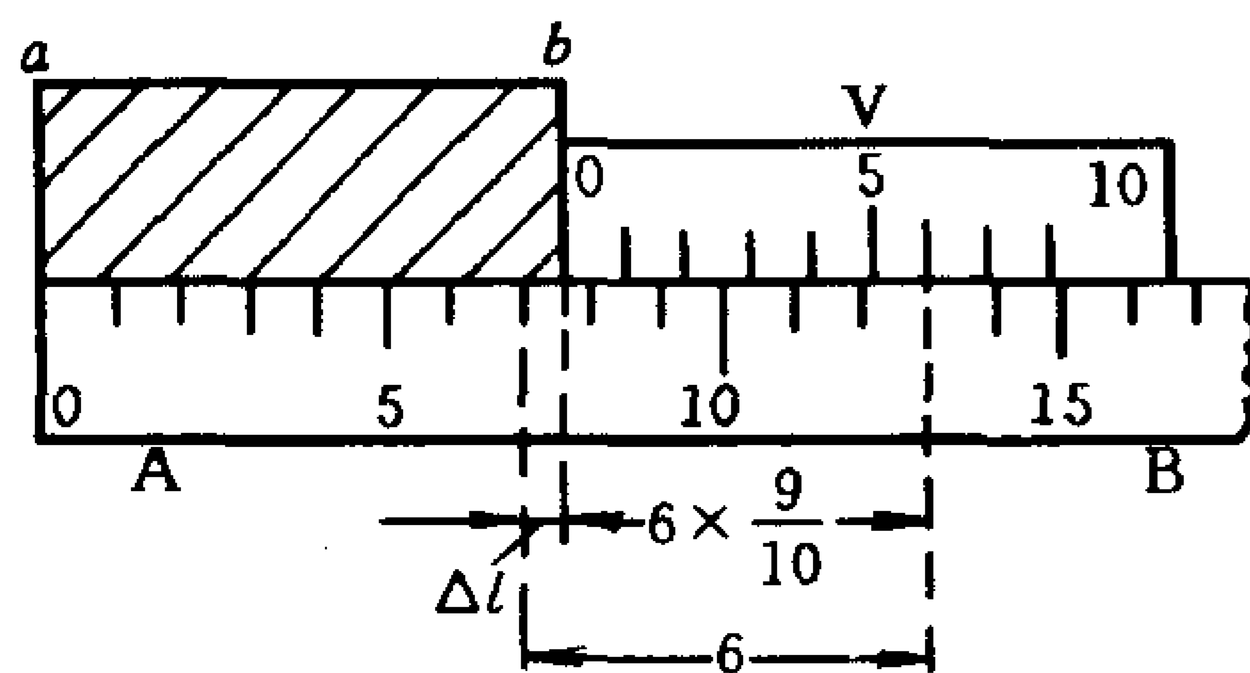


图 0-2-2

端 b 相接，查出与主尺刻线对齐的是游标上的第 6 条线，则

$$\Delta l=\left(6-6\times\frac{9}{10}\right)\text{主尺格}=6\left(1-\frac{9}{10}\right)\text{主尺格}$$

$$=6\times\frac{1}{10}\text{主尺格}=0.6\text{主尺格}$$

即物体长度等于 7.6 主尺格.（如果主尺每分格为 1 mm 则被测物体长度为 7.6 mm）从图上可以看出，游标尺是利用主尺和游标上每一分格之差，使读数进一步精确的，此种读数方法称为差示法，在测量中有普遍意义.

参照上例可知，使用游标尺测量时，读数分为两步：(1) 从游标零线的位置读出主尺的整格数，(2) 根据游标上与主尺对齐的刻线读出不足一分格的小数. 二者相加就是测量值.

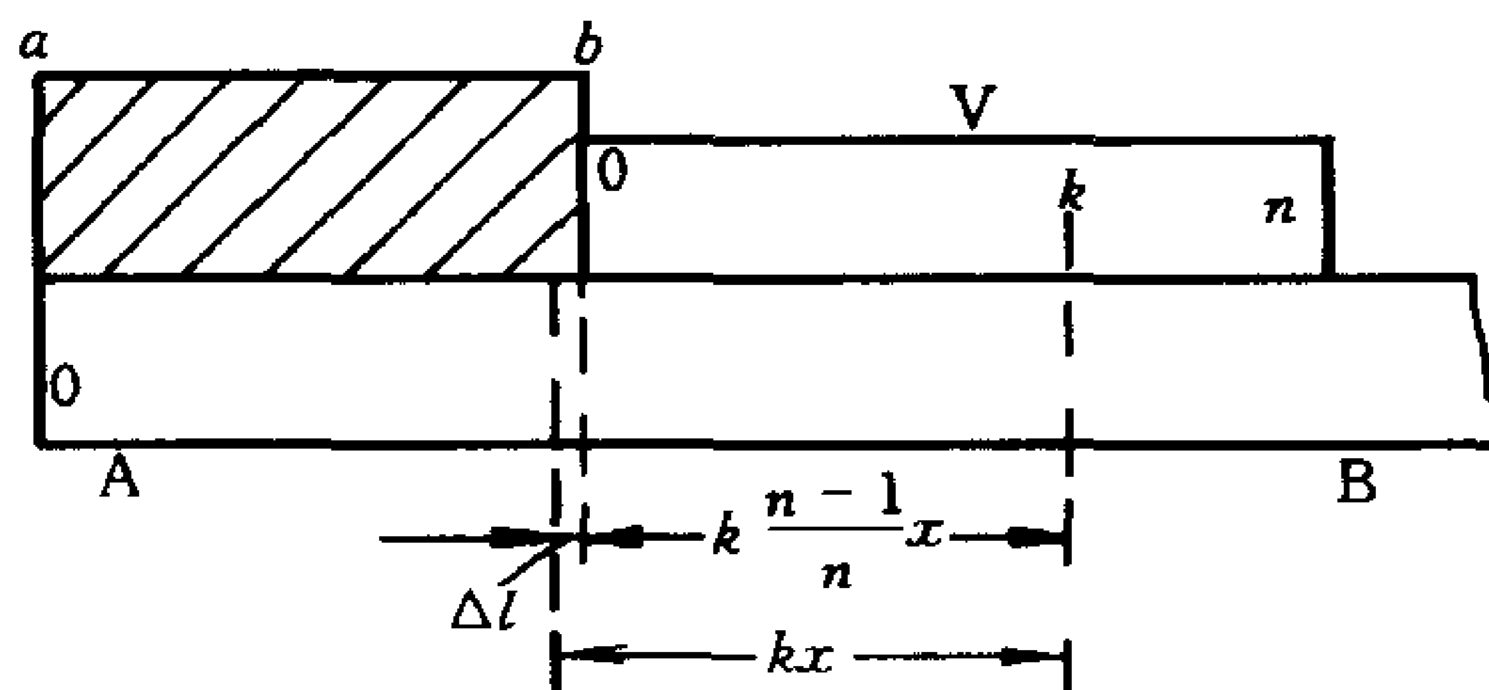


图 0-2-3

一般说来，游标是将主尺的 $(n-1)$ 个分格，分成为 n 等分（称为 n 分游标）. 如主尺的一分格宽为 x，则游标一分格宽为

$\frac{n-1}{n}x$，二者的差 $\Delta x=\frac{x}{n}$ 是游标尺的分度值．图0－2－3表示，使用 n 分游标测量时，如果是游标的第 k 条线与主尺某一刻线对齐，则所求的 Δl 值等于

$$\Delta l = kx - k\frac{n-1}{n}x = k\frac{x}{n}$$

即 Δl 等于游标尺的分度值 $\left(\frac{x}{n}\right)$ 乘 k．所以使用游标尺时，先要明确其分度值．

游标尺读数的精密程度，取决于其分度值 $\left(\frac{x}{n}\right)$．为了提高测量的精密度，就要求制造 n 较大的游标，但 n 过大时，主尺一分格和游标一分格之差就很小，这在实际测量时，将出现游标上有几条线都似乎和主尺的刻线对齐，因此难于确定 k 值，使读数发生困难．一般实用的游标有 n 等于10、20和50三种，其分度值即精密度分别为0.1 mm、0.05 mm和0.02mm．

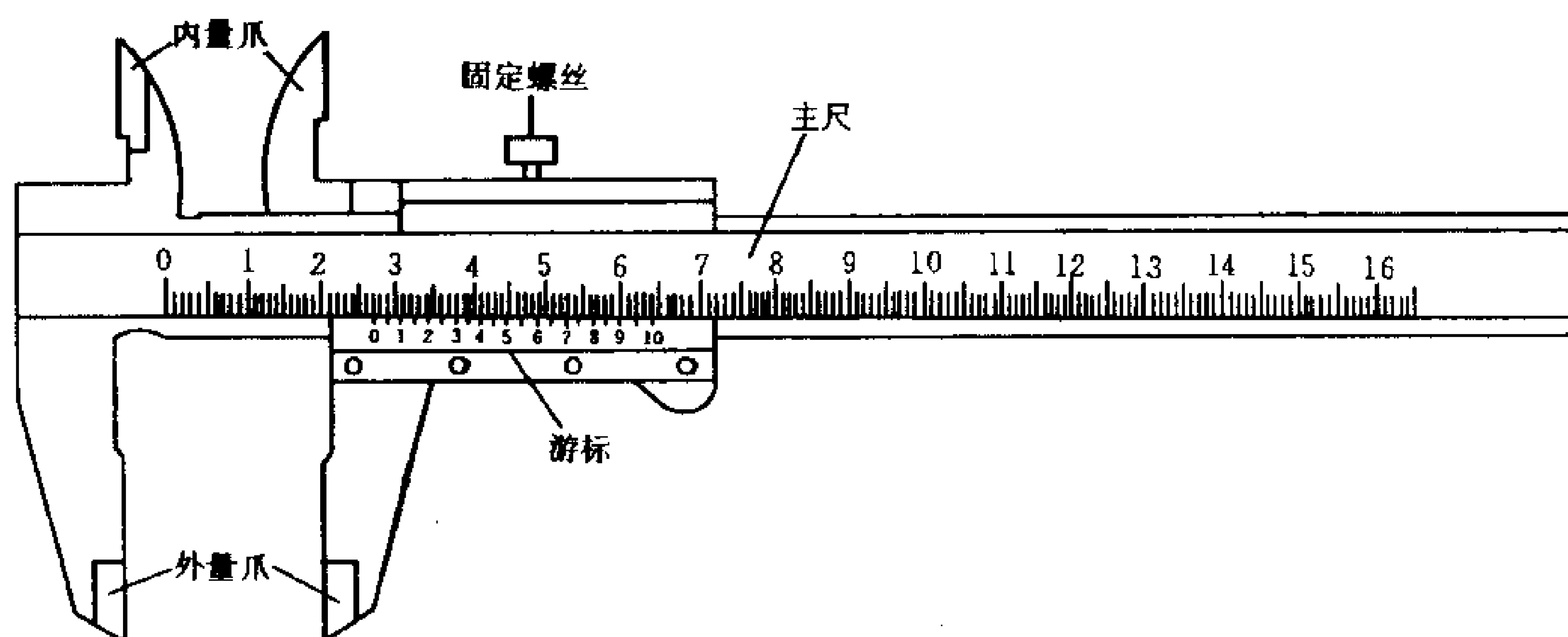


图0－2－4

游标卡尺（有卡钳的游标尺）如图0－2－4所示，用它可测量物体的长度和内、外直径．测长度或外径时，将物体卡在外量爪之间，测内径时使用内量爪．不测量时，将量爪闭合，游标的零线就和主尺的零线对齐．

实用的二十分游标卡尺，为了观测方便，常将主尺的39 mm

等分为游标的二十格，即游标 1 格为 1.95 mm. 它的精密度仍为 0.05 mm. 游标上的标值是格数的 2 倍，如第 8 条刻线则标值为 4，它由 $8\times0.05=0.4$ 而来，即标值 4 的线对齐为 0.40 mm，标值 5 的线对齐为 0.50 mm，4 和 5 之间的线对齐就是 0.45 mm. 这样标值的游标，可以直接读出测量值，使用起来很方便（见图 0－2－4）.

§2－2　螺旋测微计（千分尺）

螺旋每转一周将前进（或后退）一个螺距，对于螺距为 x 的螺旋，如果转 $\frac{1}{n}$ 周，螺旋将移动 $\frac{x}{n}$. 设一螺旋的螺距为 0.5 mm，当它转动 $\frac{1}{50}$ 圆周时，螺旋将移动 $\frac{0.5}{50}\text{mm}=0.01\text{ mm}$，如果转动 3 圈又 $\frac{24}{50}$ 圆周时，螺旋就移动 $3\times0.5\text{ mm}+\frac{24}{50}\times0.5\text{ mm}=1.5\text{ mm}+0.24\text{ mm}=1.74\text{ mm}$. 因此借助螺旋的转动，将螺旋的角位移转变为直线位移可进行长度的精密测量. 这样的测微螺旋广泛应用于精密测量长度的工作中.

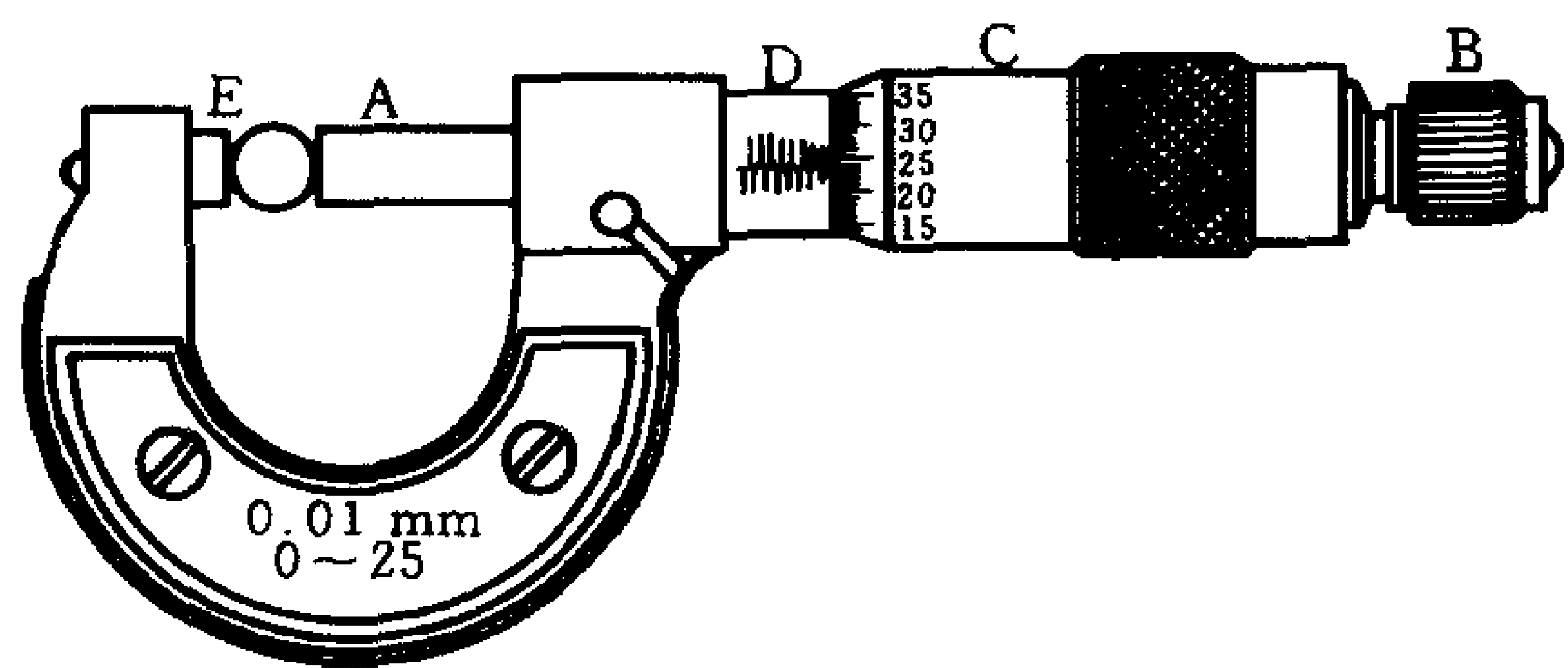


图 0－2－5

螺旋测微计如图 0－2－5 所示，实验室中常用的螺旋测微计的量程为 25 mm，仪器精密度是 0.01 mm，即千分之一厘米，所以又称

为千分尺. 图中A为测杆,它的一部分加工成螺距为0.5 mm的螺纹,当它在固定套管D的螺套中转动时,将前进或后退,活动套管C和螺杆A连成一体,其周边等分为50个分格. 螺杆转动的整圈数由固定套管上间隔0.5 mm的刻线去测量,不足一圈的部分由活动套管周边的刻线去测量. 所以用螺旋测微计测量长度时,读数也分为两步,即(1)从活动套管的前沿在固定套管上的位置,读出整圈数. (2)从固定套管上的横线所对活动套管上的分格数,读出不到一圈的小数. 二者相加就是测量值.

使用螺旋测微计测量时,要注意防止读错整圈数,图0-2-6所示的三例,(b)比(a)多一圈,读数相差0.5 mm,(c)的整圈数是3而不是4,读数为1.978 mm而不是2.478 mm.

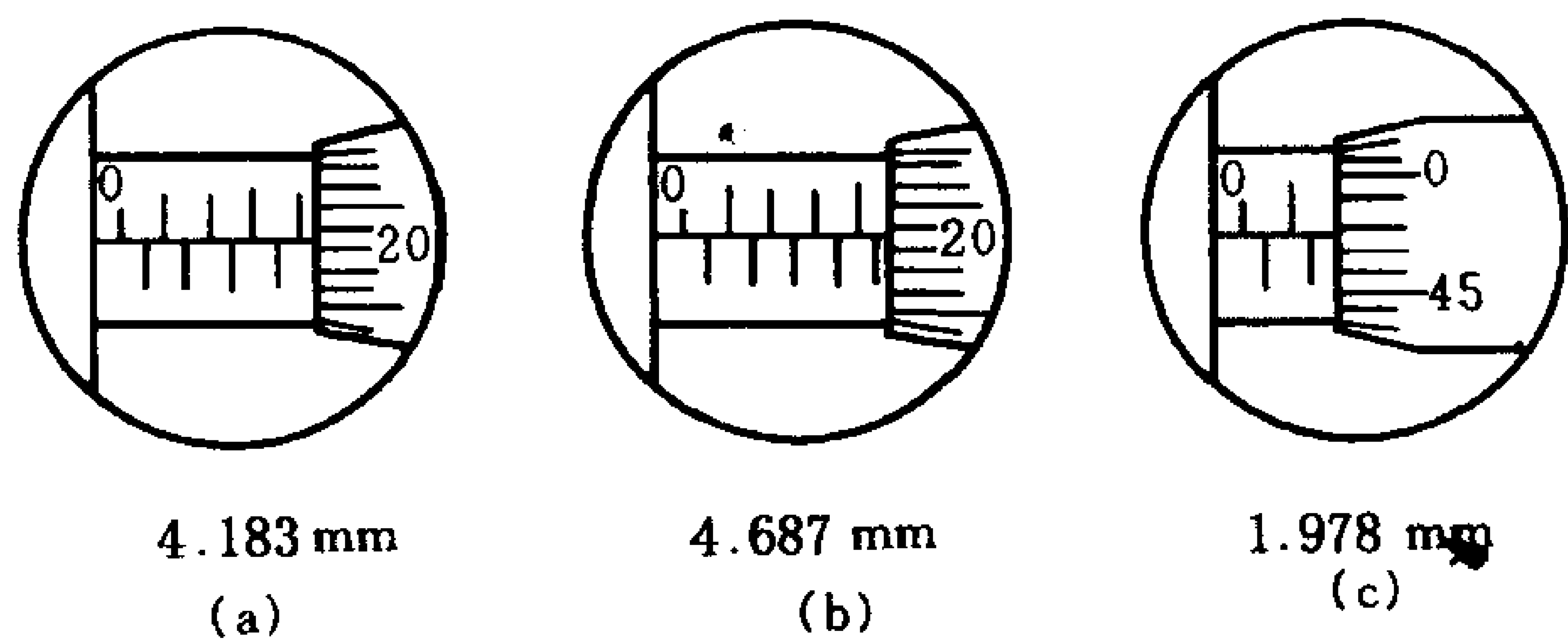


图0-2-6

螺旋测微计的尾端有一棘轮装置B,拧动B可使测杆移动,当测杆与被测物(或砧台E)相接后的压力达到某一数值时,棘轮将滑动并有卡、卡的响声,活动套管不再转动,测杆也停止前进,这时就可读数. 设置棘轮可保证每次的测量条件(对被测物的压力)一定,并能保护螺旋测微计的精密的螺纹. 不使用棘轮而直接转动活动套筒去卡住物体时,由于对被测物的压力不稳定,而测不准. 另外,如果不使用棘轮,测杆上的螺纹将发生变形和增加磨损,降低了仪器的准确度,这是使用螺旋测微计必须注意的问题.

不夹被测物而使测杆和砧台相接时,活动套管上的零线应当刚好和固定套管上的横线对齐. 实际使用的螺旋测微计,由于调

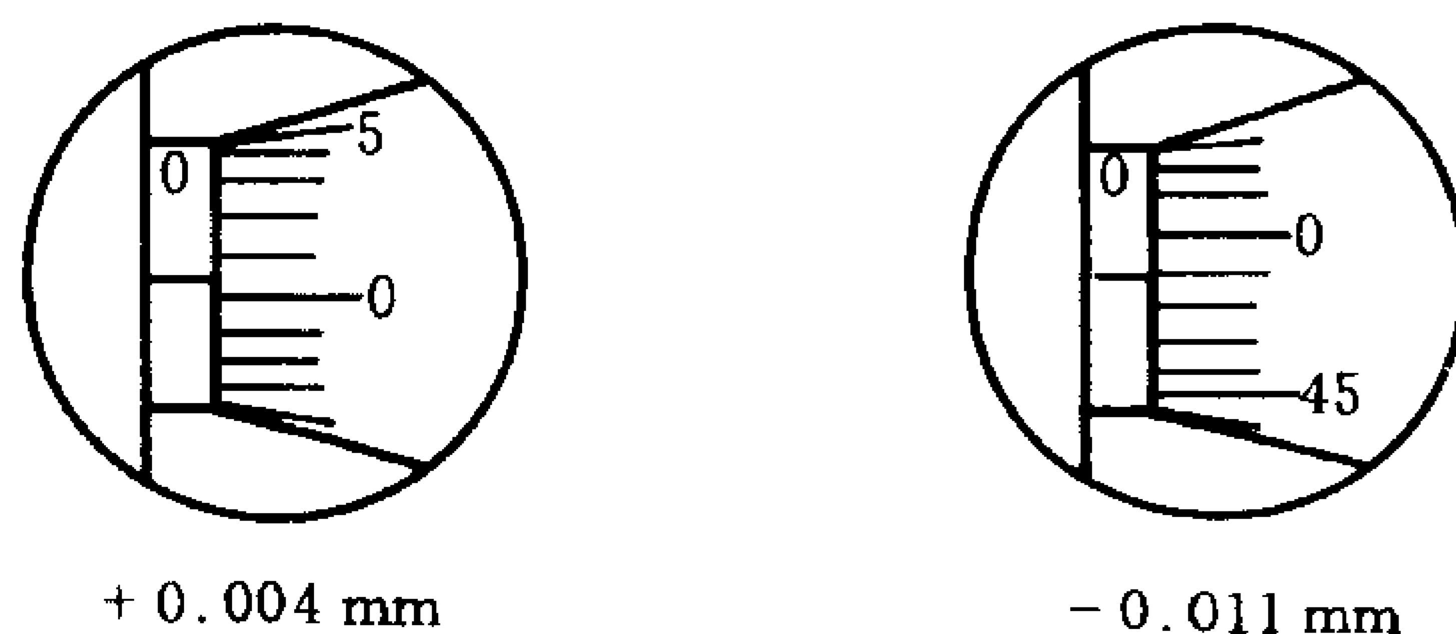


图 0-2-7

整得不充分或使用得不当，其初始状态多少和上述要求不符，即有一个不等于零的零点读数．图 0-2-7 表示两个零点读数的例子．要注意它们的符号不同．每次测量之后，要从测量值的平均值中减去零点读数．

§2-3 移测显微镜

移测显微镜是将测微螺旋和显微镜组合起来作精确测量长度用的仪器[①]（图 0-2-8）．它的测微螺旋的螺距为 1 mm，和螺旋测微计的活动套管对应的部分是转鼓 A，它的周边等分为 100 个分格，每转一分格显微镜将移动 0.01 mm，所以移测显微镜的测量精密度也是 0.01 mm，它的量程一般是 50 mm．此仪器所附的显微镜 B 是低倍的（20 倍左右），它由三部分组成：目镜、叉丝（靠近目镜）和物镜．用此仪器进行测量的步骤是：(1) 伸缩目镜 C，看清叉丝；(2) 转动旋钮 D，由下向上移动显微镜筒，改变物镜到目的物间的距离，看清目的物；(3) 转动转鼓 A，移动显微镜，使叉丝的交点和测量的目标对准；(4) 读数，从指标 E_1 和标尺 F 读出毫米的整数部分，从指标 E_2 和转鼓 A 读出毫米以下的小数部分；(5) 转动转鼓，移动显微镜，使叉丝和目的物上的第二个目标对准

① 移测显微镜也有将游标装置和显微镜组合起来的．

并读数，二读数之差即为所测二点间的距离.

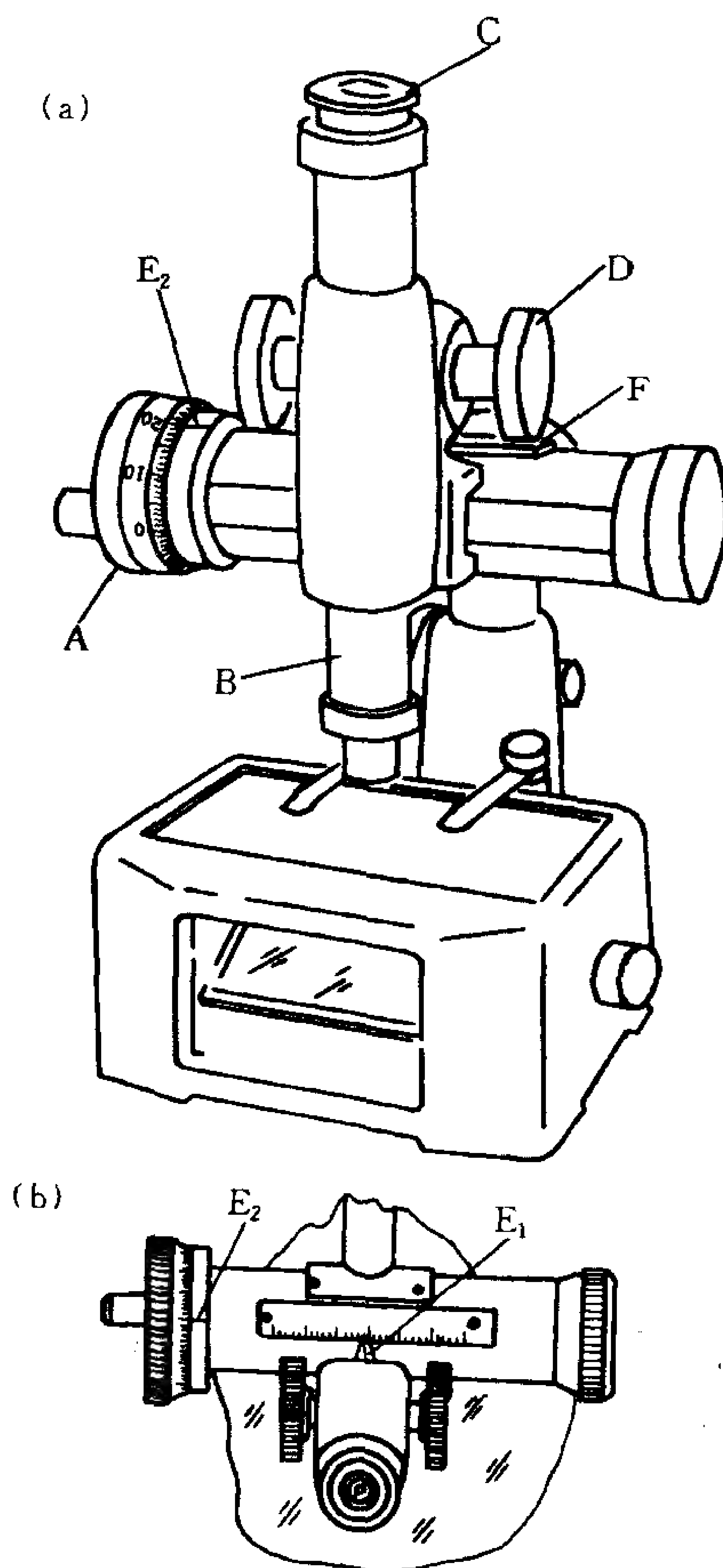


图 0-2-8

使用移测显微镜时要注意：(1) 使显微镜的移动方向和被测二点间联线平行；(2) 防止回程误差. 移动显微镜使其从相反方向对准同一目标的两次读数，似乎应当相同，实际上由于螺丝和螺套不可能完全密接，螺旋转动方向改变时，它们的接触状态也将改

变，两次读数将不同，由此产生的测量误差称为回程误差．为了防止回程误差，在测量时应向同一方向转动转鼓使叉丝和各目标对准，当移动叉丝超过了目标时，就要多退回一些，重新再向同一方向转动转鼓去对准目标．

§2－4 微小长度变化的测量

物体受拉力会伸长，受热要膨胀，这时物体长度的变化往往很微小．例如长 1.5 m 直径 0.001 m 的铜线，将其上端固定，下端挂上 5 kg 砝码时，其长度将增加 7.26×10^{-4}m，即 0.726 mm．测量这样微小长度变化的方法很多，在此作一些简要的介绍．

1．使用移测显微镜测量

如图 0－2－9 所示，将移测显微镜安装成镜筒可以上下平行移动的形式，伸缩镜筒聚焦一目标 A，当 A 点向下或向上移动时，可转动螺旋，移动显微镜，跟踪 A 点，并测出 A 点的移动距离．

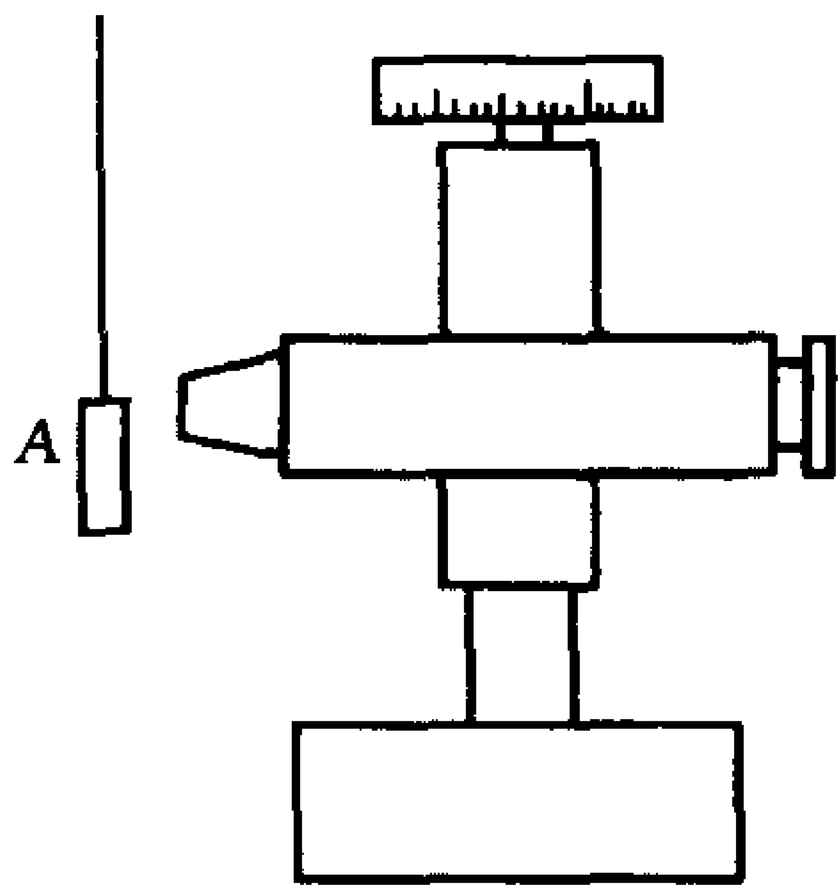


图 0－2－9

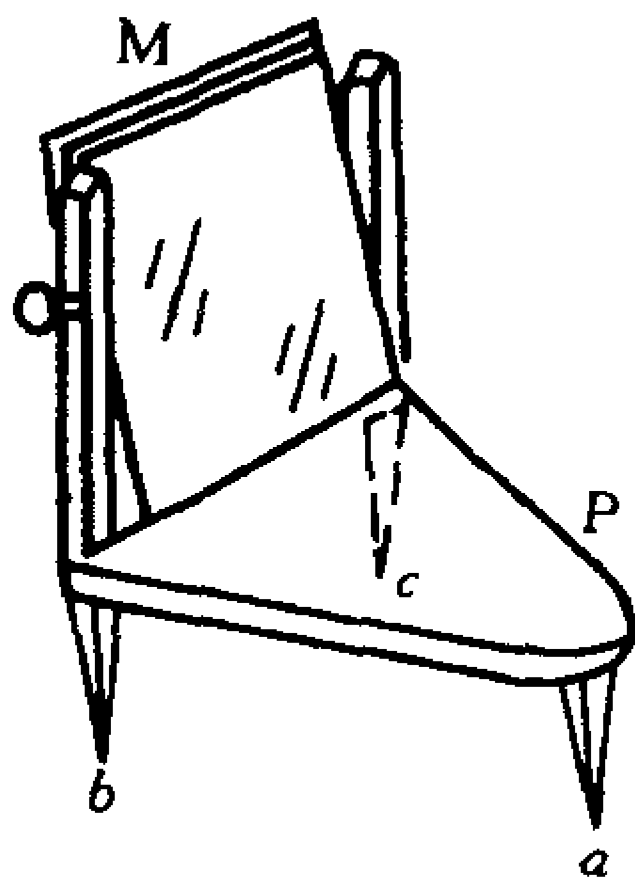


图 0－2－10

2．使用光杠杆和尺度望远镜测量

在一平板 P 下面固定三个尖足 a、b、c，在平板上面，在二后足尖方向安置一平面镜 M，这样就组成一光杠杆（图 0－2－10）．当有一光线 SO 射到反射镜 M 上，ON_1 为其法线，则反射光线为

OA_1(图 0－2－11),如果这时前足尖 a 被抬高 δ,光杠杆将以足尖 bc 联线为轴转动 θ 角,当此角较小时,则下式成立:

$$\theta \approx \frac{\delta}{d_1} \qquad (0-2-1)$$

式中 d_1 为足尖 a 到 bc 联线的垂直距离. 此时法线 ON_1 转到 ON_2 方向,反射光线为 OA_2. 反射光线的偏转角为 2θ,它是光杠杆偏转角的二倍,即放大一倍,此即光杠杆名称的由来.

图 0－2－11

光线偏转角 2θ 的测量,通常使用尺度望远镜.

尺度望远镜如图 0－2－12 所示,由一望远镜(T)和一直尺(S)组成.

测量时,将尺度望远镜置于光杠杆正前方约 1.5～2 m 远处,直尺在铅直方向,仪器调好后,可从望远镜中看到经反射镜反射的直尺 S 的像. 如图 0－2－13,反射镜在 M_1 位置时,直尺上刻度 A_1 和望远镜中的水平丝相重,反射镜转到 M_2 时,刻度 A_2 和水平丝相重. 当 2θ 较小时,下式成立:

$$2\theta \approx \frac{|A_2 - A_1|}{d_2} \qquad (0-2-2)$$

式中 d_2 为直尺到反射镜 M 的距离. 综合(0－2－1)、(0－2－2)

二式得出

$$\delta = \frac{d_1 \cdot | A_2 - A_1 |}{2d_2} \qquad (0-2-3)$$

利用光杠杆测量微小长度变化量 δ 就是根据此式进行的. 从式中可以看到,测量的精细程度由 d_1、d_2 的大小以及从尺上读数(A_1、A_2)的粗细决定. 设 $d_2 = 150.0$ cm, $d_1 = 3.000$ cm, $A_2 - A_1 = 0.01$ cm,则

$$\delta = \frac{3 \times 0.01}{2 \times 150} \text{ cm} = 0.000\,1 \text{ cm} = 0.001 \text{ mm}$$

若制成 $d_1 = 1$ cm 的光杠杆,可以测出 0.000 3 mm 的变化. 但是必须注意,测量时的 θ 及 2θ 都比较小才可以.

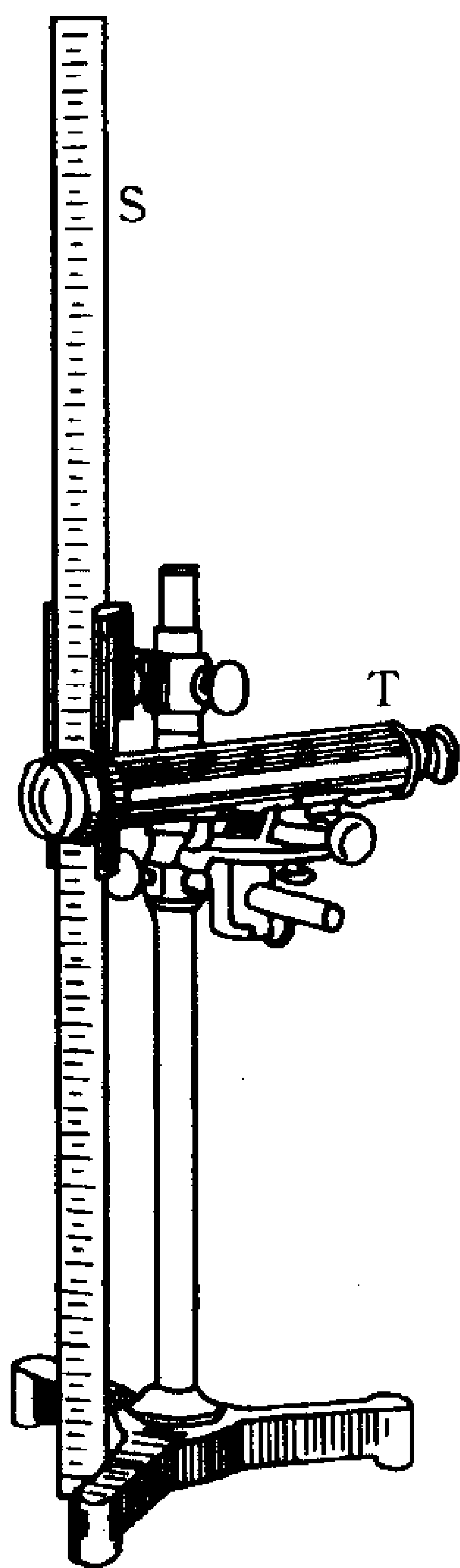


图 0-2-12

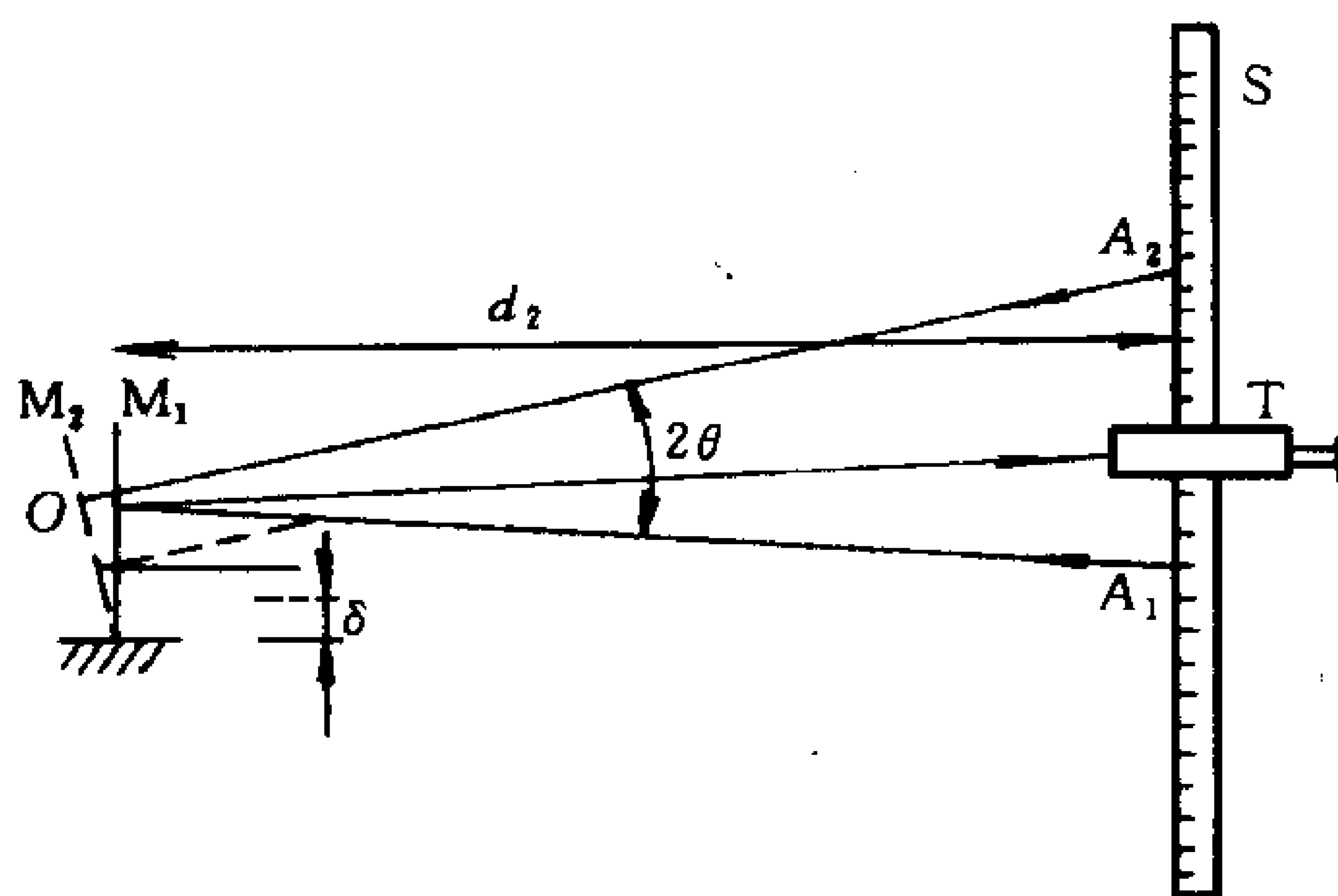


图 0-2-13

光杠杆及尺度望远镜的调节

(1) 安置光杠杆使其三足尖大体上在同一水平面上;

(2) 在光杠杆前方 1.5～2.0 m 远处,放置尺度望远镜,使直尺竖直,望远镜指向反射镜 M;

(3) 伸缩望远镜目镜看清十字丝(十字丝在镜筒中目镜前方);

(4) 使光杠杆反射镜直立,使其法线大体指向望远镜;

(5) 如图 0－2－14(a),在望远镜外侧观察 M 镜,改变眼睛位置;看到镜中出现尺的像;

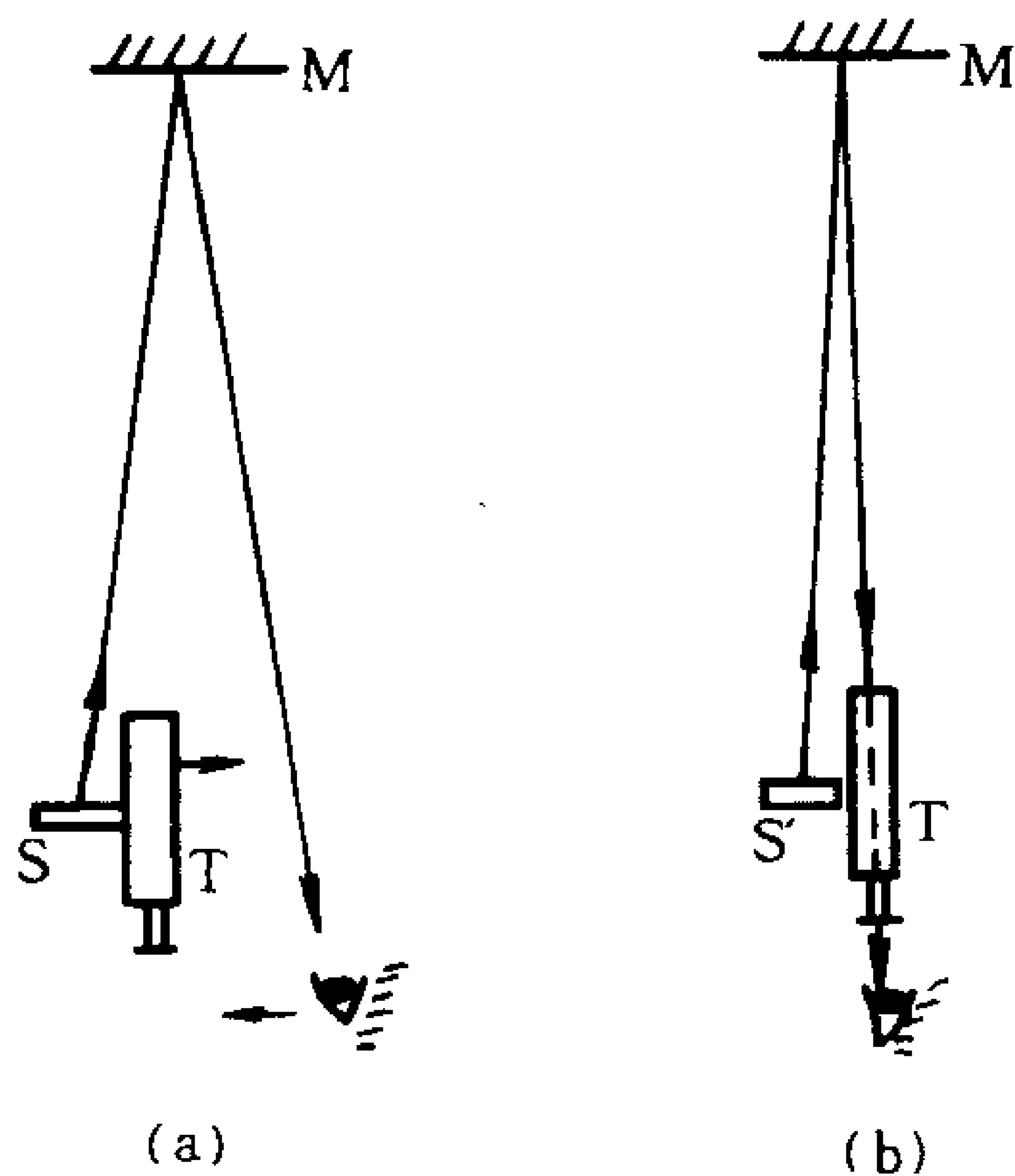


图 0－2－14

(6) 在保持眼睛始终看见M镜中有S尺像的条件下,移动尺度望远镜和眼睛,将望远镜移到视线方向(图 0－2－14(b));

(7) 调望远镜聚焦,通过望远镜看见直尺的像(有时还要稍许调整望远镜的方向);

(8) 细调聚焦使 S 尺刻度的像和望远镜中水平丝的像无视差(上下稍许移动眼睛,刻度线与水平丝之间不出现相对移动就是无视差).

在上述几点中,(5)、(6)两步骤是关键,如果明确其意义,细心

去调，很快就可调好．有些学生一开始就想通过望远镜去找像，结果费时很多，还可能找不到．

§2-5 停　表

停表(秒表)是测量时间间隔的常用仪表，表盘上有一长的秒针和一短的分针(图 0-2-15)，秒针转一周，分针转一格．停表的分度值有几种，常用的有 0.2 s 和 0.1 s 两种．停表上端的按钮是用来旋紧发条和控制表针转动的．使用停表时，用手握紧停表，大拇指按在按钮上，稍用力即可将其按下．按停表分三步：第一次按下时，表针开始转动，第二次按就停止转动，第三次按下表针就弹回零点(回表)．

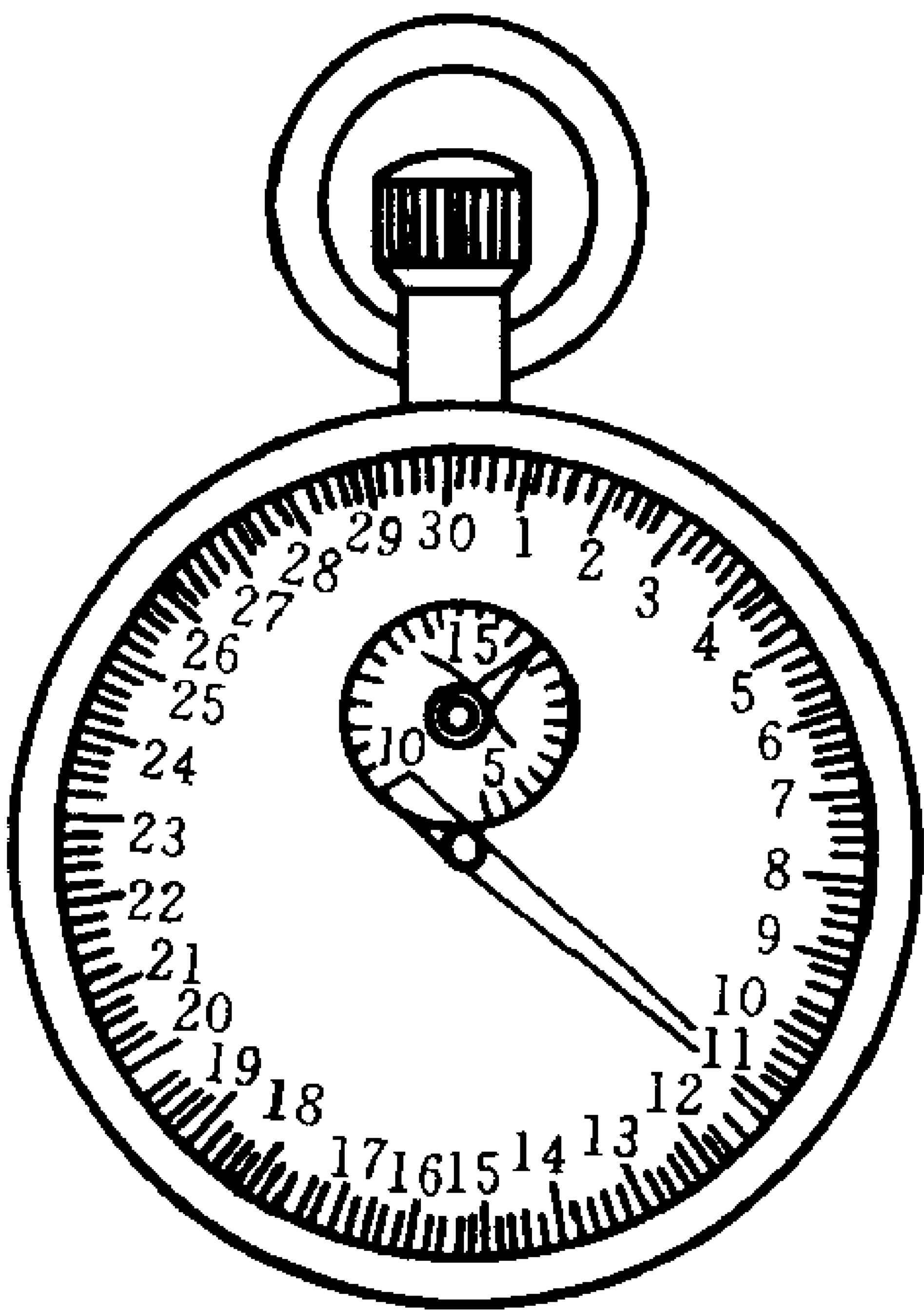


图 0-2-15

使用停表时的注意事项：

1. 使用前先上紧发条，但不要过紧，以免损坏发条；

2. 按表时不要用力过猛，以防损坏机件；

3. 回表后，如秒针不指零，应记下其数值(零点读数)，实验后从测量值中将其减去(注意符号)；

4. 要特别注意防止摔碰停表，不使用时一定将表放在实验台中央的盒中．

§2-6 电子计时器

实验室常用的电子秒表和数字毫秒计都是电子计时装置，它们的基本原理是相同的．

1. 数字毫秒计

机械停表计时是以摆轮的扭动周期为标准，电子计时器的计时是以石英晶片控制的振荡电路的频率为标准. 常用的数字毫秒计的基准频率为 100 kHz，经分频后可得 10 kHz、1 kHz 和 0.1 kHz 的时标信号，信号脉冲的时间间隔分别为 0.1 ms、1 ms 和 10 ms. 数字毫秒计上的时间选择档，就是对这几种信号的选择. 如选用 1 ms 档，而在控制时间内有 1 893 个 1 ms 时标信号进入计数电路，则显示为 1.893，即 1.893 s.

信号源可以连续输出等间隔的电脉冲信号，但是它不一定能进入计数电路(图 0-2-16). 信号源与计数电路之间有一门控电路，它的“开”或“关”可以使脉冲信号“通过”或“中断”，因而进入计数电路脉冲的个数，等于门控电路从“开”到“关”这段时间内信号源发出脉冲的个数. 即仪器显示时间等于从“开”到“关”的时间.

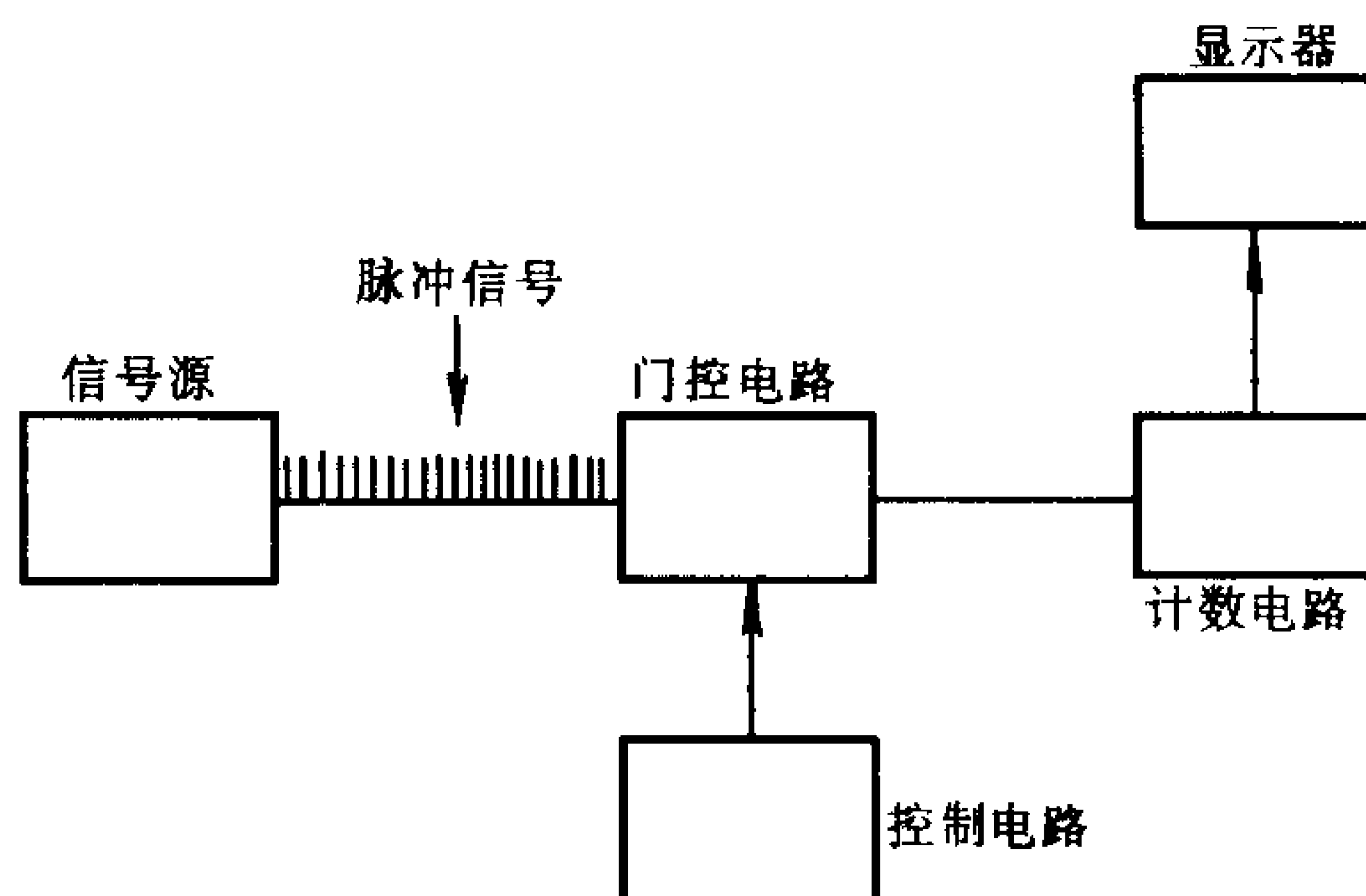


图 0-2-16

对门控电路“开”和“关”的控制有两种方式：

机控　用机械开关发出控制信号. 将面板上换档开关，从光控档拨到机控档，将机械开关的两端插入“机控”插孔(图 0-2-17)，开关 K 闭合时开始计时，K 断开时停止计时.

光控　用光电管控制. 将换档开关从机控拨到光控，将光电门(两个)的光电管插头插入“光控”插孔，照明灯的插头插入低压

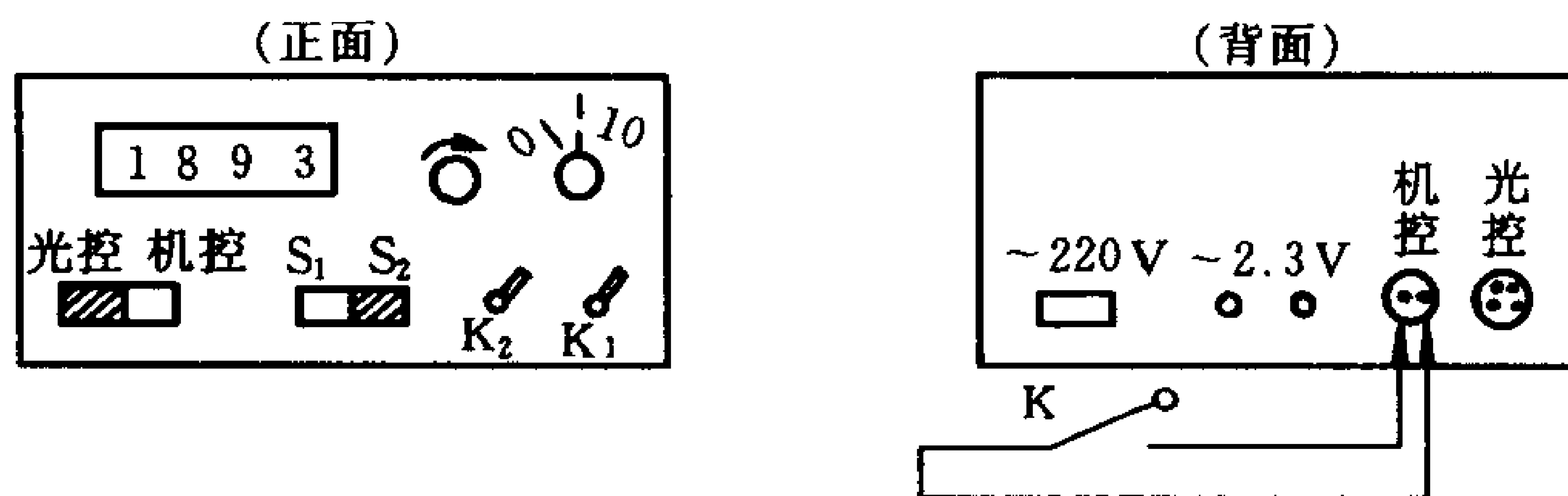


图 0-2-17

输出插孔(~2.3 V)."光电门"由一个光电管 P 和一个聚光灯 L 组成,当光电管受光照时,电阻下降到零,电路导通,如光照受阻,则光电管电阻极大,电路近似断开,因而"光电门"相当于一个开关(图 0-2-18).

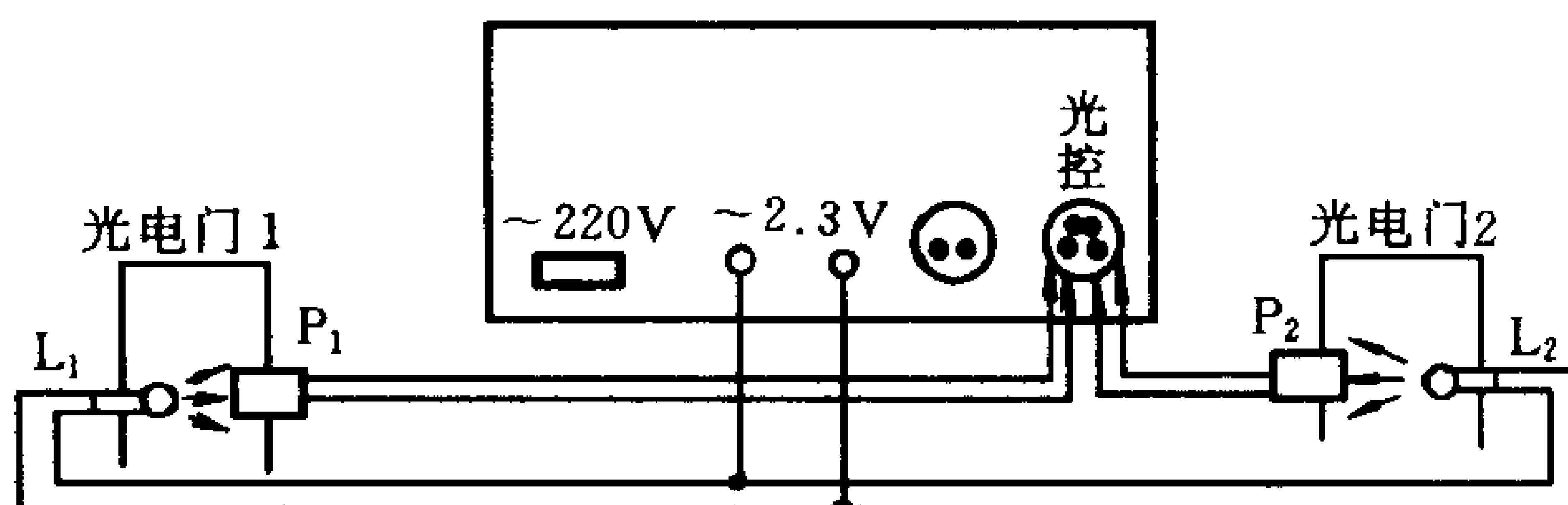


图 0-2-18

光控又分 S_1 和 S_2 两档,S_1 档可测任一光电门的挡光时间长度,S_2 档可测两次挡光(一个光电门挡两次,或二光电门各挡一次)之间的时间间隔.

如果实验只用一个光电门,可将另一个去掉,但是联接光电管的二导线要短接.

接上光电门后,数字毫秒计不能正常工作时,问题可能是:光照不良、光电管极性接反、导线故障、毫秒计内部故障、光电管老化等,可逐项检查.

用数字毫秒计,测完一个数值后,要将显示器置零方可测下一个数,否则两次数要累加在一起,面板上的 K_2 是手动置零."延时

调节”是自动置零时控制显示时间长度的.

国内有许多厂家生产数字毫秒计,其面板形式和功能互有差异,这里介绍的只是基本形式和功能.

2. 电子秒表

电子秒表和数字毫秒计的原理相同,但它只用手动按钮控制. 共有三个按钮,S_1 为秒表按钮,按一次 S_1 开始计时,再按一次则停止计时,显示的是时间间隔. 如图 0-2-19 所示为 0 min 17.25 s. S_2 为功能转换按钮. S_3 为置零按钮.

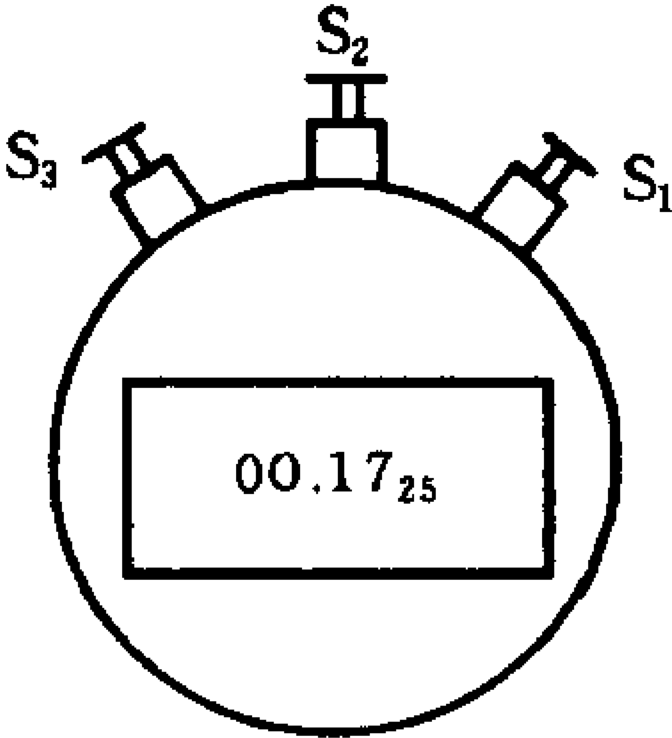


图 0-2-19

§2-7 天　　平

天平是实验室称衡物体质量用的仪器. 多数天平是一种等臂杠杆,在天平梁上对称地在同一平面上排列三个刀口 $B_1B_0B_2$,梁(包括指针)的质心 C 在中央刀口的稍下方. 当天平偏向某一方时,则作用在梁的质心处的梁的重力 m_0g,将产生向相反方向的恢复力矩,使天平出现左右摆动(图 0-2-20).

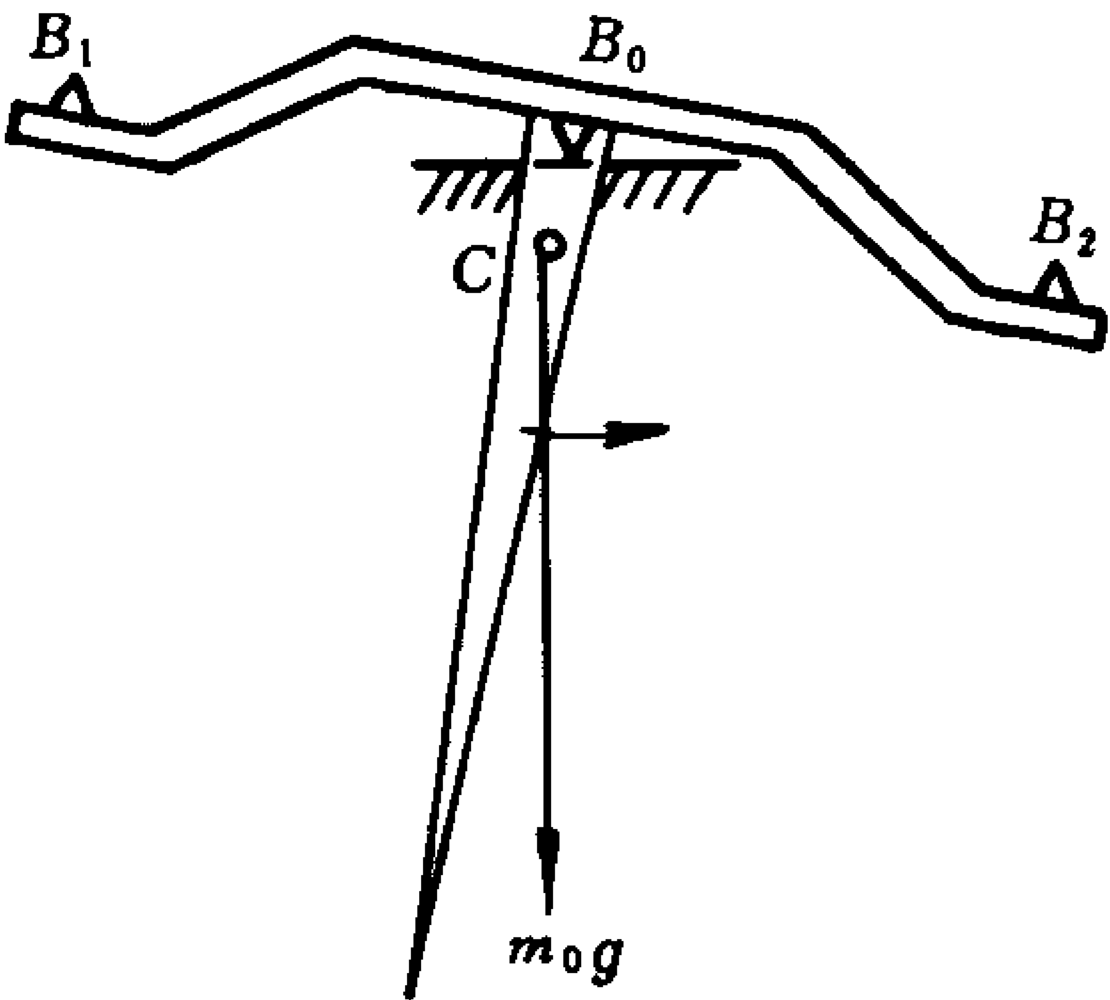


图 0-2-20

表示天平性能的指标中,最大载量和灵敏度是主要的. 最大载量由梁的结构和材料决定,天平灵敏度则由臂长($\overline{B_1B_0}$、$\overline{B_2B_0}$)、指针长度、梁的质量(m_0)和质心到中央刀口 B_0 的距离决定. 计量仪器的灵敏度是该仪器对被测的量的反应能力. 灵敏度 S 用被观测变量的增量与其相应的被测量的增量之比去表示,对

于天平，被观测变量为指针在标尺上的位置，被测量为质量．当天平一侧增加一小质量 Δm 时，指针向另一侧偏转 n 个格(div)，则天平灵敏度 S 等于

$$S = \frac{n}{\Delta m}\left(\text{单位}:\frac{\text{div}}{\text{单位质量}}\right) \qquad (0-2-4)$$

其中单位质量，对于灵敏度低的取 g，灵敏度高的则取 10 mg 或 1 mg.

天平的种类很多，例如有① 上皿天平：秤盘在上侧，灵敏度较低；② 不等臂天平：特殊设计的两臂长差很多，用特制砝码；③ 单臂天平：只有一个秤盘，被测物及砝码在同一侧；④ 阻尼天平：在梁上挂上专门的阻尼盒，使天平的摆动能迅速停止；⑤ 电光阻尼天平：利用游标原理，能比较准确地读出指针的位置.

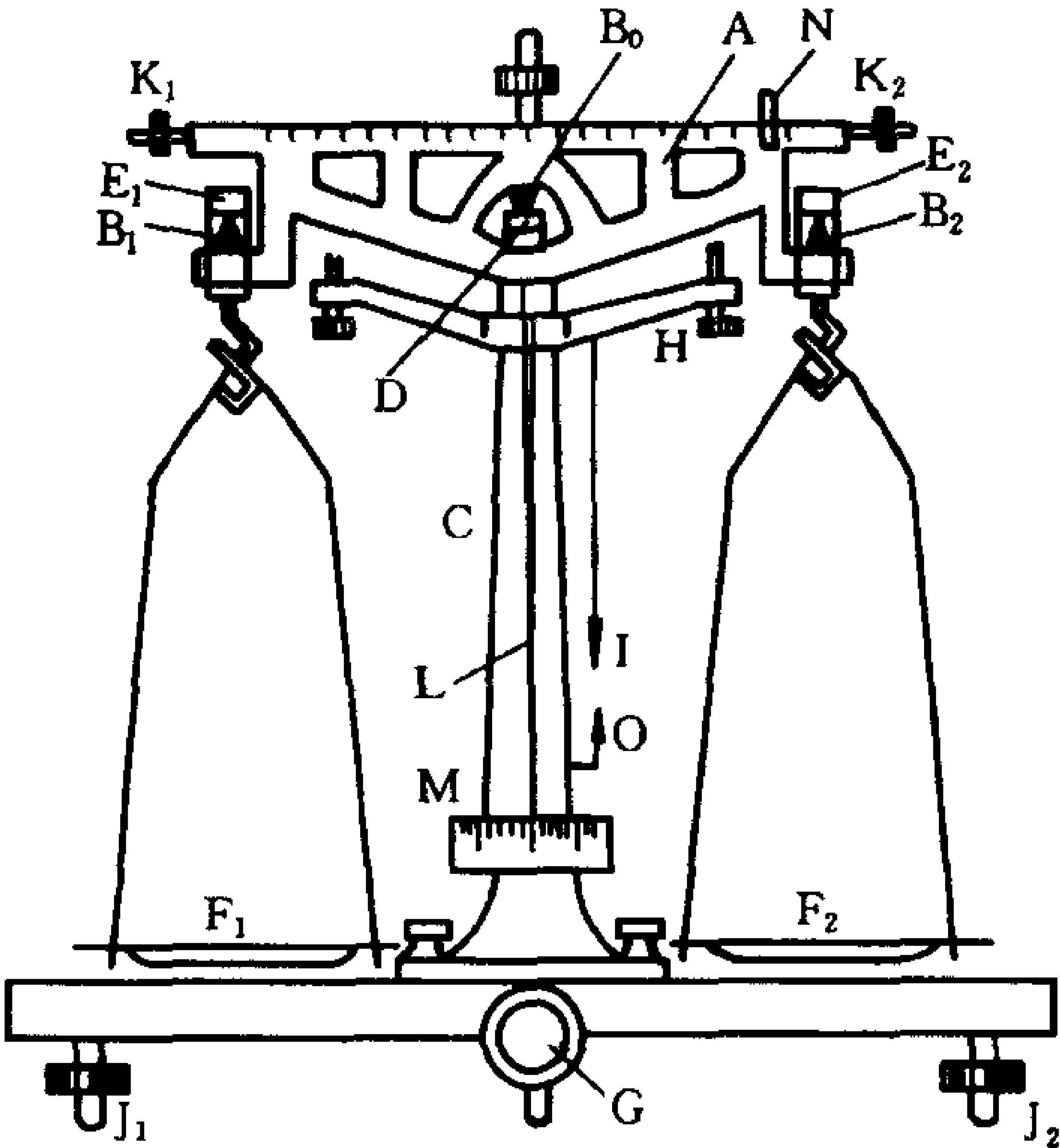


图 0－2－21

A	梁	F_1、F_2	秤盘	K_1、K_2	调平螺丝
B_0、B_1、B_2	刀口	G	止动旋钮	L	指针
C	立柱	H	止动架	M	标尺
D	刀承	I	铅锤	N	游码(100 mg)
E_1、E_2	吊耳	J_1、J_2	底脚螺丝	O	铅锤准针

图0－2－21是物理天平，灵敏度在1 div/10 mg附近，图0－2－22是阻尼分析天平，灵敏度在1 div/mg附近.

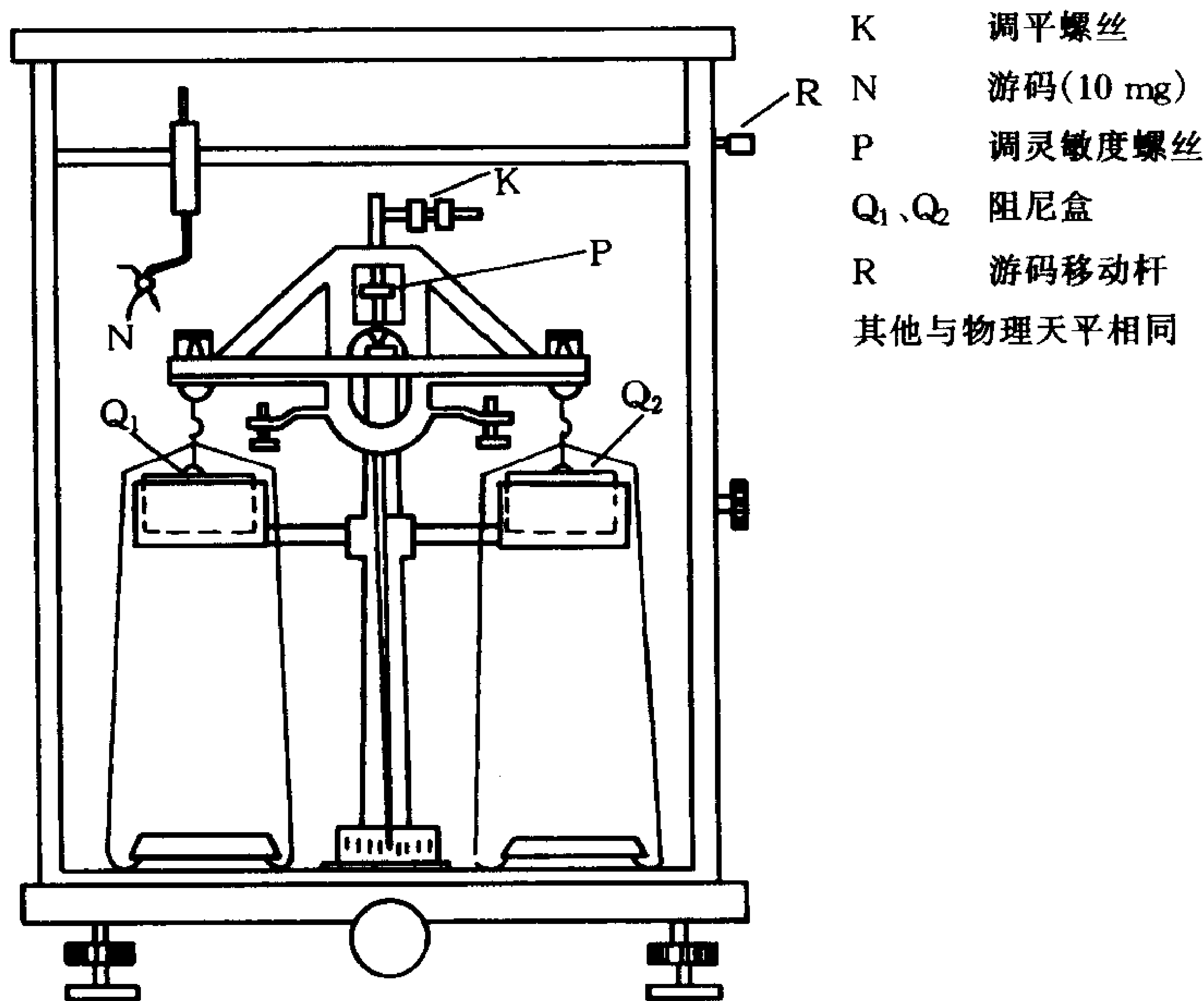


图0－2－22

使用天平前的调整

1. 调水平

调天平的底脚螺丝，观察铅锤或圆气泡水准器，将天平立柱调成铅直.

2. 调零点

空载时支起天平，若指针的停点和标尺中点相差超过1分格时，可调梁上的调平螺丝将其调回. 此操作要在落下天平梁时进行.

操作规则

使用天平时必须遵守操作规则，为的是使测量工作能顺利进

行，并保证测量的准确性，同时也是为了保护天平的灵敏度．操作时的注意事项如下：

1．只有当要判断天平哪一侧较重时，才旋转止动旋钮支起横梁，并在判明后慢慢将其止动．不许可在横梁支起时，加减砝码、移动游码或取放物体，以防止天平受到大的震动损伤刀口．

2．被测物放在左盘上，右盘上加砝码．取放砝码时要用镊子，用过的砝码要直接放到盒中原来位置，注意保护砝码的准确性．

3．称衡时，先估计一下物体的重量，加一适当的砝码，支起天平，判明轻重后再调整砝码．调整砝码时，一定要从重到轻依次更换砝码，不要越过重的先加小砝码，那样往往要多费时间，或者出现砝码不够用的情形．（称衡过程中要经常检查吊耳的位置正常否？）

4．称衡后，要检查横梁是否已落下，横梁及吊耳的位置是否正常，砝码是否按顺序摆好，以使天平始终保持正常状态．

5．精密天平放在玻璃箱中，取放物体、加减砝码时，打开侧门，并随时关上，正门一般不开，主要是防止由于空气流动引起天平的不正常摆动．

精密称衡时的系统误差

1．不等臂引入的系统误差

假设天平横梁的左右二臂有稍许差异，左侧长 l_1，右侧长 l_2．将质量 m 的物体置于左盘上称衡，右盘上加砝码 m_1 时横梁水平，将物体置于右盘上称量时，左盘上加砝码 m_2 时横梁水平，则必定有

$$mgl_1 = m_1gl_2,\ m_2gl_1 = mgl_2 \qquad (0-2-5)$$

二式相除消去 g、l_1 和 l_2，得出

$$\frac{m}{m_2} = \frac{m_1}{m}$$

即

$$m^2 = m_1m_2$$

所以

$$m = \sqrt{m_1 m_2}$$

实际上 m_1 和 m_2 相差甚小. 为了计算简便,令 $m_2 = m_1 + \Delta m$,并将其代入上式得

$$m = m_1\left(1 + \frac{\Delta m}{m_1}\right)^{1/2}$$

展开上式,取一级近似可得

$$m = m_1\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta m}{m_1}\right) = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \qquad (0-2-6)$$

2. 空气浮力引入的系统误差

假设天平是等臂的,当天平平衡时,由于砝码密度 ρ_1 与被测物密度 ρ_2 一般不等,所以物体质量 m_2 与砝码质量 m_1 并不相等,这时成立

$$m_2 g - \frac{m_2}{\rho_2}\rho_0 g = m_1 g - \frac{m_1}{\rho_1}\rho_0 g$$

式中 ρ_0 为空气的密度,g 为重力加速度. 整理后可得

$$m_2 = m_1 \frac{1 - \rho_0/\rho_1}{1 - \rho_0/\rho_2}.$$

由于 ρ_1 和 ρ_2 均远大于 ρ_0,得近似式为

$$m_2 = m_1\left[1 + \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right)\rho_0\right] \qquad (0-2-7)$$

计算时取 $\rho_0 = 1.2 \times 10^{-3}\,g/cm^3$,国家规定砝码标称密度 ρ_1 为 8.0 g/cm^3 .

3. 砝码质量不准引入的系统误差

国家规定工厂生产的砝码,可有不超过与砝码等级规定的误差,又由于使用时的磨损,误差将增加,所以砝码的实际质量与它的标称值(即刻在砝码上之值)不会相等. 精密砝码应定期送国家计量部门重新检定,给出每个砝码的不确定度.

4. 观测者的个人误差

这种误差是由于个别观测者的特性引起的. 可通过换人测量去发现.

§2-8 约利弹簧秤

约利弹簧秤如图 0-2-23 所示,是弹簧秤的一种. 它的主要部分是一立柱 A 和一有毫米刻度的圆柱 B. 在 A 柱的上端固定一游标 V,B 上挂一弹簧 D. 转动旋钮 E 可以升降 B 和 D. G 为十字形金属丝,M 为平面镜,镜面上有一标线. 实验时,使十字线 G 的横线及其在平面镜中的像以及镜面标线三者始终重合,这样可保持 G 的位置不变. H 为一平台,它可由螺旋 S 升降,在升降时平台不转动. I_1、I_2 为秤盘.

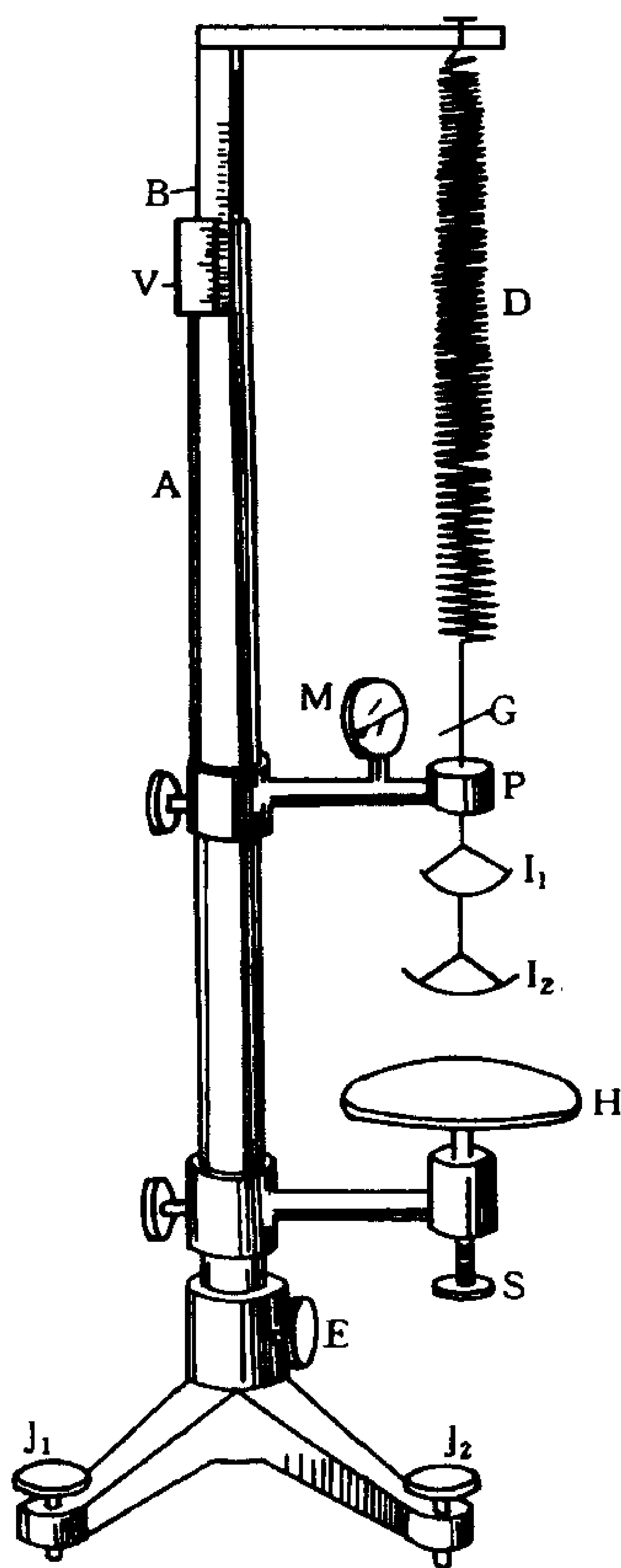


图 0-2-23

普通弹簧秤是上端固定,在下端加负载后则向下伸长. 约利弹簧秤则与之相反,它是控制弹簧的下端(G)的位置保持一定,加负载后,则向上拉伸弹簧确定伸长值. 设在力 F 作用下弹簧伸长为 L,则根据胡克定律,可知

$$F = kL$$

式中 k 为弹簧的劲度系数,它表示弹簧伸长单位长度时的作用力的大小,单位为 $N \cdot m^{-1}$.

约利弹簧秤上常附有几个 k 值不同的弹簧,根据实验时所

测力的最大值及测量精密度的要求而选用劲度系数恰当的弹簧.

在测量固体或液体密度、表面张力实验中常使用约利弹簧秤.弹簧下设两个秤盘就是为测量密度时用的.

使用时先调底脚螺丝 J_1、J_2 使弹簧下的吊线正好通过 P 孔的中间.

§2-9 温 度 计

具有随温度而变化特性的物体,都可用来制造温度计. 如:

气体温度计、液体温度计、固体温度计——利用体积与温度的关系.

铂电阻温度计、热敏电阻温度计——利用电阻与温度的关系.

温差电偶温度计　利用热电动势与温度的关系.

光学高温计　利用辐射与温度的关系.

各种温度计有不同的适宜测温区域,实验时要根据温度的高低和被测物体的状态,选取适当的温度计.

1. 水银温度计

水银温度计属液体温度计,在带有毛细管的玻璃泡中封入一定质量的水银,在温度升高时,由于水银的体胀系数大于玻璃的体胀系数,我们看到毛细管中的水银丝上升.

纯净的水银,在一大气压下从 -38.87 ℃ 到 356.58 ℃ 是液体,而且有比较均匀的体胀系数,另外对玻璃又不浸润,所以很适合作为测温物质.

温度计要反复使用,温度计的玻璃泡也要反复经历膨胀与收缩的形变,要求在此变化过程中残留形变尽量小,因此温度计的玻璃均使用专门设计的.

实验室使用的温度计有以下一些规格：

（1）二等标准温度计

一般是7支一组，从−30℃到350℃，分度值为0.1℃，可作为实验室校准液体温度计用．每支温度计均有检定证书，应当每过一段时间再送计量部门去复检．

（2）实验玻璃水银温度计

是实用的比较精密的水银温度计，从−30℃到300℃分为6支，分度值为0.1℃．

（3）普通玻璃水银温度计

测量范围有许多种，分度值多数是1℃或0.5℃．

（4）贝克曼水银温度计

是实验室用于精细测量温度变化的温度计，分度值为0.01℃，测量范围只有5℃，但是测量温度的起点可在一定范围内调节．

水银温度计的误差与校正：

（1）二定点的校正

在制造玻璃水银温度计时，玻璃中总会残留些应力，它将使温度计的玻璃逐渐有些微小的变形，致使校准过的温度计经过一段时间后，其校准值又出现偏差，因此温度计的校准要定期进行．

温度计的校准，一般在实验室是进行水的冰点和沸点这二定点的校正．

冰点校正

将蒸馏水制造的冰做成冰屑，放到清洁的冰点计（图0−2−24）中，压紧后，倒入蒸馏水，用一清洁的玻璃棒插入冰屑中形成一空洞，将温度计插入洞中，使0℃刻线刚刚露在上面，将多余的水从下面放出．

经过约10 min，如果示值稳定就读出温度计示值为Δ_0，它即0℃时温度计的指示值．

沸点校正

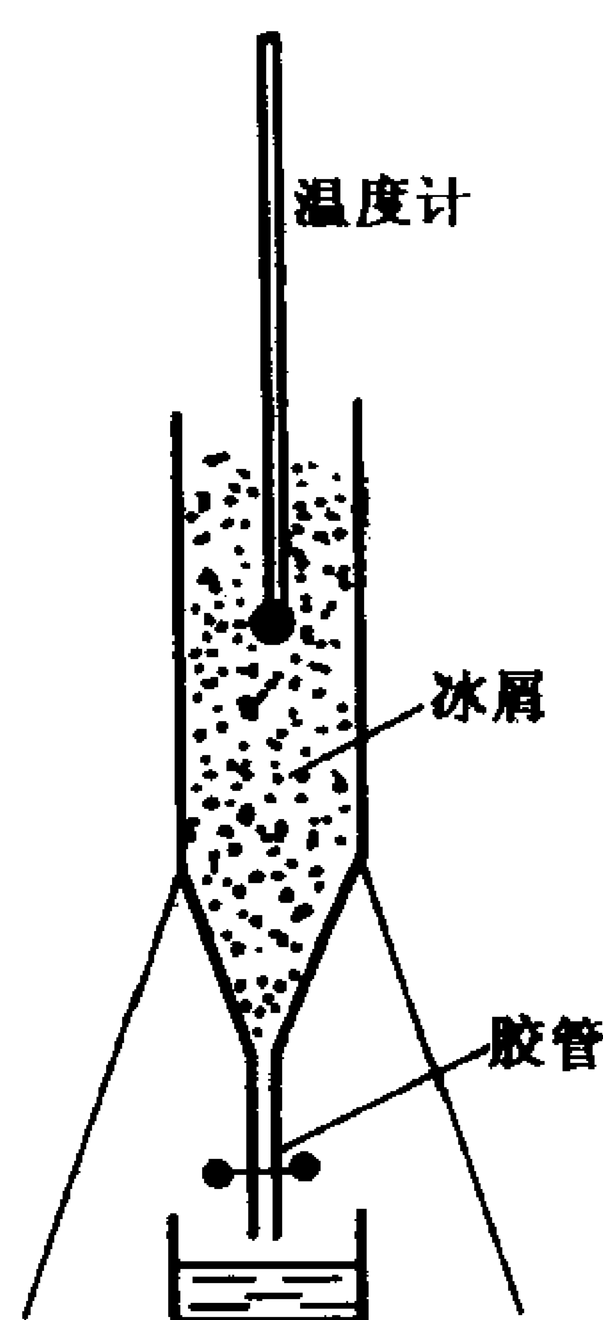


图 0－2－24

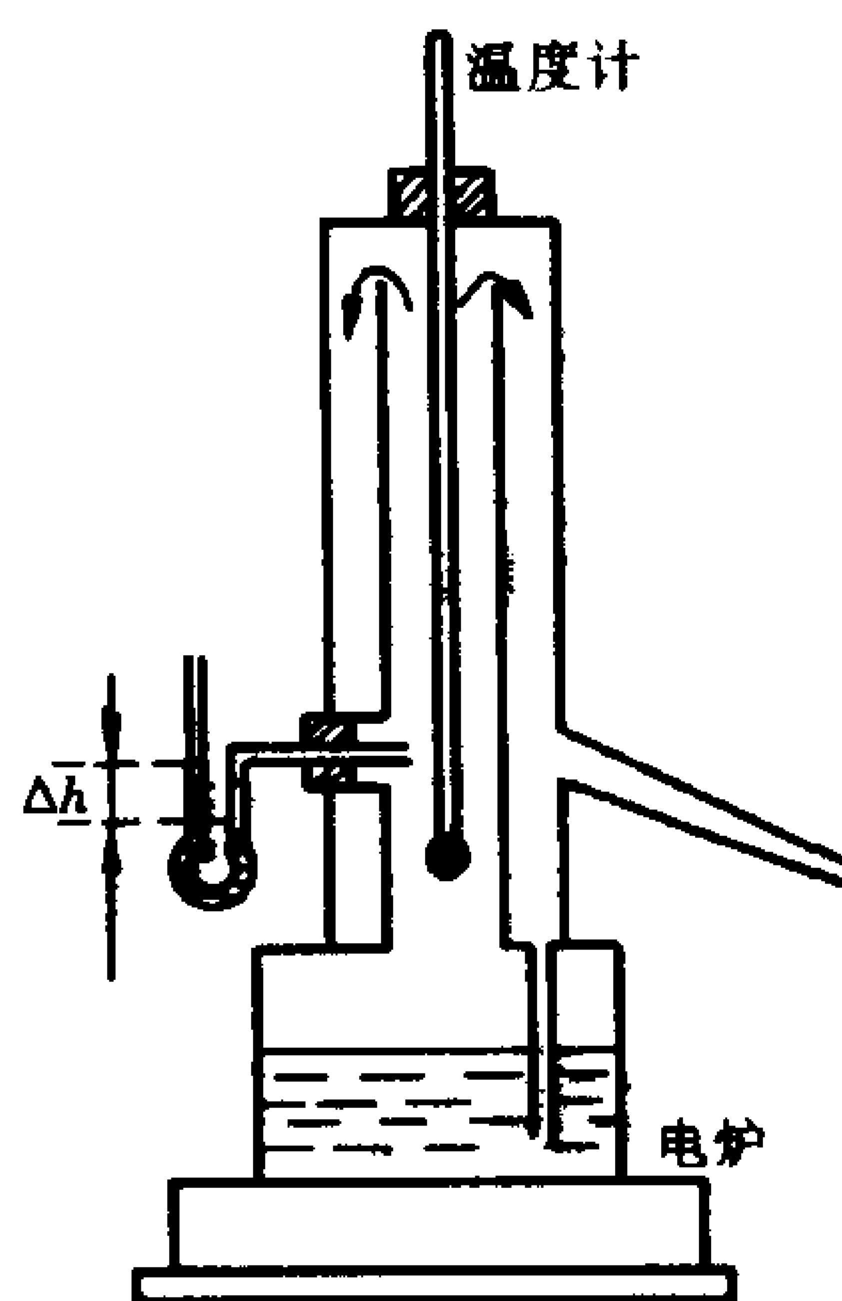


图 0－2－25

图 0－2－25 为沸点计，用以在水的沸点对温度计进行定点校正.

将温度计插入筒中，只露 100 ℃附近的几度. 用电炉或煤气炉加热，待水沸腾 10 min 后，如果示值稳定就可读出温度计指示值 θ，水压计读数 Δh(cm)及气压计读数 p(Pa)，则指示值 θ 对应的准确温度为 θ_0，则

$$\{\theta_0\}_{℃} = 100 + 2.753 \times 10^{-4}(\{p\}_{\mathrm{Pa}} - 101\ 324 + \{\Delta h\}_{\mathrm{cm}} \times 9.8) \tag{0-2-8}$$

式中 $\{\theta_0\}_{℃}$ 表示 θ_0 以℃为单位时的数值，$\{p\}_{\mathrm{Pa}}$ 表示 p 以Pa为单位时的数值，$\{\Delta h\}_{\mathrm{cm}}$ 表示 h 以cm为单位时 Δh 的数值.

经过二定点校正，可求出温度计刻度的每 1 ℃的实际温度差 a 等于

$$a = \theta_0/(\theta - \Delta_0) \tag{0-2-9}$$

使用 0 ℃读数为 Δ_0，刻度每 1 ℃的实际值为 a 的温度计，测得一温度的温度计读数为 t'，则其实际温度 t 为

$$t = (t' - \Delta_0) \cdot a \tag{0-2-10}$$

(2) 水银温度计露出部分的补正

制造水银温度计时的刻度,有的是将温度计全部浸入温度已知的介质中进行,称为全浸式温度计;有的是将温度计的局部浸入介质中进行,称为局浸式温度计.

在使用全浸式温度计测温度时,必需将温度计全部(指水银部分)浸入测温介质中,如果由于实际情况做不到这一点就会引入误差,因此要作露出部分补正.

设温度计读数为 t,露出部分周围的气温为 t',露出部分的刻度数为 n,水银的体胀系数为 β,玻璃的线胀系数为 α,则所测的实际温度 θ 为

$$\theta = t - n + n\frac{1+\beta(t-t')}{1+3\alpha(t-t')}$$

$$\approx t + (\beta - 3\alpha)(t-t')n \qquad (0-2-11)$$

式中 $(\beta-3\alpha)(t-t')n$ 为露出部分修正值, θ、t 均以℃为单位.

(3) 滞留与迟后问题引入的误差

温度计的上部是很细的毛细管,在升温和降温时,毛细管中水银丝上部的形状不同,在温度变化时,总有滞留现象,在测量温度读数时,应轻轻叩一叩温度计再读数. 另外由于热传导速率的影响,热容量的影响,温度计的示值常迟后于实际温度,因而在待测温度变化较快时,不宜于使用水银温度计,可以改用反应迅速的温差电偶去测量.

2. 温差电偶温度计

将A、B两种成分不同的金属丝的两端,分别紧密联在一起(图0-2-26),当两接点处的温度 t_1、t_2 不等时,在回路中产生温差电动势,并且有电流流过. 温差电动势的大小和两端温差的大小、两金属成分以及接触状态有关. 对于A、B一定的二金属,接触比较理

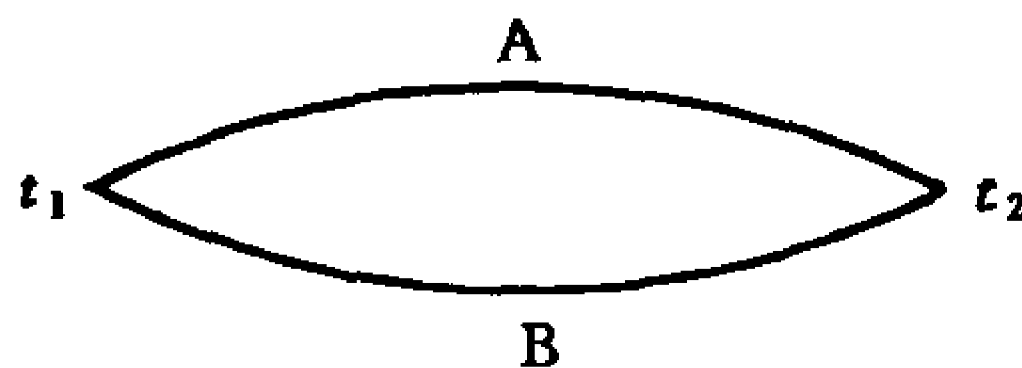


图0-2-26

想时，温差电动势与温差之间有稳定的关系．温差电偶温度计就是利用此规律去测温差的．

(1) 温差电偶所用金属

温差电偶所用的金属如下表：

温差电偶	组　　成	测温范围/℃
铜－康铜	铜(100%)，康铜(Cu60%，Ni40%)	－200～500
铁－康铜	铁(100%)，康铜(Cu60%，Ni40%)	－200～600
镍铬－镍铝	镍铬(Ni90%，Cr10%)，镍铝(Ni94%，Al3%，其他)	－200～1 000
铂铑－铂	铂铑(Pt87%，Rh13%)，铂(100%)	－180～1 600

(2) 使用方法

一般如图 0－2－27(a)联接，当温差电偶之一的金属为铜时则可如图 0－2－27(b)联接．一般冷端要放在冰、水混合的容器中．对图 0－2－27(a)，二低温端的温度要相同．

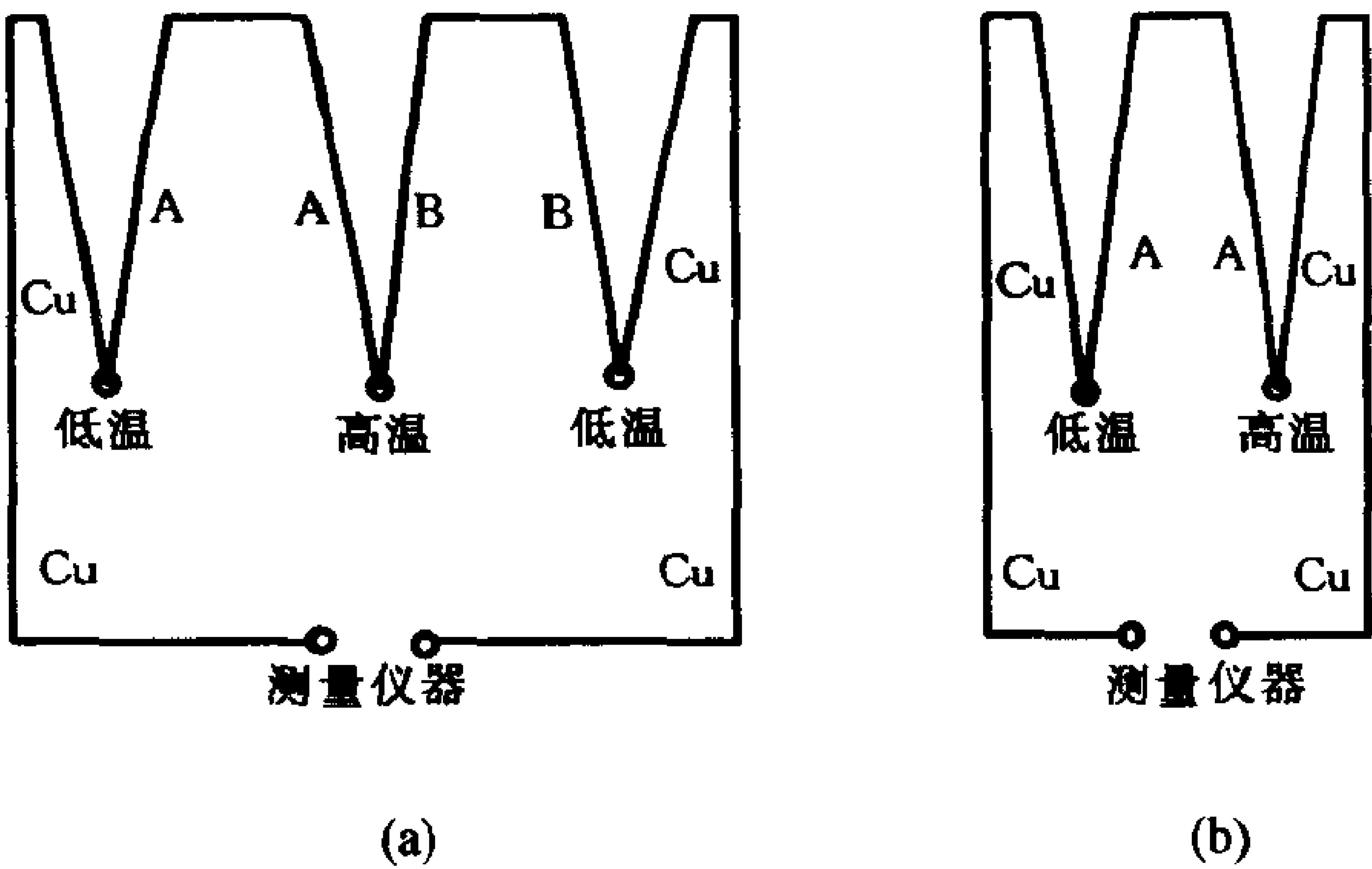


图 0－2－27

温差电动势的测量，在精密测量中应使用电位差计，要求较低时可使用毫伏计．在用毫伏计测量时，电路的电阻对测量有影响．

§2-10 水银气压计

在水银气压计中，大气压强由水银柱的压强所平衡. 测出水银柱的高，便得出大气压之值. 实验室常用的是福廷式水银气压

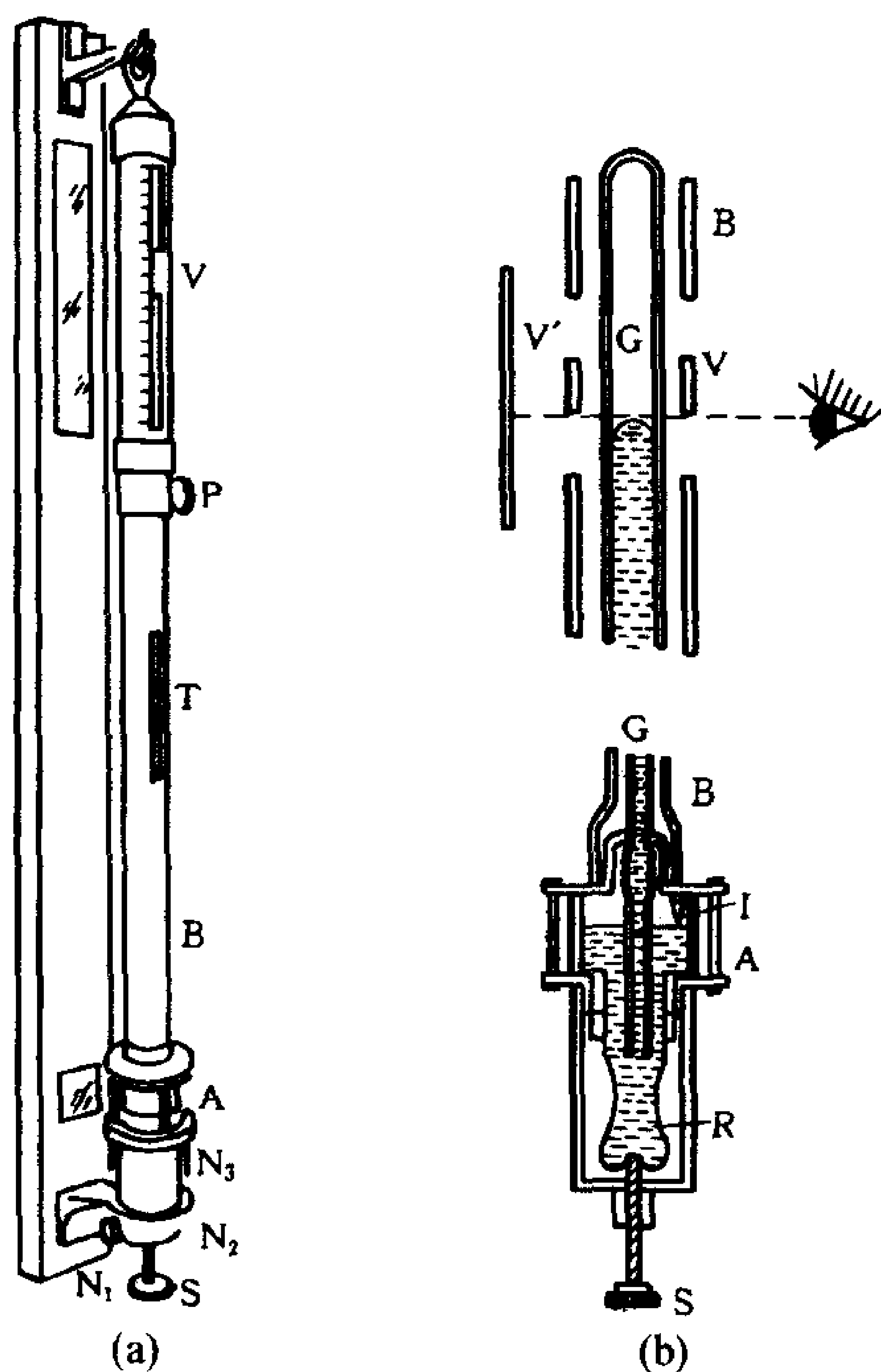


图 0-2-28

计如图 0-2-28 所示，(a)为其整体图，(b)为上、下部分的断面图. 水银槽的上部为玻璃圆筒 A，下部为水银囊 R，螺旋 S 可调节水银槽中水银面的高低. 水银槽的盖上有一向下的象牙尖 I，测气压时和定零点时必须使象牙尖 I 和水银面刚好接触. 装水银的玻璃管 G 置于黄铜筒 B 中. 在 B 的上部窗口露出一部分玻璃管，用以测量水银面的位置. 转动 P 可上下移动游标 V. 当 V 的下沿连

线和水银柱顶端相切时，从游标读出的标尺读数，为水银面上水银柱的高度，即大气压强. T为温度计，测量室温时用.

测量步骤如下：

1. 读出气压计上温度计 T 的数值.

2. 松开气压计下部的三个螺旋 N_1、N_2、N_3，使气压计自由下垂，在保持气压计铅直方向不变的条件下，重新将三螺旋拧紧.

3. 用 S 调节水银面的位置达到和象牙尖 I 刚接触为止. 可通过观察 I 和 I 在水银面中的象去判断. 这一步骤对测准气压值很重要，要仔细检查. 这时，气压计标尺的零点刚好在水银面上.（实际上象牙尖的尖端为标尺的零点.）

4. 旋动 P 慢慢下移游标，直至 V、V′的连线与水银柱凸面的顶端相切.

5. 从游标上读出水银柱高度值.

§2-11　干湿泡湿度计

并排放两支温度计T和T′. 将T′的球部包以湿布——湿球

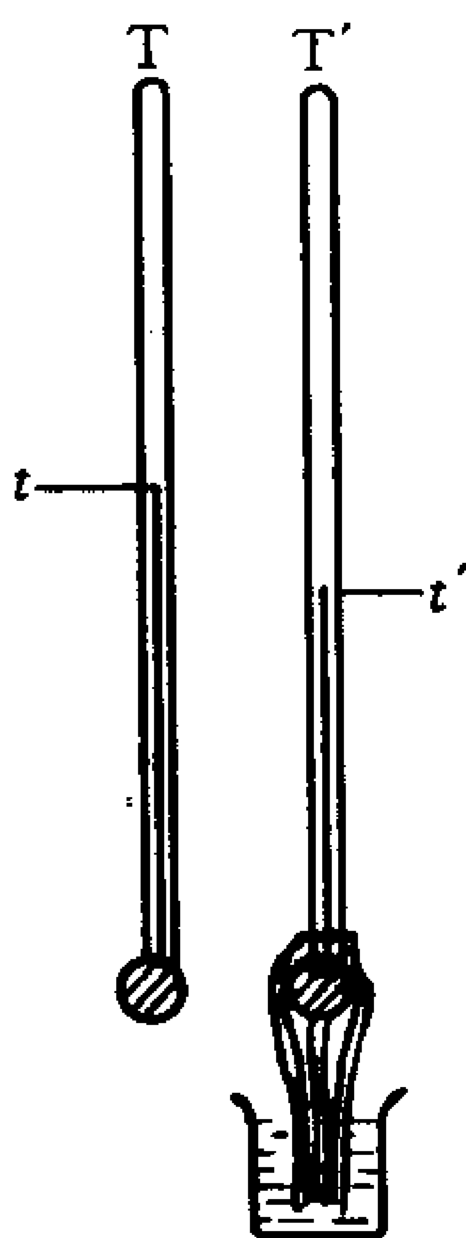


图 0-2-29

(图0-2-29),由于水蒸发时要从周围吸收热量,因此 T' 的示值较另一支 T——干球的示值要低一些,其温差由水的蒸发速度,即大气中现存水蒸汽的多少而定,因而从二温度计的示值可求出当时的湿度.

在干湿泡湿度计上都附有湿度数值表,当读出干泡示值 t 和湿泡示值 t' 后,则用 t 和 $(t-t')$,就可从表上查出该处的相对湿度值.

〔附记〕部分计量器具的中华人民共和国计量检定规程(JJG)摘记　(据1997年目录)

<table>
<tr><th>计量器具名称</th><th>JJG编号</th><th colspan="6">测量范围和允许误差</th></tr>
<tr><td rowspan="4">钢 直 尺</td><td rowspan="4">1—89</td><td colspan="2">尺寸范围
mm</td><td colspan="4">任一线纹至工作端边或末端线纹的示值允差
mm</td></tr>
<tr><td colspan="2">>1~300</td><td colspan="4">±0.10</td></tr>
<tr><td colspan="2">>300~600</td><td colspan="4">±0.15</td></tr>
<tr><td colspan="2">>600~1 000</td><td colspan="4">±0.20</td></tr>
<tr><td rowspan="3">钢 卷 尺</td><td rowspan="3">4—89</td><td colspan="2" rowspan="2">示值允许误差
mm</td><td colspan="4">Ⅰ级　Δ=±(0.1+0.1 L)</td></tr>
<tr><td colspan="4">Ⅱ级　Δ=±(0.3+0.2 L)</td></tr>
<tr><td colspan="6">式中,L是以米为单位的长度,当长度不是米的整倍数时,取最接近的较大的整“米”数</td></tr>
<tr><td rowspan="3">游标卡尺</td><td rowspan="3">30—92</td><td colspan="6">尺寸范围/mm　0~300</td></tr>
<tr><td colspan="3">分度值/mm</td><td>0.02</td><td>0.05</td><td>0.10</td></tr>
<tr><td colspan="3">示值误差/mm</td><td>±0.02</td><td>±0.05</td><td>±0.10</td></tr>
<tr><td rowspan="3">千 分 尺</td><td rowspan="3">21—95</td><td colspan="2" rowspan="2">测量范围/mm</td><td colspan="4">示值误差/μm</td></tr>
<tr><td colspan="2">0级</td><td colspan="2">1级</td></tr>
<tr><td colspan="2">0~100</td><td colspan="2">±2</td><td colspan="2">±4</td></tr>
<tr><td rowspan="6">秒　　表</td><td rowspan="6">237—95</td><td rowspan="2">等级</td><td rowspan="2">秒针跳动值</td><td colspan="2">平均分走时差①</td><td colspan="2">最大秒走时差②</td></tr>
<tr><td>15 min</td><td>30 min</td><td>30 s</td><td>60 s</td></tr>
<tr><td rowspan="2">一等</td><td>0.1</td><td>±0.5</td><td>——</td><td>±0.25</td><td>——</td></tr>
<tr><td>0.2</td><td>——</td><td>±1.0</td><td>——</td><td>±0.40</td></tr>
<tr><td rowspan="2">合格</td><td>0.1</td><td>±0.8</td><td>——</td><td>±0.25</td><td>——</td></tr>
<tr><td>0.2</td><td>——</td><td>±1.6</td><td>——</td><td>±0.40</td></tr>
</table>

续表

<table>
<tr><td>计量器具
名　称</td><td>JJG
编号</td><td colspan="7">测量范围和允许误差</td></tr>
<tr><td rowspan="4">电动秒表</td><td rowspan="4">237—95</td><td colspan="2">类型</td><td colspan="2">量程/s</td><td colspan="3">最大固有误差/ms</td></tr>
<tr><td colspan="2">401</td><td colspan="2">0～60</td><td colspan="3" rowspan="2">6</td></tr>
<tr><td colspan="2">405</td><td colspan="2">0～600</td></tr>
<tr><td colspan="2">407(408)</td><td colspan="2">0～10</td><td colspan="3">30</td></tr>
<tr><td>数字式时间间隔测量仪（试行）</td><td>238—95</td><td colspan="7">内部晶振，频率准确度：10^{-5}～10^{-9}
时基：10 ns～100 ms
测量范围：10 ns～1 d
测量误差按下式估算
$T\times$晶振频率准确度＋触发误差＋τ_0
式中：T——所测时间间隔
τ_0——测量时选用的时基</td></tr>
<tr><td rowspan="5">天平砝码</td><td rowspan="5">99—90</td><td colspan="2">准确度级别</td><td colspan="5">3级(F_1)</td></tr>
<tr><td>标称质量值/g</td><td>100</td><td>50</td><td>20</td><td>10</td><td>5</td><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td>质量允差/mg</td><td>±0.5</td><td>±0.30</td><td>±0.25</td><td>±0.20</td><td>±0.15</td><td>±0.12</td><td>±0.10</td></tr>
<tr><td>标称质量值/mg</td><td>500</td><td>200</td><td>100</td><td>50</td><td>20</td><td>10</td><td></td></tr>
<tr><td>质量允差/mg</td><td>±0.08</td><td>±0.06</td><td>±0.05</td><td>±0.04</td><td>±0.03</td><td>±0.02</td><td></td></tr>
</table>

注：

① 平均分走时差——在规定的发条有效工作时间内，对分度盘满度值的标准时间间隔多次测量误差的平均值.

② 最大秒走时差——在规定的发条有效工作时间内，对秒度盘满度值的标准时间间隔多次测量误差的最大值.

实验一　长度测量

目的

1. 练习使用测长度的几种常用仪器；
2. 练习做好记录和计算不确定度.

仪器和用具

米尺、游标卡尺、螺旋测微计、移测显微镜、被测物(滚珠、圆管、毛细管).

实验内容

1. 阅读绪论§2－1，§2－2，§2－3，明确仪器的原理和操作、读数方法，回答下列几个问题：

(1) 从游标卡尺上读数时，怎样读出被测量的毫米整数倍部分？

(2) 螺旋测微计上为什么设置棘轮？

(3) 螺旋测微计和移测显微镜同样是利用螺旋测长度，为什么后者要防止回程误差，而前者没有回程误差？

2. 选用适当的仪器进行以下的测量(记录与计算参照后面的举例)：

(1) 测滚珠的直径.

(2) 测圆管的体积.

(3) 测毛细管的内直径.

(4) 指导教师指定的其他被测物，或你自己感兴趣的被测物.

提示

1. 测直径要作交叉测量，即在同一截面上，在相互垂直的方向各测一次(图 1－1).

2. 为了防止读错数，在用游标卡尺测量之前，先用米尺测一下；用螺旋测微计测量之前，先用游标卡尺测一下；用移测显微镜测量之前，也应先设法粗测一下. 先粗测后精测对各种测量均有益处.

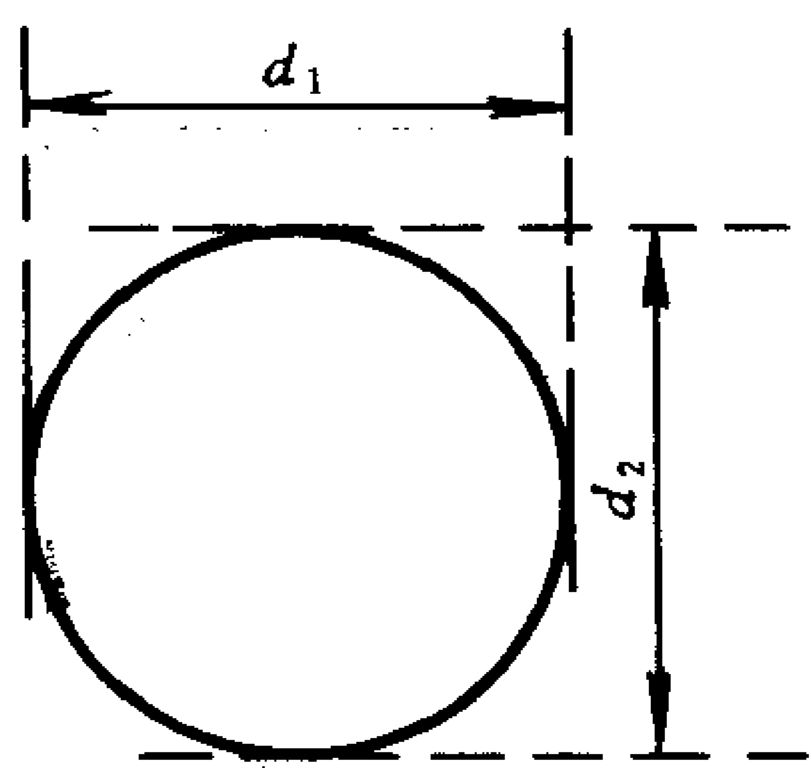


图 1－1

习题

1. 将一钢直尺旁附上一特制的游标，可以成为一游标尺吗？

2. 有一铜丝的直径约 0.05 mm，用什么仪器以及如何测其直径，才能使测量不确定度不大于 0.001 mm？

测量举例(记录与计算)

测圆管体积 V

1. 测管长 l

米尺(No.01)

l/cm	10.04	10.02	10.07	10.04

2. 测管的外径 d_1 和内径 d_2

游标卡尺(No.5321)，零点读数 +0.005 cm

d_1/cm	3.255	3.250	3.260	3.255	3.250	3.255
d_2/cm	2.815	2.825	2.820	2.825		

计算：使用电子计算器

$$l = 10.04 \text{ cm}, \ s(\bar{l}) = 0.01 \text{ cm}$$

游标卡尺零点修正值为 −0.005 cm

$\bar{d}_1 = 3.254$ cm，加零点修正后 $d_1 = 3.249$ cm，$s(\bar{d}_1) = 0.002$ cm

$\bar{d}_2 = 2.821$ cm，加零点修正后 $d_2 = 2.816$ cm，$s(\bar{d}_2) = 0.003$ cm

圆管体积公式：$V = \dfrac{1}{4}\pi(d_1^2 - d_2^2)l$

将 d_1、d_2 和 l 的测得值代入上式，求出体积 V：

$$V = \frac{1}{4}\pi(3.249^2 - 2.816^2) \times 10.04\ \text{cm}^3 = 20.71\ \text{cm}^3$$

标准不确定度的计算：

(1) 求 l 的 $u(l)$

从多次测量 $u_A(\bar{l}_1) = s(\bar{l}) = 0.01$ cm.

从钢直尺(根据 JJG1—89)　$\Delta = 0.10$ mm，$u(l_2) = 0.10\ \text{mm}/\sqrt{3} = 0.058$ mm

合成　$u_c(l) = \sqrt{0.01^2 + 0.0058^2}\ \text{cm} = 0.012$ cm

(2) 求 d_1 的 $u(d_1)$

从多次测量 $u_A(d_1) = 0.002$ cm

从游标卡尺(参照 JJG30—84)，$\Delta = 0.05$ mm，$u_B(d_1) = 0.05\ \text{mm}/\sqrt{3} = 0.03$ mm

合成 $u_c(d_1) = \sqrt{0.002^2 + 0.003^2}\ \text{cm} = 0.004$ cm

(3) 求 d_2 的 $u(d_2)$

从多次测量 $u_A(d_2) = 0.003$ cm

从游标卡尺(参照 JJG30—84)，$\Delta = 0.05$ mm，$u_B(d_2) = 0.05\ \text{mm}/\sqrt{3} = 0.03$ mm

合成 $u_c(d_2) = \sqrt{0.003^2 + 0.003^2}\ \text{cm} = 0.004$ cm

(4) V 的标准不确定度 $u_c(V)$：

$$u_c(V) = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial l}\right)^2 u^2(l) + \left(\frac{\partial V}{\partial d_1}\right)^2 u^2(d_1) + \left(\frac{\partial V}{\partial d_2}\right)^2 u^2(d_2)}$$

$$= \sqrt{\left[\frac{1}{4}\pi(d_1^2 - d_2^2)\right]^2 u^2(l) + \left(\frac{1}{2}\pi d_1 l\right)^2 u^2(d_1) + \left(\frac{1}{2}\pi d_2 l\right)^2 u^2(d_2)}$$

$$= 0.27\ \text{cm}^3$$

测量结果为

$$V = 20.71\ \text{cm}^3 \pm 0.27\ \text{cm}^3$$

实验二 单 摆

目的

1. 练习使用停表和米尺，测单摆的周期和摆长；
2. 求出当地重力加速度 g 的值；
3. 考查单摆的系统误差对测重力加速度的影响.

仪器和用具

单摆，停表(阅读§2－5)，钢卷尺，乒乓球.

原理

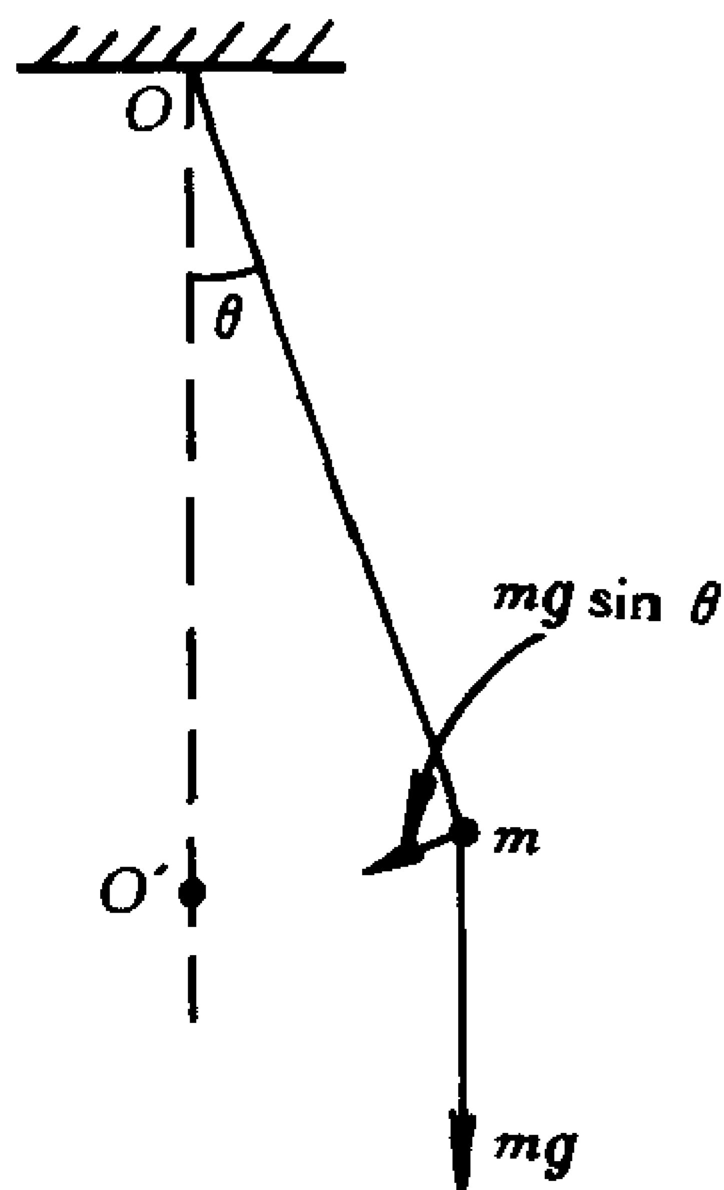


图 2－1

用一不可伸长的轻线悬挂一小球(图 2－1)，作幅角 θ 很小的摆动就是一单摆.

设小球的质量为 m，其质心到摆的支点 O 的距离为 l(摆长). 作用在小球上的切向力的大小为 $mg\sin\theta$，它总指向平衡点 O'. 当 θ 角很小时，则 $\sin\theta\approx\theta$，切向力的大小为 $mg\theta$，按牛顿第二定律，质点的运动方程为

$$ma_{切} = -mg\theta$$

$$ml\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\theta \qquad (2-1)$$

这是一简谐运动方程(参阅普通物理学中的简谐振动)，可知该简谐振动角频率 ω 的平方等于 g/l，由此得出

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{2-2}$$

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} \tag{2-3}$$

实验时，测量一个周期的相对误差较大，一般是测量连续摆动 n 个周期的时间 t，则 $T = t/n$，因此

$$g = 4\pi^2 \frac{n^2 l}{t^2} \tag{2-4}$$

式中 π 和 n 不考虑误差，因此 g 的不确定度传递公式为

$$u(g) = g\sqrt{\left(\frac{u(l)}{l}\right)^2 + \left(2\frac{u(t)}{t}\right)^2}$$

从上式可以看出，在 $u(l)$、$u(t)$ 大体一定的情况下，增大 l 和 t 对测量 g 有利.

实验内容

1. 测重力加速度 g

对摆长为 l 的单摆，测量在 $\theta < 5°$ 的情况下连续摆动 n 次的时间 t，求 g 值. 要重复测几次.

适当选取 l 和 n 之值，争取使测得的 g 值的相对不确定度不大于 0.5%.

提示

(1) 摆长 l 应是摆线长加小球的半径.

(2) 球的振幅小于摆长的 $\frac{1}{12}$ 时，$\theta < 5°$.

(3) 握停表的手和小球同步运动，测量不确定度可能小些.

(4) 当摆锤过平衡位置 O' 时，按表计时，测量不确定度可能小些.

(5) 为了防止数错 n 值，应在计时开始时数"零"，以后每过一个周期，数 1，2，…，n.

2. 考查摆线质量对测 g 的影响

按单摆理论,单摆摆线的质量应甚小,这是指摆线质量应远小于锤的质量. 一般实验室的单摆摆线质量小于锤的质量的0.3%,这对测 g 的影响很小,所以这种影响在此实验的条件下是感受不到的. 为了使摆线的影响能感受到,要用粗的摆线,每米长摆线的质量达到锤的质量的 1/30 左右!

参照上述“1”去测 g.

提示

用这样粗的摆线去测 g,摆线质量对测 g 的影响也不是很大的,还要细心去测才能感受到粗线的影响.

3. 考查空气浮力对测 g 的影响

在单摆理论中未考虑空气浮力的影响. 实际上单摆的锤是铁制的,它的密度远大于空气密度,因此在上述测量中显示不出浮力的效应.

为了显示浮力的影响,就要选用平均密度很小的锤. 在此用细线吊起一乒乓球作为单摆去测 g,和上述“1”的结果相比.

提示

除去空气浮力的作用,还有空气阻力使乒乓球的摆动衰减较快,另外空气流动也可能有较大影响,因此测量时应很仔细.

习题

1. 设单摆摆角 θ 接近 0°时的周期为 T_0,任意幅角 θ 时周期为 T,二周期间的关系近似为

$$T = T_0\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\theta}{2}\right)$$

若在 $\theta=10°$条件下测得 T 值,将给 g 值引入多大的相对不确定度?

2. 用停表测量单摆摆动一周的时间 T 和摆动 50 周的时间

t,试分析二者的测量不确定度相近否?相对不确定度相近否?从中有何启示?

测量举例

用单摆测 g

1. 用游标卡尺(No.5413)测球的直径 d

d/cm	2.695	2.690

2. 用米尺(No.02)测摆线长 l($l = x_2 - x_1 + \frac{d}{2}$. 见图 2-2)

x_1/cm	4.55	4.51	4.60	4.57
x_2/cm	116.80	116.75	116.90	116.85
l/cm	113.60	113.59	113.65	113.63

3. 用电子秒表(No.15)测 $n=50$ 的 t 值

t/s	106.84	106.87	106.95	106.85	106.82	106.93

$\bar{l} = 1.136\ 2$ m,　　$s(\bar{l}) = 0.000\ 14$ m

$\bar{t} = 106.88$ s,　　$s(\bar{t}) = 0.021$ s

则　$g = 4\pi^2 ln^2/t^2 = 4\pi^2 \times 1.136\ 2 \times 50^2$ m/106.88^2s^2 $= 9.816\ 6$ m/s^2

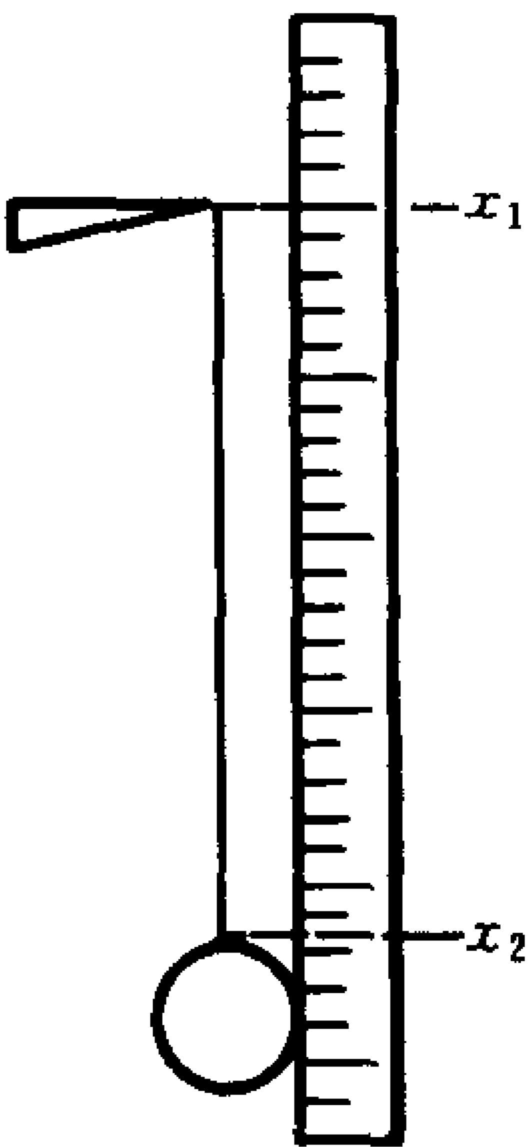


图 2-2

g 的标准不确定度 $u(g)$ 可如下求得:

(1) 求 l 的 $u(l)$

从多次测量得 $u_A(l) = 0.000\ 14$ m

米尺 $\Delta = 0.2$ mm,卡尺 $\Delta = 0.05$ mm

从米尺和游标卡尺得 $u_B(l) = \sqrt{\left(\frac{0.2}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{0.05}{2\times\sqrt{3}}\right)^2}$ mm $= 0.12$ mm

合成 $u(l) = \sqrt{0.000\ 14^2 + 0.000\ 12^2}$ m $= 0.000\ 2$ m

(2) 求 t 的 $u(t)$

从多次测量得 $u_A(t)=0.021\ \mathrm{s}$

从停表得(根据 JJG107—83,3 级秒表)$\Delta=0.5\ \mathrm{s}$, $u_B(t)=0.5\ \mathrm{s}/\sqrt{3}=0.29\ \mathrm{s}$

合成 $u(t)=\sqrt{0.021^2+0.29^2}\ \mathrm{s}=0.29\ \mathrm{s}$

最后求出 $u(g)=g\sqrt{\left(\frac{u(l)}{l}\right)^2+\left(2\frac{u(t)}{t}\right)^2}=g\sqrt{\left(\frac{0.000\,2}{1.136\,2}\right)^2+\left(2\times\frac{0.29}{106.88}\right)^2}=0.053\ \mathrm{m/s^2}$

测量结果为

$g=(9.82\pm0.05)\ \mathrm{m/s^2}$

实验三　精密称衡

目的

1. 练习使用分析天平进行精密称衡;
2. 熟悉精密称衡中的系统误差补正.

仪器和用具

阻尼式分析天平,被测物(质量在50～100 g间的铝块、玻璃块、有机玻璃块等).

被测物的质量大一些、密度小一些,容易显示出天平不等臂及空气浮力的影响.

原理

阅读绪论§2－7. 另外,还需说明一下停点和零点的问题:

停点:天平振动逐渐衰减后的停止点就是停点. 阻尼式天平衰减较快,振动4～5次后指针的位置即可认为是停点.

零点:天平秤盘上不加负载(空载)时的停点为零点.

实验内容

先回答问题:

(1) 在什么情况下支起天平梁? 什么情况下落下?

(2) 分析天平游码的质量是多少?

1. 调天平的水平(观察重锤或圆形水准器).

2. 调零点

旋转调平螺丝使零点和标尺中点值之差小于1分格.

(提示:上述操作必须在落下天平梁之后进行!)

3. 测天平的灵敏度 S

将天平游码置于梁上左侧 1 mg 处，测出停点为 e_1，其次，将游码移到梁上右侧 1 mg 处，测出停点为 e_2，则

$$S = \frac{|e_2 - e_1|}{2} \frac{\text{div}}{\text{mg}} \tag{3-1}$$

4. 测物体质量 m（复称法）

以下测量时，每个停点均测三次，取平均值.

(1) 测零点 e_{01}.

(2) 物体放在左盘上，右盘加砝码 m_1(g)，测出停点为 e_1. 要求 e_1 与 e_{01}之差小于 1 分格，否则要调整砝码.

(3) 将砝码增加(或减少)Δm(=2 mg)，测停点为 e_2.

根据 e_1 和 e_{01}的大小，判断 $m_1 < m$ 或 $m_1 > m$？当 $m_1 < m$ 时，则增加 Δm(=2 mg)；相反则减少 Δm(=2 mg). 选择增加或减少的目的是使 e_1 和 e_2 分布在 e_{01}的两侧.

(4) 第二次测零点 e_{02}.

(5) 物体放在右盘上，左盘加砝码 m_2(g)，测出停点为 e_1'，要求同上.

(6) 将砝码增加(或减少)Δm(=2 mg)，测停点为 e_2'.

(7) 第三次测零点 e_{03}.

5. 计算质量

(1) 物体在左盘时的质量测量值为 m_1'，设 $e_{01}' = (e_{01} + e_{02})/2$，则

$$m_1' = m_1 + (\text{或} -)\left|\frac{e_1 - e_{01}'}{e_2 - e_1}\right| \times \Delta m \tag{3-2}$$

m_1' 与 m_1 之差为指针偏转 $|e_1 - e_{01}'|$ 对应的质量，而 $|e_2 - e_1|$ 为将砝码增加(或减少)Δm(=2 mg)对应的指针偏转，所以 $\left|\frac{e_1 - e_{01}'}{e_2 - e_1}\right| \Delta m$ 为 m_1' 与 m_1 的差值.

(2) 物体在右盘时的质量测量 m_2'，设 $e_{02}' = (e_{02} + e_{03})/2$，则

$$m_2' = m_1 + (\text{或} -)\left|\frac{e_1' - e_{02}'}{e_2' - e_1'}\right|\Delta m \tag{3-3}$$

(3) 消除不等臂误差后的质量测量值 m'

$$m' = (m_1' + m_2')/2 \tag{3-4}$$

(4) 消除空气浮力影响后的质量测量值 m_0'

$$m_0' = m'\left[1 + \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right)\rho_0\right] \tag{3-5}$$

式中 ρ_1 为砝码的密度，ρ_2 为被测物的密度，ρ_0 为空气的密度，计算时取 $\rho_0 = 1.2 \times 10^{-3}\ \mathrm{g/cm^3}$. 又当被测物体积 V 已知时，则

$$m_0' = m' - \frac{m'}{\rho_1}\rho_0 + V\rho_0 \tag{3-6}$$

回答问题

1. 就你使用的天平考虑，物体质量小于多少克时，可以不必进行复称？

2. 就你称量的物体，其质量小于多少克时，可以不必进行空气浮力补正？

3. 图 3－1 为一自制的天平梁（横梁和指针），如果使自制天平的灵敏度大约为 1 div/10 mg，应如何检验和调节？

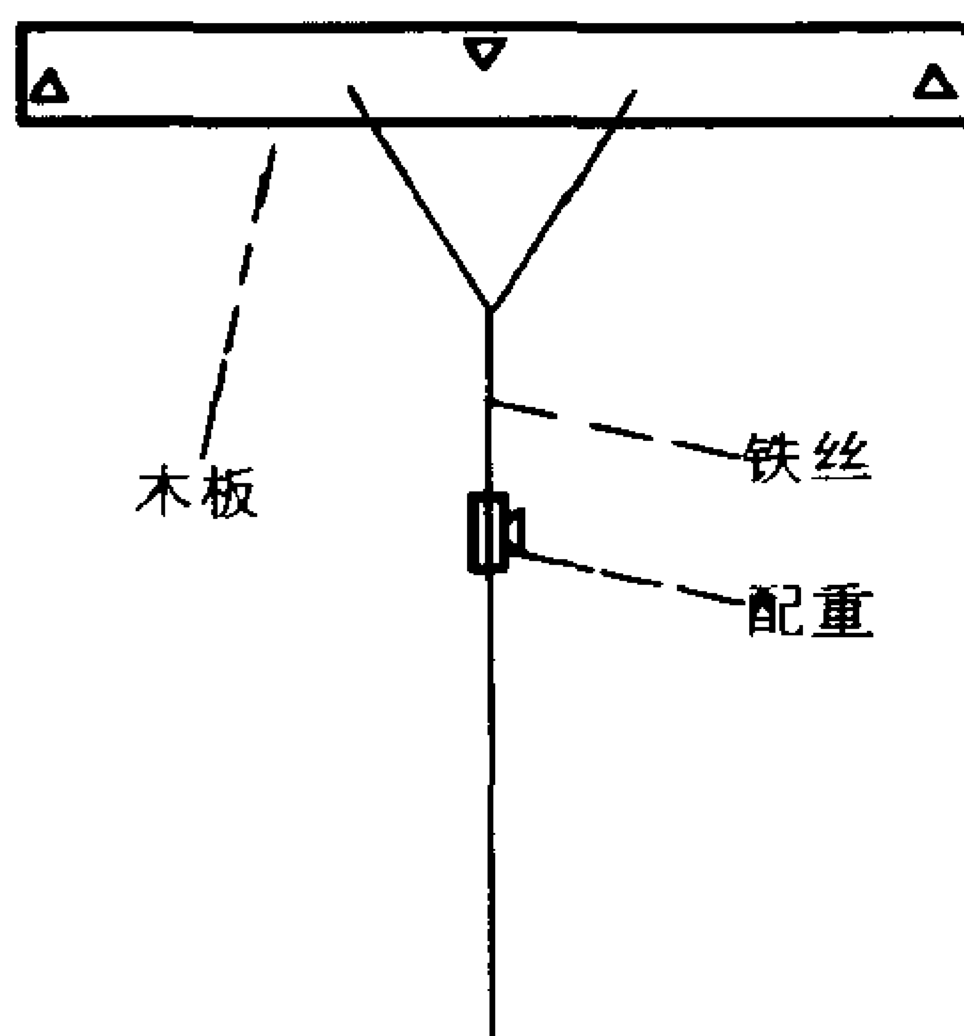


图 3－1

测量举例

分析天平(No.31351)

测量一块体积为 63.5 $\mathrm{cm^3}$ 的有机玻璃板的质量

负载	砝码质量/g	停	点		停点平均值
0	0	9.9	9.9	9.8	9.87
物在左	74.252	10.0	10.0	10.0	10.0
物在左	74.250	8.1	8.1	8.0	8.07
0	0	9.9	9.9	9.9	9.9
物在右	74.250	10.1	9.9	9.9	9.97
物在右	74.252	8.1	8.1	8.1	8.1
0	0	9.9	9.9	9.9	9.9

物体在左盘时,零点为 9.89

$$m_1' = 74.252\ \text{g} - \left|\frac{10.0 - 9.89}{8.07 - 10.0}\right| \times 0.002\ \text{g} = 74.251\ 88\ \text{g}$$

物体在右盘时,零点为 9.9

$$m_2' = 74.250\ \text{g} + \left|\frac{9.97 - 9.9}{8.1 - 9.97}\right| \times 0.002\ \text{g} = 74.250\ 07\ \text{g}$$

消除不等臂引入的误差后,质量测量值 M 为

$$m' = (74.251\ 88 + 74.250\ 07)\text{g}/2 = 74.251\ 0\ \text{g}$$

砝码的名义密度,统一规定为 8.0 g/cm^3,又测出被测物体积 $V = 63.5\ \text{cm}^3$,则消除空气浮力影响的结果为 m_0'

$$m_0' = 74.251\ 0\ \text{g} - \frac{74.25}{8.0} \times 0.001\ 2\ \text{g} + 63.5 \times 0.001\ 2\ \text{g}$$

$$= 74.316\ 1\ \text{g}$$

m_0' 的标准不确定度 $u(m_0')$的计算

其测量不确定度的主要来源有:

(1) 测停点时读数的偏差

对于 m_1' 如果停点测量值出现 0.1 格偏差,结果可能是

e_{01}'	e_1	e_2	M_1/g
9.89	10.0	8.07	74.251 9
9.79	10.1	8.17	74.251 7
9.99	10.0	7.97	74.252 1

可见由于停点测不准,m_1' 的误差可达 ±0.000 2 g,其极限误差 Δ

取 0.000 2 g，m_2' 也相似，则对 m' 由于读数不准引入的标准不确定度 $u(m_0')_1$ 为

$$u(m_0')_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \times \frac{0.000\,2}{\sqrt{3}}\right)^2 \times 2}\ \mathrm{g} = 8.1 \times 10^{-5}\mathrm{g}$$

(2) 由于砝码有误差

测量用砝码为 50 g 的一个，20 g 的一个，2 g 的两个，按 3 级砝码考虑，从 JJG99 - 90 查出它们的允许误差，50 g 为 0.3 mg，20 g为 0.25 mg，2 g 为 0.12 mg，则砝码引入的标准不确定度 $u(m_0')_2$ 为

$$u(m_0')_2 = \sqrt{(0.3/\sqrt{3})^2 + (0.25/\sqrt{3})^2 + (0.12/\sqrt{3})^2 \times 2}\ \mathrm{g}$$
$$= 0.25\ \mathrm{mg} = 2.5 \times 10^{-4}\mathrm{g}$$

砝码的极限误差也可从天平砝码的检定书上查出.

(3) 体积 V 计算不准

在此测量中由于样品形状不十分规整，估计 $\Delta(V)$ 为 0.3 cm^3，由此引入 m_0' 的标准不确定度 $u(m_0')_3$ 为

$$u(m_0')_3 = \frac{0.3}{\sqrt{3}} \times 0.001\,2\ \mathrm{g} = 2.1 \times 10^{-4}\mathrm{g}$$

结果 m_0' 的标准不确定度 $u(m_0')$为

$$u(m_0') = \sqrt{u^2(m_0')_1 + u^2(m_0')_2 + u^2(m_0')_3}$$
$$= \sqrt{(8.1 \times 10^{-5})^2 + (2.5 \times 10^{-4})^2 + (2.1 \times 10^{-4})^2}\ \mathrm{g}$$
$$= 3.4 \times 10^{-4}\ \mathrm{g}.$$

测量结果为

$$m_0' = 74.316\,1\ \mathrm{g} \pm 0.000\,4\ \mathrm{g}$$

实验四　密度的测量

目的

熟悉物质密度的测量方法.

仪器和用具

分析天平(或物理天平),烧杯,比重瓶,定容瓶(测空气密度用),温度计.

被测物:固体(玻璃块、金属块等).

液体(酒精、盐水等).

测量方法

设体积为 V 的某一物体的质量为 m,则该物体的密度 ρ 等于

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (4-1)$$

质量 M 可以用天平测得很精确,但是体积则难于由外形尺寸算出比较精确的值(外形很规整的除外),在此介绍的方法是在水的密度已知的条件下,由天平测量出体积(图 4－1).

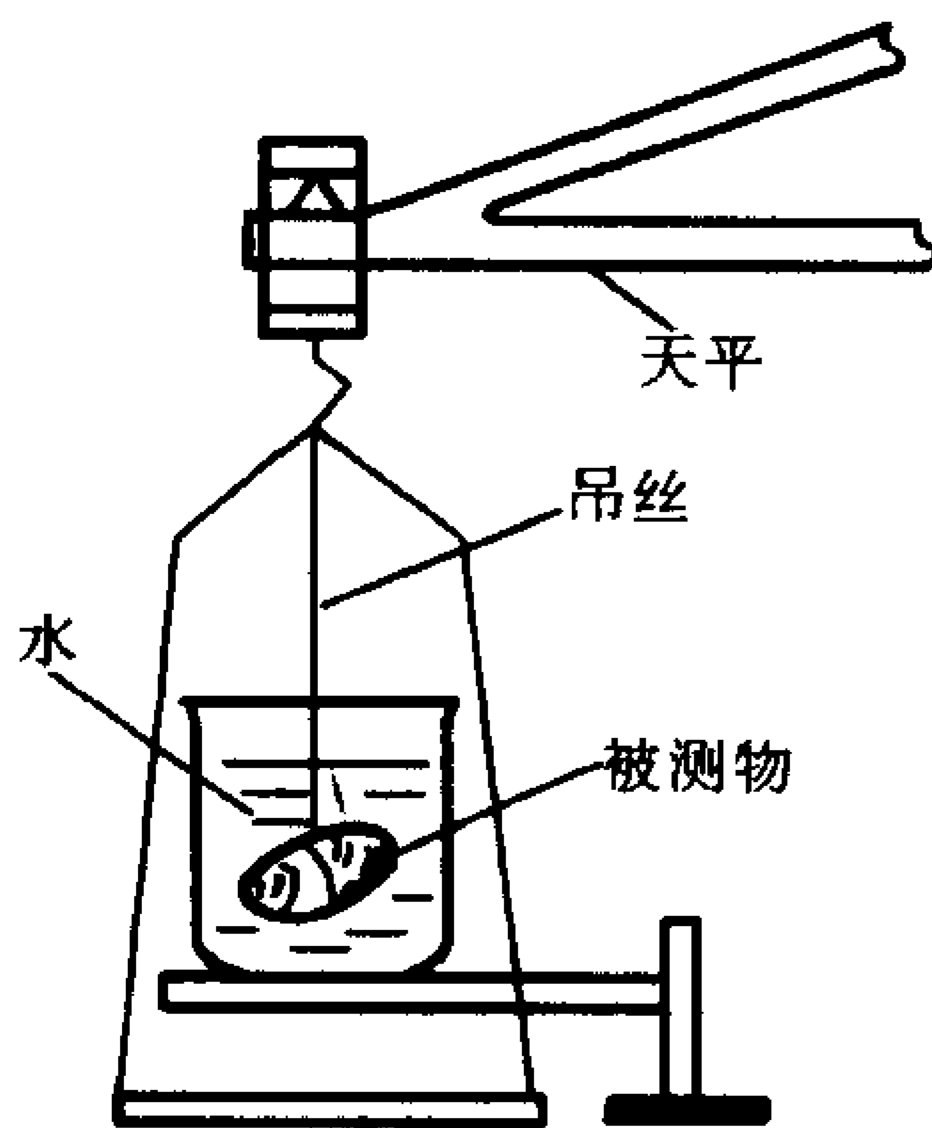


图 4－1

1. 由静力称衡法求固体的密度

设被测物不溶于水,其质量为 m_1,用细丝将其悬吊在水中的称衡值为 m_2,又设水在当时温度下的密度为 ρ_w,物体体积为 V,则依据阿基米德定律,成立

$$V\rho_w g = (m_1 - m_2)g$$

g 为当地重力加速度,整理后得计算体积的公式为

$$V = \frac{m_1 - m_2}{\rho_w} \tag{4-2}$$

则固体的密度

$$\rho = \rho_w \frac{m_1}{m_1 - m_2} \tag{4-3}$$

2. 用静力称衡法测液体的密度

此法要借助于不溶于水并且和被测液体不发生化学反应的物体(一般用玻璃块).

设物体质量为 m_1,将其悬吊在被测液体中的称衡值为 m_2,悬吊在水中称衡值为 m_3,则参照上述讨论,可得液体密度 ρ 等于

$$\rho = \rho_w \frac{m_1 - m_2}{m_1 - m_3} \tag{4-4}$$

3. 用比重瓶测液体的密度

图 4-2 所示为常用比重瓶,它在一定的温度下有一定的容积,将被测液体注入瓶中,多余的液体可由塞中的毛细管溢出.

设空比重瓶的质量为 m_1,充满密度为 ρ 的被测液体时的质量为 m_2,充满同温度的蒸馏水时的质量为 m_3,则

$$\rho = \rho_w \frac{m_2 - m_1}{m_3 - m_1} \tag{4-5}$$

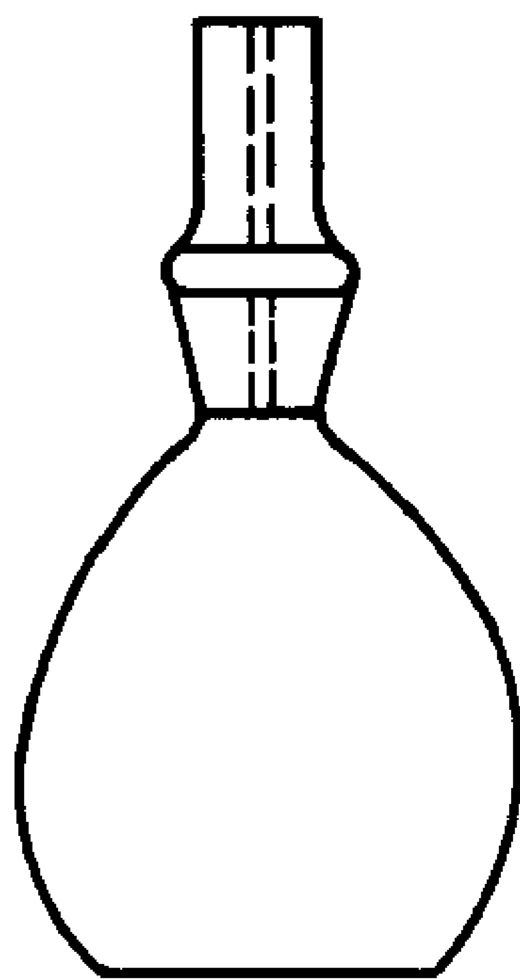


图 4-2

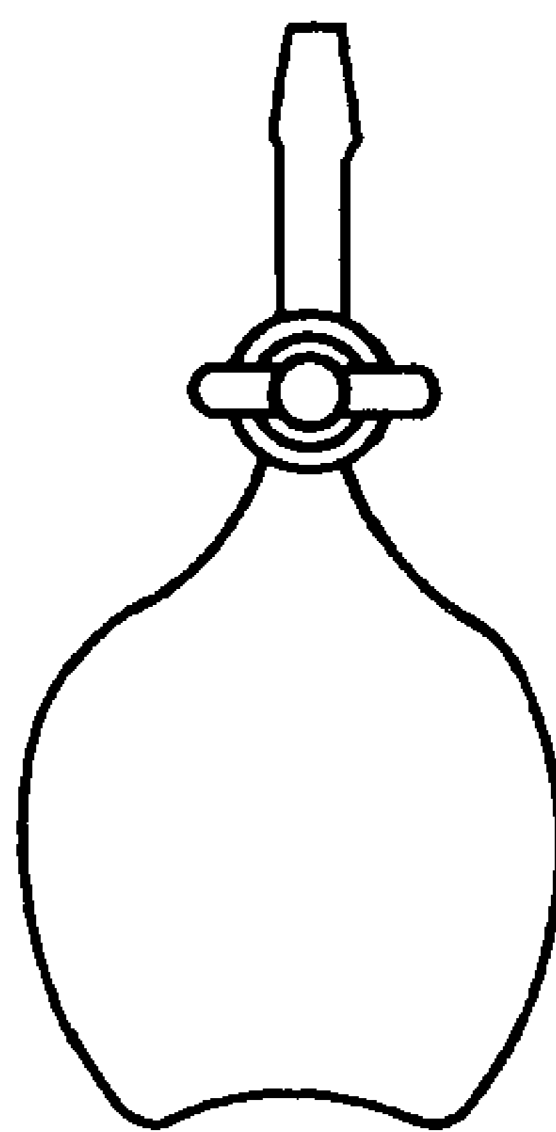


图 4-3

4. 用定容瓶测空气的密度

图 4－3 所示为定容瓶，用抽气机将空气抽出后，称其质量为 m_1（残留空气的压强在 13 Pa 以下）.

打开活塞充入室内空气，再测瓶的质量为 m_2.

记下当时空气的温度 t、大气压 p 和相对湿度 H. 则测量条件下，空气的密度 ρ 等于

$$\rho = \frac{m_2 - m_1}{V} \tag{4-6}$$

式中 V 为定容瓶的容积，可由瓶中充满水后的质量求出，其值可由实验室教师预先测出.

其次，可用下式换算成为标准状态下，干燥空气的密度 ρ_0（ρ_0 的公认值为 $1.293\times10^{-3}\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$）.

$$\rho_0 = \rho\left(1 - 0.623\frac{p_w}{p - p_w}\right)\frac{p_0}{p - p_w}(1 + 0.003\,66t/℃)$$

式中 $p_0 = 101\ 325$ Pa，为标准状态下的大气压，p 为大气压（单位：Pa），p_w 为测量空气中的水蒸汽分压，可由 $p_w = e\cdot H$ 算出，e 为测量温度下水的饱和蒸汽压（单位：Pa），H 为相对湿度.

实验内容

实际测量内容和方法由指导教师指定或由学生自己选取. 测量步骤由学生自己安排. 要计算测量不确定度.

关于天平及其操作方法，可阅读绪论 §2－7 及实验三. 使用天平时，一般均先测其灵敏度.

测量固体及液体的密度时，注意排除气泡的影响. 要测量水和液体的温度. ρ_w 可在本书的附录中查出.

习题

1. 设计一个测量小粒状固体密度的方案.

2. 将一物体用二细线如图 4－4 吊起，两侧加上质量已知的

砝码 m_1 和 m_2，此外有一杯水．你设法用此装置测出被测物的密度．

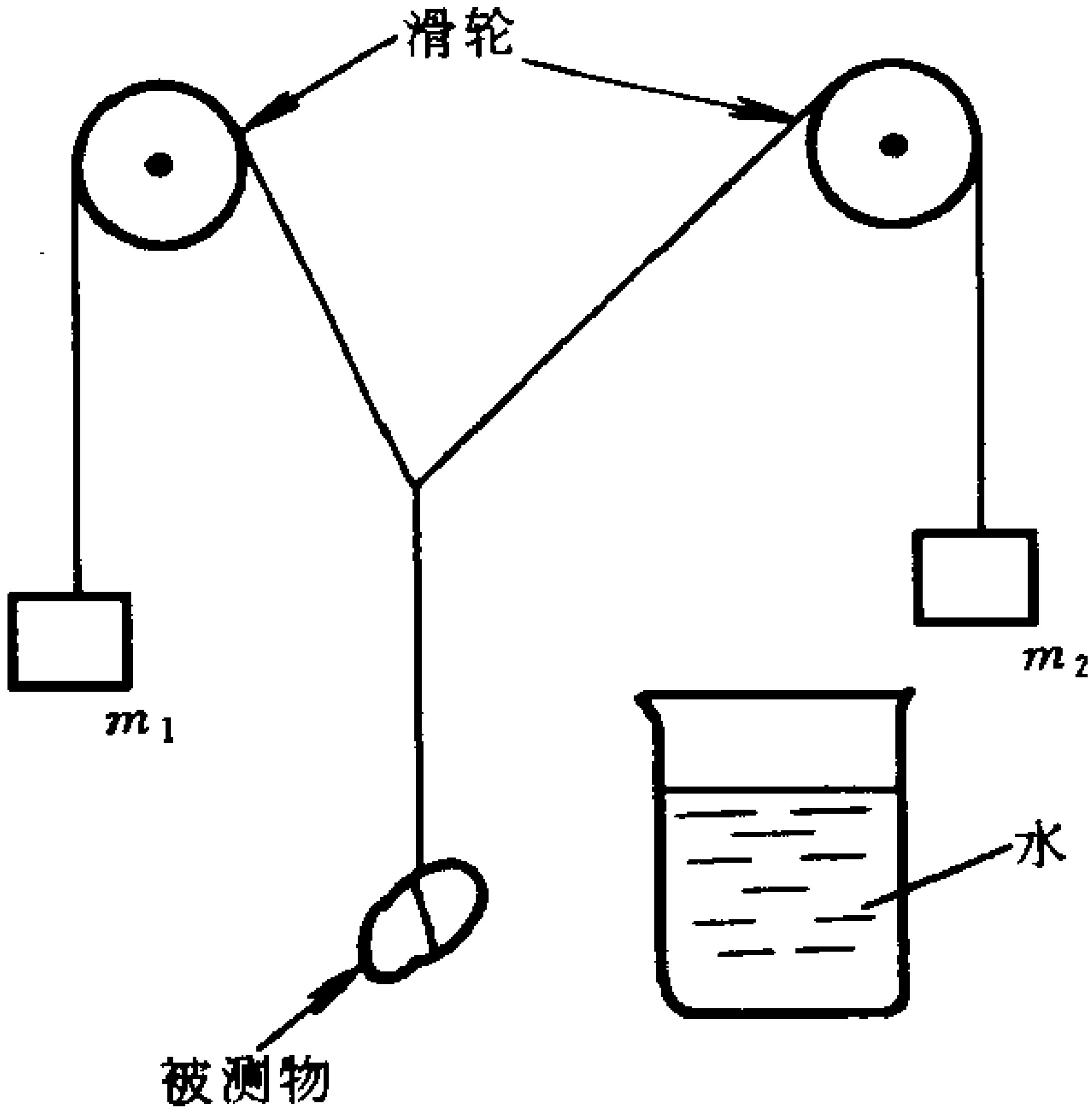


图 4－4

实验五　偶然误差的统计规律

目的

从摆的周期测量值的变化,认识偶然误差的规律性:

1. 平均值 $\bar{x}$ 和测量列标准偏差 s,将随 n 的增加而趋于稳定值;

2. 测量值的分布和高斯分布接近;

3. 在$(\bar{x}-s)\sim(\bar{x}+s)$区域中测量值的数目,约为总数的68%.

仪器和用具

摆(单摆或复摆),数字毫秒计、开关,光电门.

实验方法

1. 测量摆的周期

将手控机械开关与数字毫秒计的"机控"插头相接,用手控开关测摆的周期,毫秒计用1 ms挡. 测量次数最少为100次.

此实验要考察偶然误差的规律性,要求测量值中应有显著的偶然误差,用手控ms计去测周期时偶然误差较大,正好适应此实验的需要.

此实验是研究偶然误差规律性,要求测量值的系统误差尽量小,因而在测量时对每次测量都要认真,不要人为地有意选择数据,也不要在发现有些数据测小(或测大)时,有意地测大(或测小),测量时尽量保持振幅稳定.

最后改用光电门控制数字毫秒计测周期,测量值 T_0 误差较小,可作为手控测量值的近似真值.

2. 数据的统计

(1) 求平均值 P 及测量列标准偏差 $s(x)$

$$P = \frac{\Sigma x_i}{n} \qquad (5-1)$$

$$s(x) = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - P)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2 - P \cdot \Sigma x_i}{n-1}} \qquad (5-2)$$

(2) 剔除坏数据

使用格罗布斯判据去判断,可保留的数据范围为

$$(P - G_n s) \leqslant x \leqslant (P + G_n s) \qquad (5-3)$$

其中 G_n 为格罗布斯判据系数. 可以查表或用拟合式算出(见绪论§1-6).

(3) 求剔除坏数据后的平均值及测量列的标准偏差. 要求按测量顺序每增加 10 个数据,求出一次结果,即

测量顺序	个数 N	平均值 P	标准偏差 $s(x)$
1~10	10	…	…
1~20	20	…	…
……			
$1\sim n$	n	…	…

最后用折线图表示 P、$s(x)$的变化情形(横坐标为 N).

(4) 分区统计并和正态分布作比较

① 找出数据的最小值(A)和最大值(B),

② 将($B-A$)等分为 M 个区间,区间宽度 E 为

$$E = \frac{B-A}{M} \qquad (5-4)$$

③ 统计每个区间的数据的个数 $n_i(i=1,2,\cdots,M)$.

④ 作统计直方图和正态分布的概率密度曲线比较.

以测量值为横坐标,以频率$\frac{n_i}{n}$和区间宽度的比值$\frac{n_i}{nE}$为纵坐标,作统计直方图.

根据误差理论,随机变量 x 如果服从高斯分布,则高斯分布的概率密度函数

$$p(x)=\frac{1}{s\cdot\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{(x-p)^2}{2s^2}\right] \qquad (5-5)$$

的曲线将穿过以 x 为横坐标，以$\frac{n_i}{nE}$为纵坐标的统计直方图的顶端(见图 5-2).

(5) 统计在$(P-s)\sim(P+s)$量值范围中，测量值的个数 n_s，求 n_s/n 值.

上述统计与绘图如手工操作，比较费时又容易出错，用计算机处理较为合适.

3. 分析测量结果

测量举例

用手控 ms 计测一复摆摆动 1 次的时间，共测 105 回. 记录如下表，单位为 s.

1.	2.054	2.	2.056	3.	1.947	4.	2.076	5.	2.011
6.	2.042	7.	2.007	8.	2.026	9.	2.047	10.	2.075
11.	2.083	12.	2.046	13.	2.061	14.	2.090	15.	1.995
16.	2.047	17.	2.120	18.	2.011	19.	2.031	20.	2.057
21.	2.085	22.	2.102	23.	2.079	24.	2.055	25.	2.005
26.	2.000	27.	2.023	28.	1.941	29.	2.027	30.	2.061
31.	1.995	32.	2.033	33.	1.995	34.	2.044	35.	2.075
36.	2.067	37.	2.069	38.	2.064	39.	1.992	40.	1.997
41.	2.050	42.	2.034	43.	2.007	44.	2.006	45.	2.120
46.	2.092	47.	1.994	48.	2.021	49.	2.020	50.	2.015
51.	2.036	52.	1.977	53.	2.024	54.	2.029	55.	1.979
56.	2.042	57.	2.015	58.	2.027	59.	1.994	60.	2.049
61.	1.998	62.	2.092	63.	2.032	64.	2.067	65.	2.012
66.	2.100	67.	1.973	68.	2.009	69.	2.087	70.	2.041
71.	2.071	72.	2.062	73.	2.025	74.	1.973	75.	1.971
76.	2.058	77.	2.000	78.	2.090	79.	1.963	80.	2.093
81.	2.052	82.	2.063	83.	2.076	84.	2.026	85.	2.019
86.	1.990	87.	2.023	88.	2.009	89.	2.011	90.	2.105
91.	2.014	92.	2.032	93.	2.009	94.	1.974	95.	2.046
96.	2.038	97.	2.105	98.	1.988	99.	2.012	100.	2.083
101.	1.980	102.	2.022	103.	2.040	104.	2.020	105.	1.985

用光电门控制 ms 计，测 10 次，平均 $T_0=2.038\ 5$ s

在计算机上处理数据.

(1) $P=2.033\ 9$ s， $s(x)=0.039$ s.

$x_A=1.941$ s，$x_B=2.120$ s

(2) 审查数据用格罗布斯判据，系数 $G_n=3.18$. 可保留数据范围为

$$(2.033\ 9-3.18\times0.039)\leqslant x\leqslant(2.033\ 9+3.18\times0.039)$$

审查结果，数据均可保留.

(3) 统计随测量次数的增加 P 及 $s(x)$ 的变化

下表为统计值，图 5-1 为其图示.

测量顺序	个数 n	平均值 P/s	标准偏差 $s(x)$/s
1~10	10	2.034	0.038 6
1~20	20	2.044	0.038 3
1~30	30	2.042	0.041 2
1~40	40	2.039	0.039 5
1~50	50	2.039	0.039 3
1~60	60	2.035	0.038 1
1~70	70	2.036	0.038 7
1~80	80	2.035	0.040 0
1~90	90	2.035	0.039 4
1~105	105	2.034	0.039 3

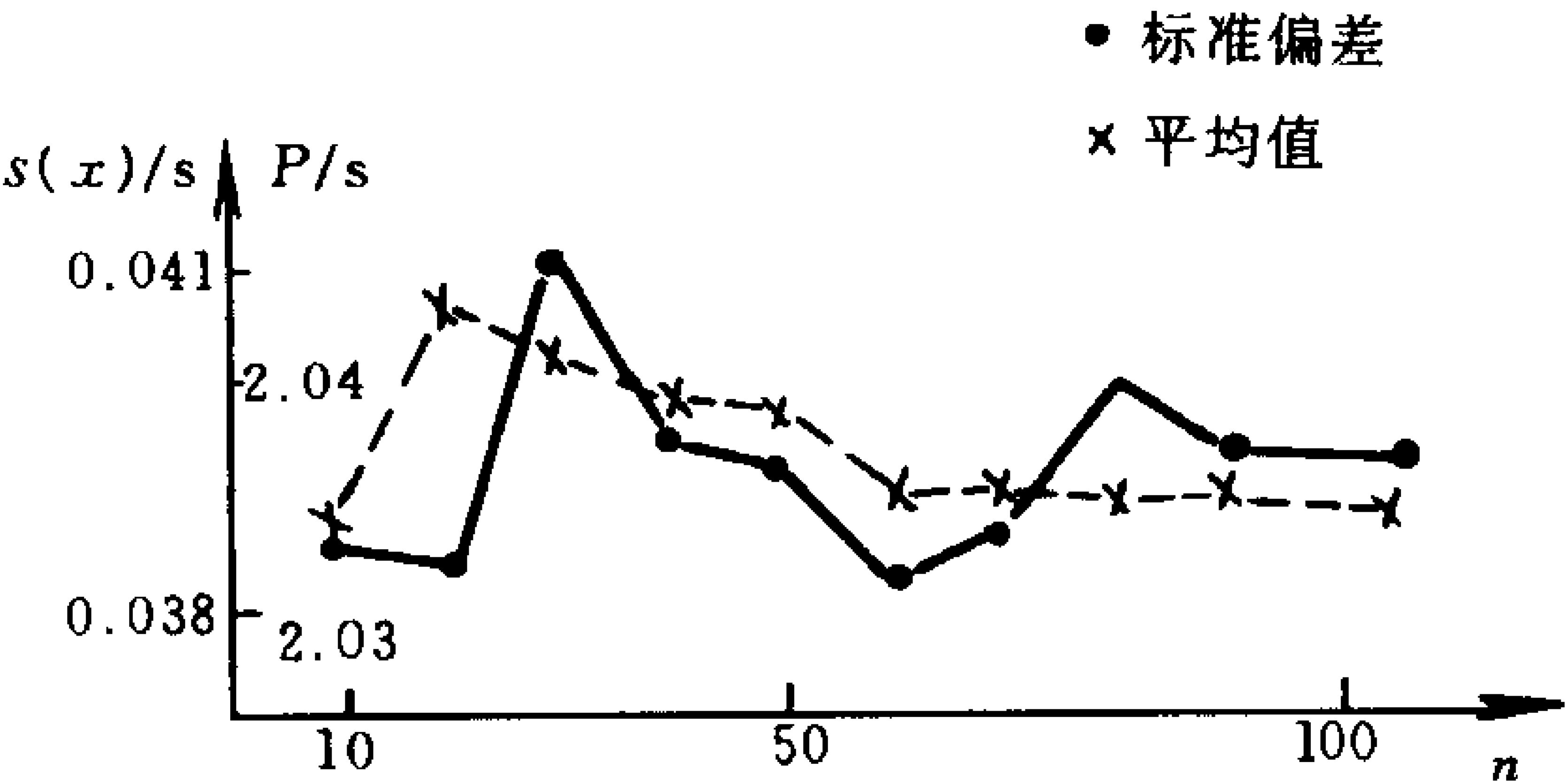


图 5-1

(4) 分区统计　$x_A=1.941$ s, $x_B=2.120$ s. 分 9 个区统计 n_i.

顺序	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n_i	2	8	13	18	19	16	14	10	5
n_i/nE	0.96	3.83	6.22	8.62	9.10	7.66	6.70	4.79	2.39

$n=105$, $E=(2.120-1.941)/9=0.0199$

图 5-2 为统计直方图,图中虚线为概率密度曲线. 绘曲线时 $P=2.034$ s, $s=0.039$ s, 起点 $x_A=1.941$ s, 终点 $x_B=2.120$ s.

(5) 统计$(P-s)\leqslant x\leqslant(P+s)$的个数为 69. 频率为 69/105 $=0.657$. 按正态分布理论应为 0.683.

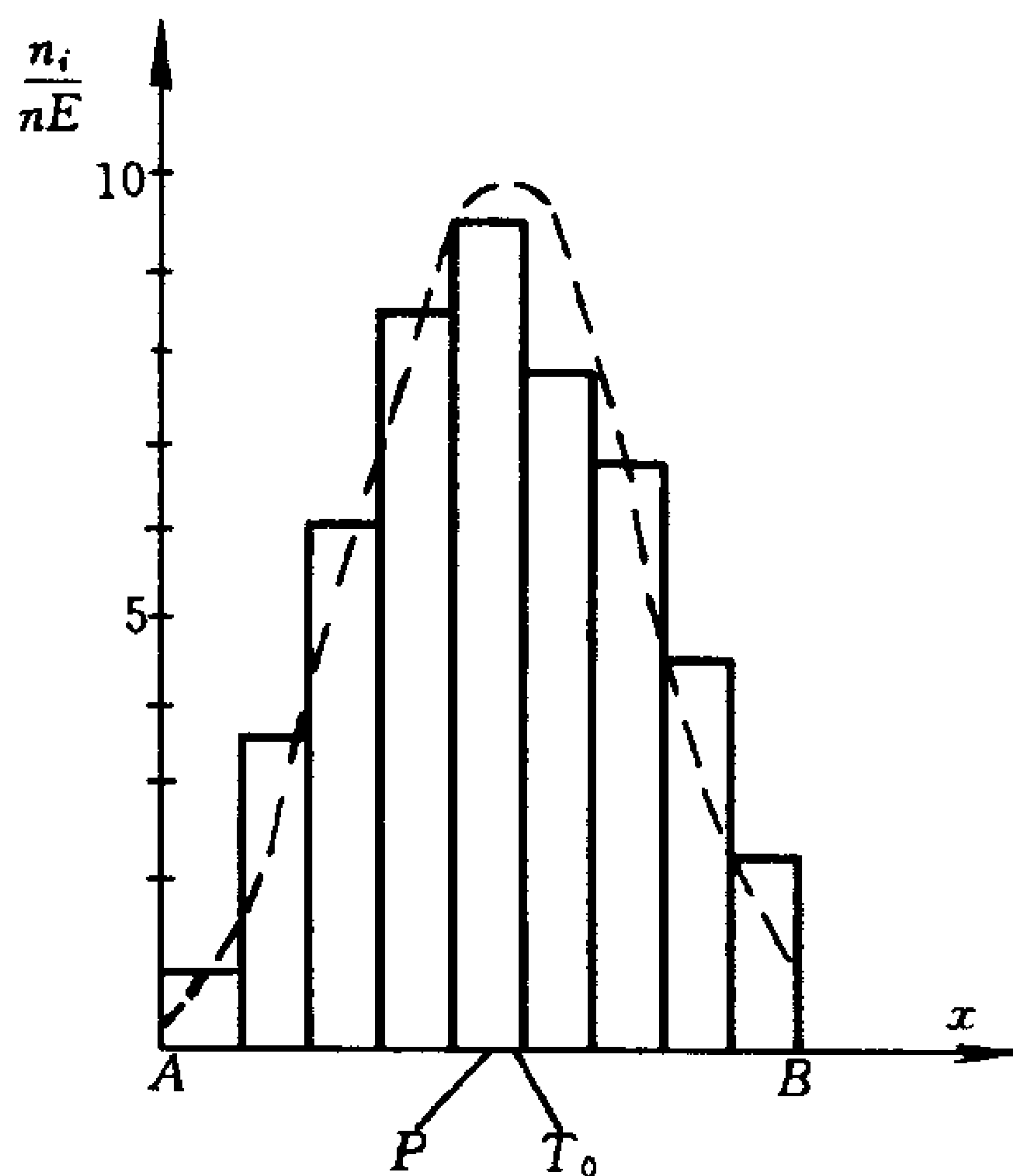


图 5-2

实验六　杨氏模量的测定(伸长法)

目的

1. 用伸长法测定金属丝的杨氏模量;
2. 学习光杠杆原理并掌握使用方法.

仪器和用具

杨氏模量测定仪,光杠杆,尺度望远镜,螺旋测微计,游标卡尺,砝码,米尺,金属丝.

杨氏模量测定仪如图6-1所示. A、B为金属丝两端的螺丝夹,在B的下端挂有砝码托盘,调节仪器底部的螺丝J可使平台C水平,即金属丝与平台垂直,并且B刚好悬在C台圆孔中间. G为光杠杆(参阅绪论§2-4)它的前足尖担在B上,二后足尖在C台上.

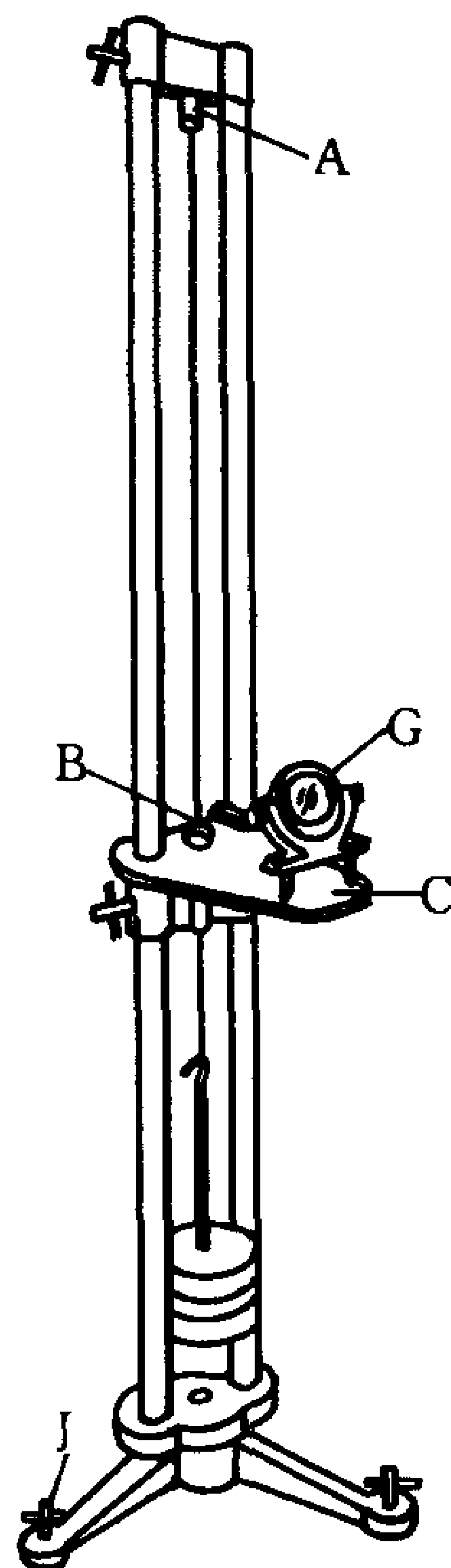


图6-1

原理

胡克定律指出,在弹性限度内,弹性体的应力和应变成正比. 设有一根长为 l 横截面积为S的钢丝,在外力 F 作用下伸长了 δ,则

$$\frac{F}{S} = E\frac{\delta}{l} \qquad (6-1)$$

式中的比例系数 E, 称为杨氏模量, 单位为 $N\cdot m^{-2}$. 设钢丝直径为 d,则 $S=\frac{1}{4}\pi d^2$,将此代入上式并整理后得出

$$E = \frac{4Fl}{\pi d^2\delta} \qquad (6-2)$$

上式表明,对于长度 l、直径 d 和所加外力 F 相同的情况下,杨氏模量大的金属丝的伸长量 δ 较小,而杨氏模量小的伸长量较大.因而,杨氏模量表达了材料抵抗外力产生拉伸(或压缩)形变的能力.

根据式(6-2)测杨氏模量时,伸长量 δ 比较小不易测准,因此,测定杨氏模量的装置,都是围绕如何测准伸长量而设计的.此实验是利用光杠杆装置去测量伸长量 δ.

参照图6-2安置光杠杆G及尺度望远镜,光杠杆前、后足尖的垂直距离为 d_1,光杠杆平面镜到尺的距离为 d_2,设加砝码 m 金属丝伸长为 δ,加砝码 m 前后望远镜中直尺的读数为 A_0 和 A_m,则根据式(0-2-3)

$$\delta = \frac{|A_m - A_0| d_1}{2d_2} \qquad (6-3)$$

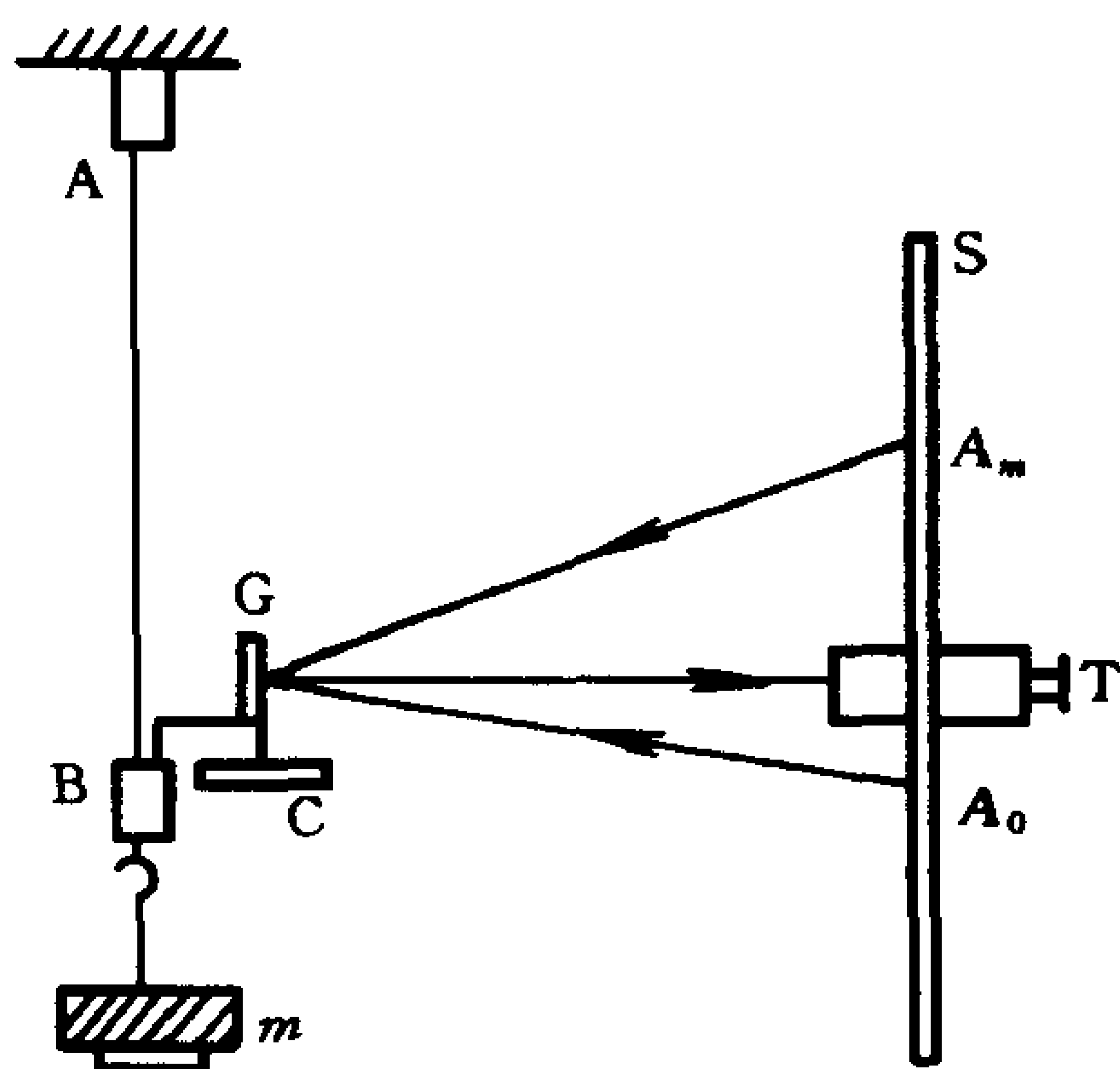


图6-2

将 $F=mg$ 和上式代入式(6-2),得出用伸长法测金属丝的杨氏模量 E 的公式为

$$E = \frac{8mgld_2}{\pi d^2(A_m - A_0)d_1} \qquad (6-4)$$

又设 $K=(A_m-A_0)/m$，则 K 为砝码质量改变一个单位时，望远镜中所见尺的读数的变化量，则式(6－4)改为

$$E=\frac{8gld_2}{\pi d^2 K d_1} \tag{6-5}$$

实验内容

此实验要测的量有金属线长 l，金属丝直径 d，光杠杆镜面到直尺的距离 d_2，光杠杆前后足尖的垂直距离 d_1，加砝码 m 前后的读数 A_0 和 A_m.

选取适当仪器，测量 l、d、d_1 和 d_2，测量次数自己定.

测量 d_1 时，可将光杠杆轻轻在纸上压下三个足痕，用游标卡尺去测 d_1 值.

关于 m、A_m 的测量：

(1) 挂好金属丝后，加上砝码托及 1～2kg 砝码(此砝码不必计入 m 中)，将线拉直.

(2) 安装尺度望远镜并调节好，从望远镜中的水平丝，读出直尺的数值为 A_0(此时取 $m=0$).

详细阅读绪论中§2－4 的光杠杆部分(注意调节方法).

(3) 逐次增加一定质量的砝码，相应的望远镜读数为 A_1、A_2、A_3、…，至少加 6 次砝码(加砝码后再一一减去，重复二次).

每次加多少砝码，要看金属丝的材料和线径，可请教指导教师.

(4) K 值的计算

取 $x_i=m_i$，$y_i=A_i$ 进行直线拟合($y=a+bx$)，用最小二乘法或其他方法求出斜率 b 及其标准偏差 s_b，此 b 值就是 K 值.

最后按式(6－5)计算 E 值，再按下式计算 E 值的标准不确定度 $u(E)$：

$$u(E)=E\left[\left(\frac{u(l)}{l}\right)^2+\left(\frac{u(d_2)}{d_2}\right)^2+\left(2\,\frac{u(d)}{d}\right)^2+\right.$$

$$\left(\frac{u(K)}{K}\right)^2+\left(\frac{u(d_1)}{d_1}\right)^2\Big]^{1/2} \qquad (6-6)$$

注意

(1) 在金属丝上测直径,容易使线折弯,最好在备用线上测量.

(2) 实验之初,金属丝上如有弯曲;实验中金属丝从螺丝夹中滑脱少许;实验中碰了望远镜或动了光杠杆对实验有否影响,在数据上将有何表现?要否从头测?(注意在测量过程中数据 A_i 的变化.)

(3) A_0 在尺的最上端或最下端是否可以?

习题

设计一种不用光杠杆测量 δ 的方法,并估计其不确定度.

实验七　杨氏模量的测定(梁弯曲法)

目的

用梁的弯曲法测定金属的杨氏模量.

仪器和用具

攸英(Ewing)装置,光杠杆,尺度望远镜,螺旋测微计,游标卡尺,米尺.

攸英装置如图 7－1 所示,在二支架上设置互相平行的钢制刀刃,其上放置待测棒和辅助棒,在待测棒上二刀刃间的中点处,挂上有刀刃的挂钩和砝码托盘,往托盘上加砝码时待测棒将被压弯,通过在待测棒和辅助棒上放置的光杠杆测量出棒弯曲的情况,从而求出棒材的杨氏模量.

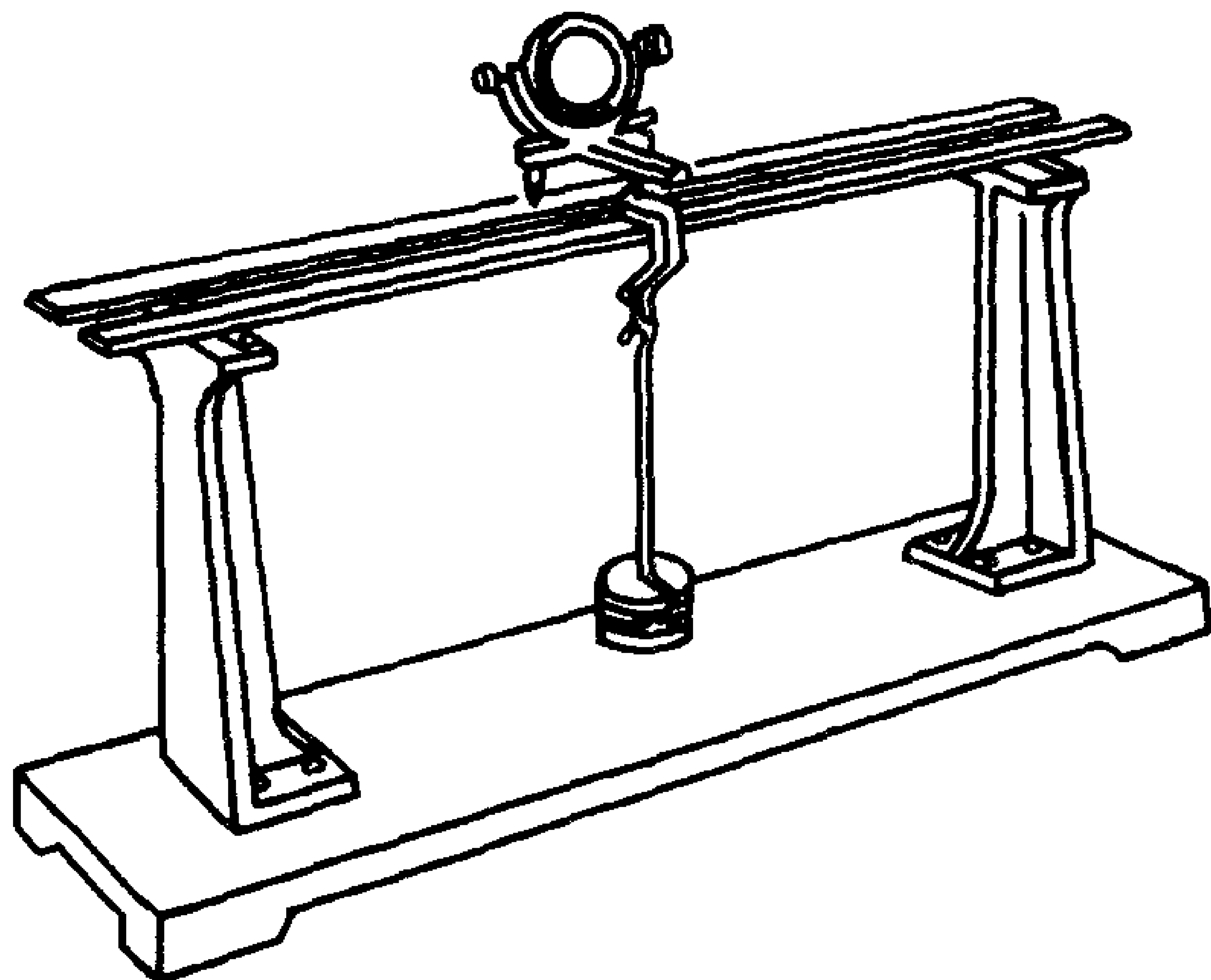


图 7－1

原理

将厚为 δ、宽为 b 的金属棒放在相距为 l 的二刀刃上(图 7－

2)，在棒上二刀刃的中点处挂上质量为 m 的砝码，棒被压弯，设挂砝码处下降 λ，称此 λ 为弛垂度，这时棒材的杨氏模量 E 等于

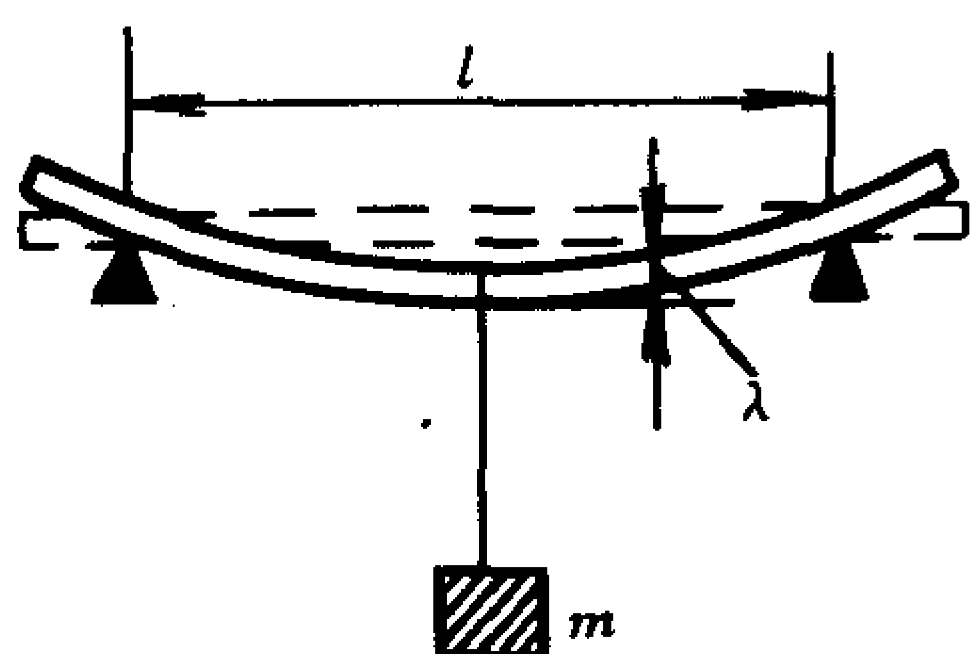


图 7－2

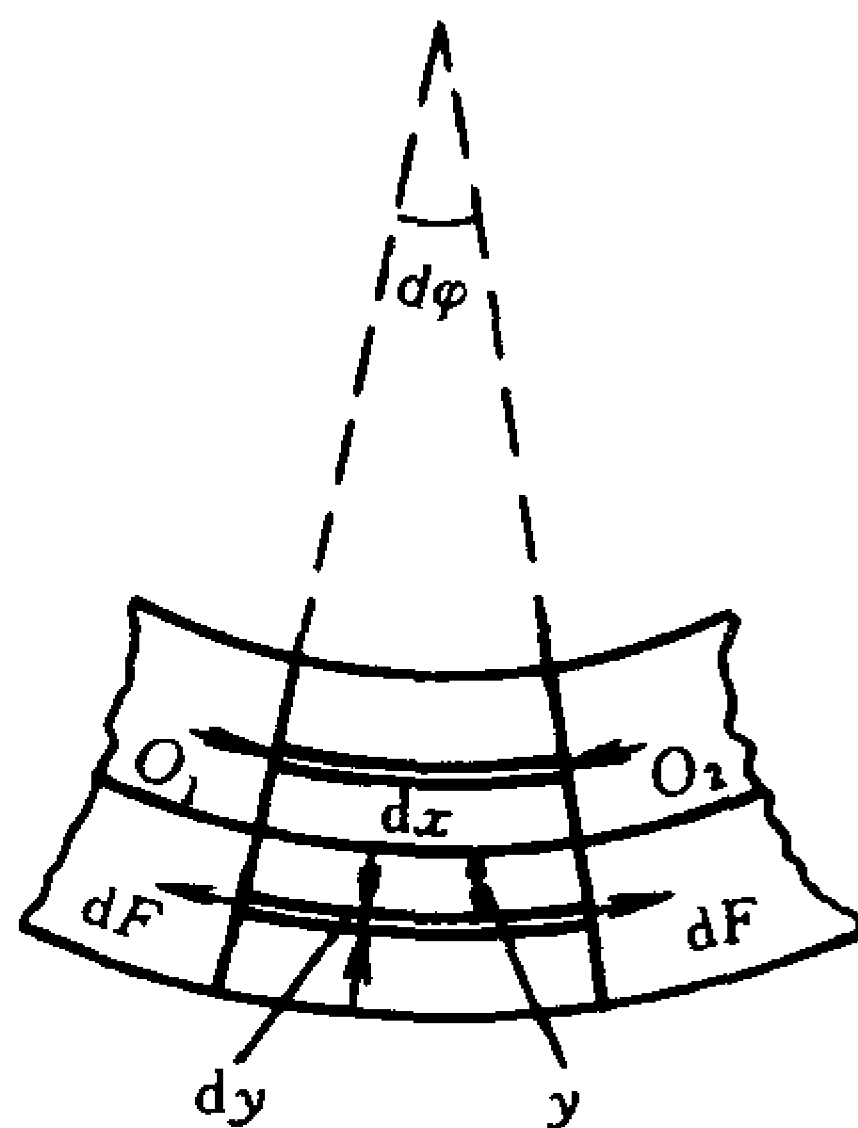


图 7－3

$$E=\frac{mgl^3}{4\delta^3 b\lambda} \tag{7-1}$$

下面推导上式．图 7－3 为沿棒方向的纵断面的一部分．在相距 $\mathrm{d}x$ 的 O_1O_2 二点上的横断面，在棒弯曲前互相平行，弯曲后则成一小角度 $\mathrm{d}\varphi$．显然在棒弯曲后，棒的下半部呈现拉伸状态，上半部为压缩状态，而在棒的中间有一薄层虽然弯曲但长度不变，称为中间层．

计算与中间层相距为 y、厚 $\mathrm{d}y$、形变前长为 $\mathrm{d}x$ 的一段，弯曲后伸长了 $y\mathrm{d}\varphi$，它受到的拉力为 $\mathrm{d}F$，根据胡克定律有

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}S}=E\frac{y\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}x}$$

式中 $\mathrm{d}S$ 表示形变层的横截面积，即 $\mathrm{d}S=b\mathrm{d}y$．于是

$$\mathrm{d}F=Eb\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}x}y\mathrm{d}y$$

此力对中间层的转矩为 $\mathrm{d}M$，即

$$dM = Eb\frac{d\varphi}{dx}y^2dy$$

而整个横断面的转矩 M 应是

$$M = 2Eb\frac{d\varphi}{dx}\int_0^{\frac{\delta}{2}}y^2dy = \frac{1}{12}E\delta^3 b\frac{d\varphi}{dx} \qquad (7-2)$$

如果将棒的中点 C 固定，在中点两侧各为$\frac{l}{2}$处分别施以向上的力$\frac{1}{2}mg$（图 7－4），则棒的弯曲情况当和图 7－2 所示的完全相同.

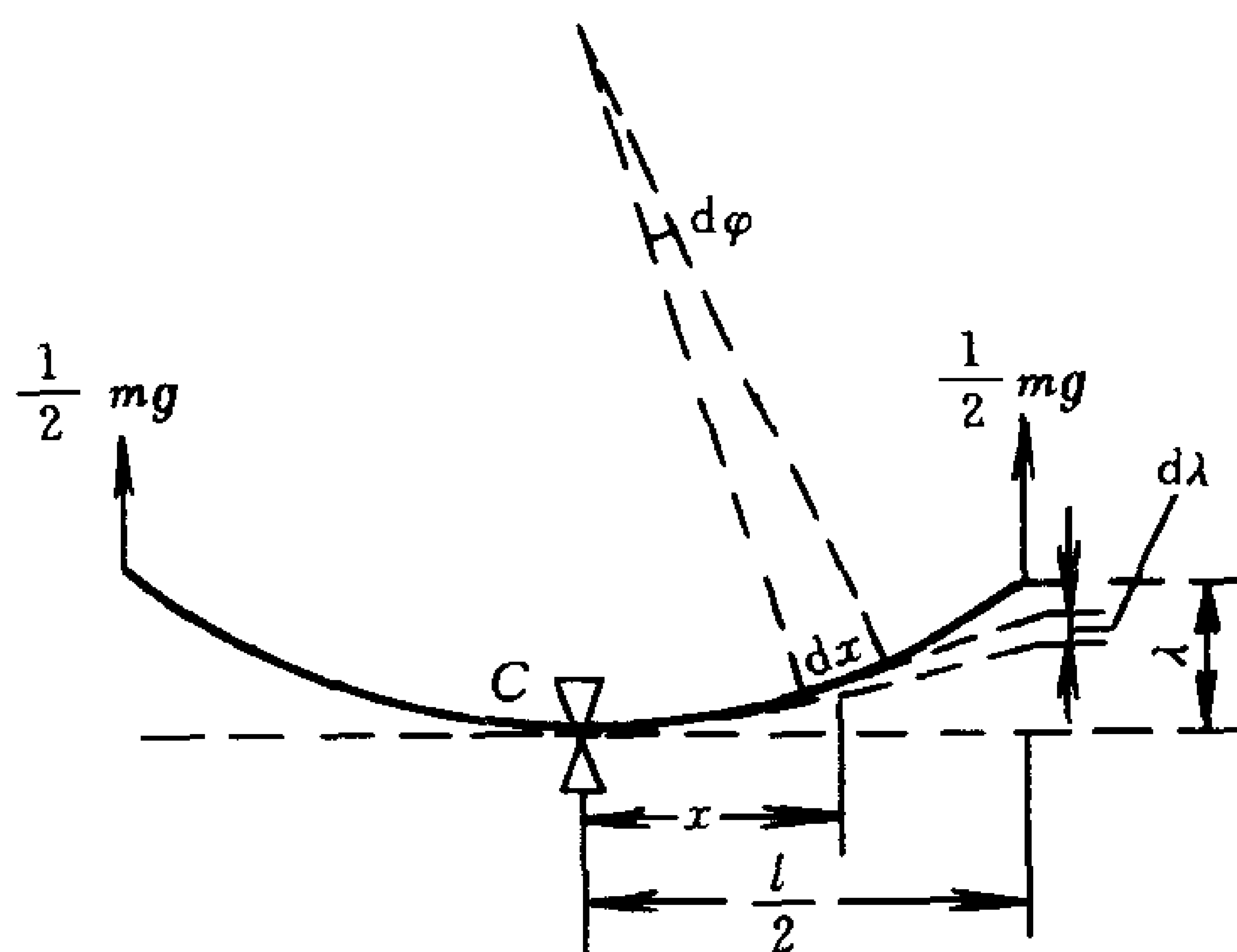


图 7－4

棒上距中点 C 为 x、长为 dx 的一段，由于弯曲产生的下降 $d\lambda$ 等于

$$d\lambda = \left(\frac{l}{2} - x\right)d\varphi \qquad (7-3)$$

当棒平衡时，由外力$\frac{1}{2}mg$ 对该处产生的力矩$\frac{1}{2}mg\left(\frac{l}{2} - x\right)$应当等于由式(7－2)求出的转矩 M，即

$$\frac{1}{2}mg\left(\frac{l}{2} - x\right) = \frac{1}{12}E\delta^3 b\frac{d\varphi}{dx}$$

由此式求出 $d\varphi$ 代入式(7－3)中并积分，可求出弛垂度

$$\lambda = \frac{6mg}{E\delta^3 b}\int_0^{\frac{l}{2}}\left(\frac{l}{2} - x\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{mgl^3}{4E\delta^3 b} \qquad (7-4)$$

即

$$E = \frac{mgl^3}{4\delta^3 b\lambda}$$

根据绪论§2－4 中的式(0－2－3)，可知在用光杠杆测 λ 时(仔细阅读§2－4)，

$$\lambda = \frac{(A_m - A_0)d_1}{2d_2} \qquad (7-5)$$

其中 d_2 为光杠杆平面镜到望远镜的直尺的距离，d_1 为光杠杆前足尖到二后足尖的垂直距离. A_0、A_m 为加砝码 m 前后，望远镜的两次读数. 将式(7－5)代入式(7－1)得

$$E = \frac{mgl^3 d_2}{2\delta^3 b(A_m - A_0)d_1} \qquad (7-6)$$

又设 $K=(A_m-A_0)/m$，则上式为

$$E = \frac{gl^3 d_2}{2\delta^3 bKd_1} \qquad (7-7)$$

$$u(E) = E\left\{\left[3\frac{u(l)}{l}\right]^2 + \left[\frac{u(d_2)}{d_2}\right]^2 + \left[3\frac{u(\delta)}{\delta}\right]^2 + \left[\frac{u(b)}{b}\right]^2 + \left[\frac{u(K)}{K}\right]^2 + \left[\frac{u(d_1)}{d_1}\right]^2\right\}^{1/2}$$

此 K 为砝码改变单位质量时，望远镜中所见标尺数值的变化值.

实验内容

对 l、d_2、δ、b、d_1 的测量比较简单，只要仪器选取、操作合适，测量次数适宜，不测错、不读错数即可.

对 d_1 的测量要注意，直接用仪器去测可能测不准，可将光杠杆在平的纸上轻轻压出三个足尖痕，再用游标卡尺去测.

这里着重说明对 m 和 A_m 的测量.

(1) 将待测棒和辅助棒并排放在二刀刃上，间隔要适应光杠杆的 d_1 值，检查刀刃与棒的接触情况，如有接触不佳就移动一下棒，

(2) 确定二刀刃的中点，放上挂钩及砝码托（挂钩及砝码托质量不计入 m 中）以及光杠杆（如图 7－1），

(3) 安置尺度望远镜，参照绪论 §2－4 的光杠杆部分，调整好仪器，并测出第一个值 A_0，此时 $m=0$，

(4) 逐次增加砝码（每个质量相同），测出对应值为 A_1、A_2、A_3、…，至少加 6 个，其次再逐个减去砝码测量. 要做三次反复测量.

K 的计算：取 $x_i=m_i$，$y_i=A_i$，按 $y=\alpha+\beta x$ 进行直线拟合，用最小二乘法求斜率 β 及 s_β，此 β 值就是 K 值.

最后求出被测试料的杨氏模量 E、标准不确定度 $u(E)$.

回答问题

1. 就你的测量，说明光杠杆测量的精密度如何？如改用读数显微镜直接去测 λ，何者效果好些？

2. 如果被测棒为一圆棒，你参照前述原理，推导出其测量公式，主要区别在于对圆棒，截面为圆形，b 值是变量.

实验八　切变模量的测定

目的

学习用摆动法测量棒状材料的切变模量.

仪器和用具

扭摆,圆环,游标卡尺,螺旋测微计,米尺.

原理

1. 切变模量

用力 F 作用在一立方形物体的上面,并使其下面固定(图 8-1),物体将发生形变成为斜的平行六面体,这种形变称为切变.出现切变后,距底面不同距离处的绝对形变不同($\overline{AA'}>\overline{BB'}$),而相对形变则相等,即

$$\frac{\overline{AA'}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{BB'}}{\overline{OB}}=\mathrm{tg}\varphi$$

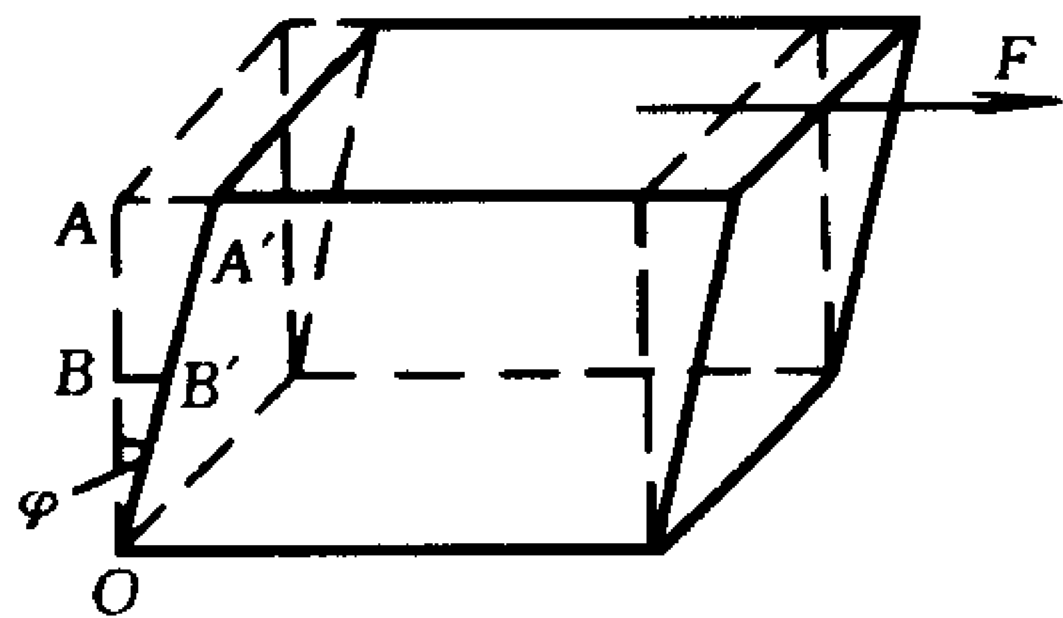


图 8-1

式中 φ 称为切变角,当 φ 值较小时,可用 φ 代替 $\mathrm{tg}\varphi$. 实验表明,在一定限度内切变角 φ 与切应力 $\frac{F}{S}$ 成正比,此处 S 为立方体平行于底的截面积,现以符号 τ 表示切应力 $\left(\frac{F}{S}\right)$,则

$$\tau=G\varphi \tag{8-1}$$

比例系数 G 称为切变模量,单位为 $\mathrm{N\cdot m^{-2}}$.

2. 棒的扭转和扭转力矩

如图 8-2 所示,将半径为 R、长为 l 的圆棒的上端面固定,于

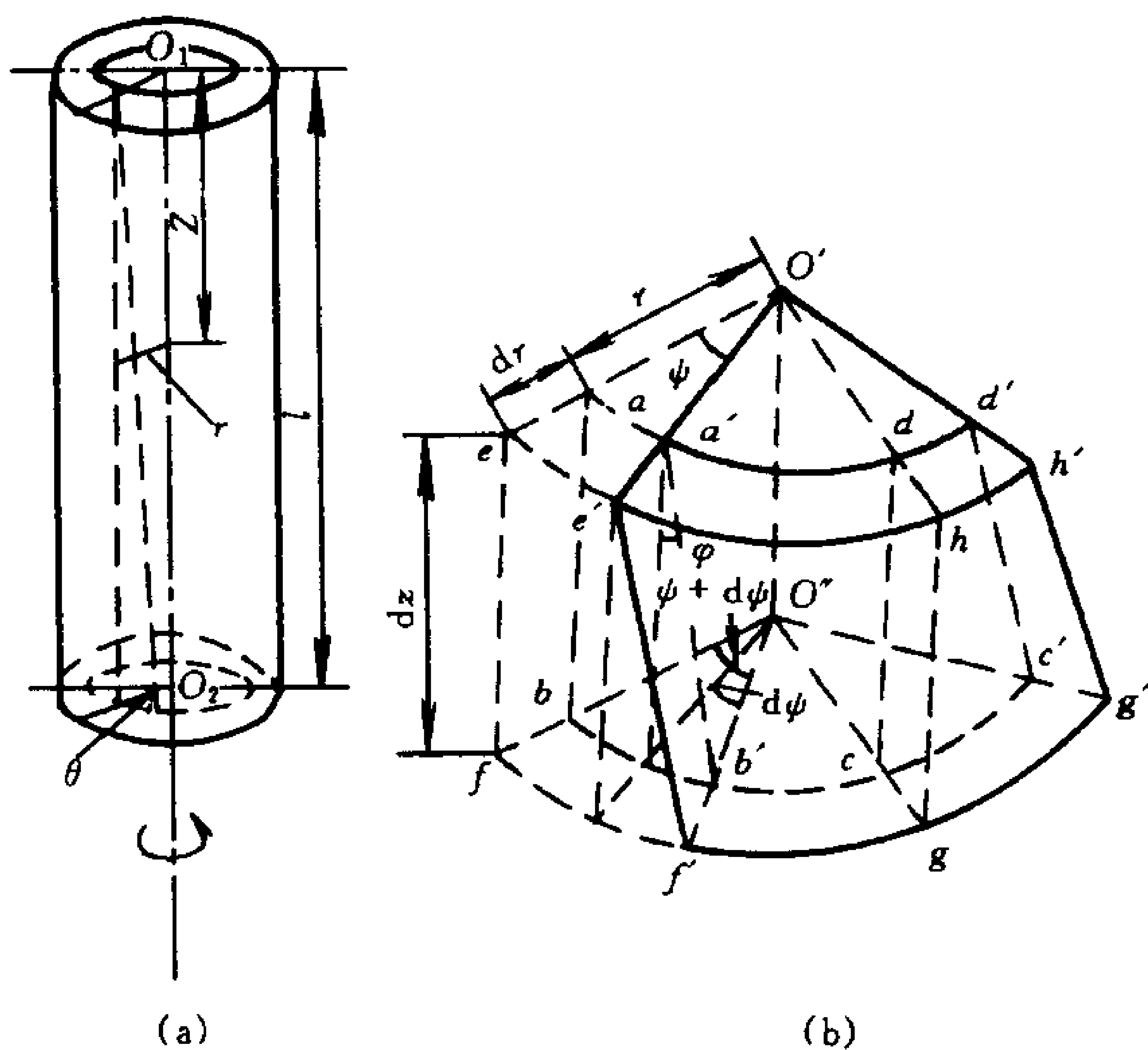


图 8 - 2

其下端面施以扭力矩 M,使其对中心轴 O_1O_2 扭转 θ 角. 此时距上端面 z 到 $z+\mathrm{d}z$、距中心轴为 r 到 $r+\mathrm{d}r$ 圆环的一段 $\overline{abcdefgh}$,在圆棒扭转后成为 $\overline{a'b'c'd'e'f'g'h'}$. 此时切变角 φ 是 $abfe$ 面和 $a'b'f'e'$ 面所夹之角. 如图 8 - 2(b),设此小部分的上端面和下端面的扭转角分别为 ψ 和 $\psi+\mathrm{d}\psi$,则切变角

$$\varphi = \frac{r(\psi + \mathrm{d}\psi) - r\psi}{\mathrm{d}z} = \frac{r\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}z} \tag{8-2}$$

因为棒是均匀的,所以 $\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}z}$ 是常量应等于 $\frac{\theta}{l}$,将上式和 $\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}z}=\frac{\theta}{l}$ 代入式(8 - 1),得

$$\tau = \frac{G r \theta}{l} \tag{8-3}$$

因此,作用在半径 r 厚 $\mathrm{d}r$ 的圆管的下端面的力为

$$\mathrm{d}F = \tau 2\pi r \mathrm{d}r = \frac{2\pi G\theta}{l} r^2 \mathrm{d}r \tag{8-4}$$

在圆棒中取内半径为 r,外半径为 $r+\mathrm{d}r$ 的圆管,其下端面扭转 θ

角，扭转力矩 dM 应为

$$dM = r dF = \frac{2\pi G\theta}{l} r^3 dr \qquad (8-5)$$

所以圆棒的整个下端面的扭力矩

$$M = \int dM = \frac{2\pi G\theta}{l}\int_0^R r^3 dr = \frac{\pi G R^4}{2l}\theta \qquad (8-6)$$

式中$\frac{\pi G R^4}{2l}$对于一定的金属棒(或线)是定值，称为圆棒(或线)的扭转系数. 此式又可写成

$$G = \frac{2lM}{\pi R^4 \theta} \qquad (8-7)$$

它表示测出金属棒的半径 R、长 l 及在力矩 M 作用下的扭转角 θ，就可用此式算出该金属的切变模量 G 之值. 扭力床就是根据此式去测量切变模量的.

3. 扭摆

将一细金属棒(线)的上端固定，下端联结一转动惯量为 I 的物体，以金属棒为轴将物体扭转一小角度后松开，物体将左右扭动，这就是扭摆(图 8-3). 其运动方程为

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -c\theta \qquad (8-8)$$

式中 c 为金属棒的扭转系数. 它的扭动周期

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{c}} \qquad (8-9)$$

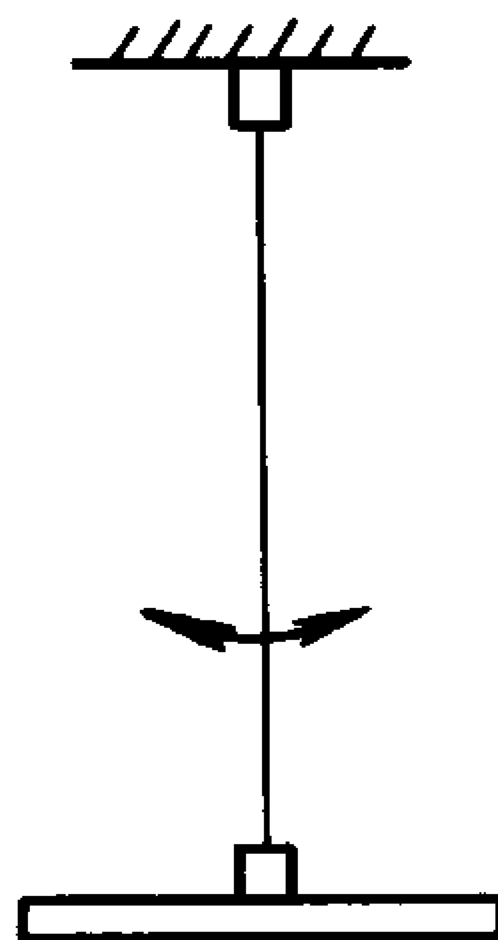


图 8-3

将 $c = \frac{\pi G R^4}{2l}$代入上式，得出

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2lI}{\pi G R^4}}$$

则可知切变模量 G 等于

$$G = \frac{8\pi l I}{R^4 T^2} \qquad (8-10)$$

因此，当物体的转动惯量已知时，测出扭摆的周期，就能求出棒的材料的切变模量之值.

又当金属棒下联结转动惯量为 I_1 的物体时的扭转周期为 T_1，在其上叠加上转动惯量为 I_2 的物体后的扭转周期为 T_2，则有

$$T_1^2 = \frac{8\pi l I_1}{GR^4}$$

$$T_2^2 = \frac{8\pi l(I_1 + I_2)}{GR^4}$$

从后一式减去前式，并用直径 d 代替半径 R，经整理得

$$G = \frac{128\pi l I_2}{d^4(T_2^2 - T_1^2)} \qquad (8-11)$$

此式和式(8－10)不同之处，在于不必求金属棒下端第一个联结物的转动惯量，这对于第一个联结物的转动惯量不易测准时最为适用.

实验内容

根据式(8－11)组织测量时，试料的直径适当大一些有利，因为式中的直径 d 是 4 次方；其次，叠加上的物体的转动惯量要尽量大一些，好使 T_1 和 T_2 两个周期有较大差异，以保证括号 $(T_2^2 - T_1^2)$ 之值有足够多的有效位数.

图 8－4 所示扭摆是在圆盘上叠加一圆环去测量，实际上也可以不放圆环，而是在盘上对称地放置两个质量外形都相同的圆柱体(图 8－5).

自己选择仪器去测 l 和 d，对 I_2 要测量叠加物的质量和外形尺寸. 如为圆环，则 I_2 等于

$$I_2 = \frac{1}{8}M(D_1^2 + D_2^2)$$

其中 M 是环的质量，D_1、D_2 为环内、外直径. 如果是二圆柱体放在盘上，则 I_2 等于

$$I_2 = \frac{1}{4}MD^2 + \frac{1}{2}Md_0^2$$

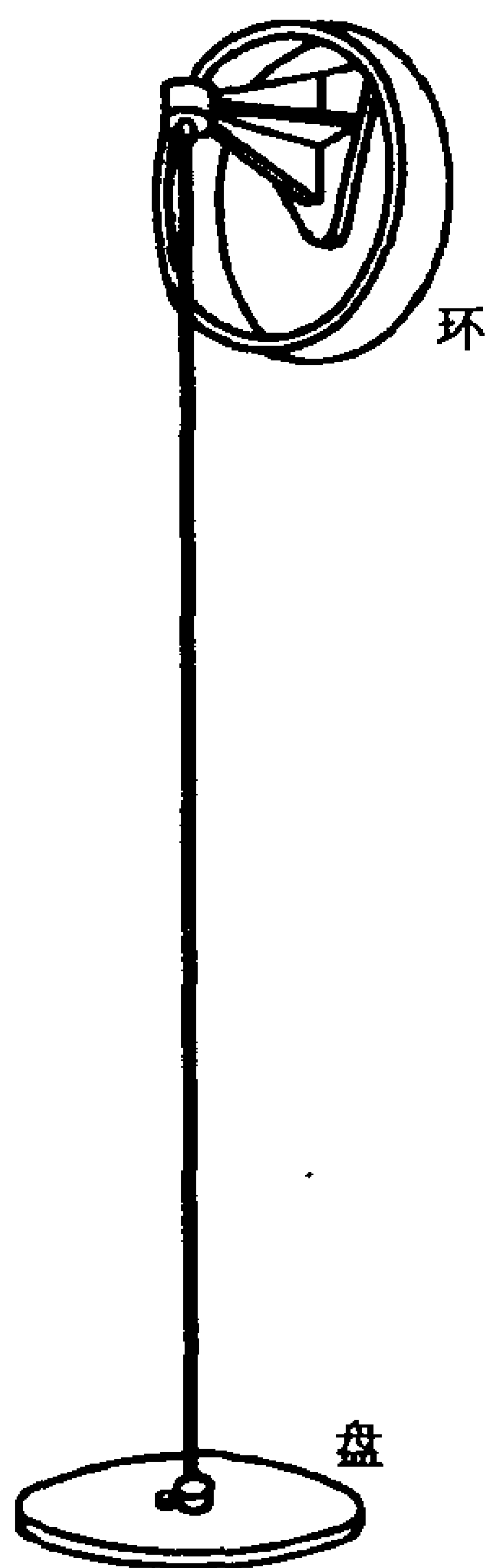


图 8－4

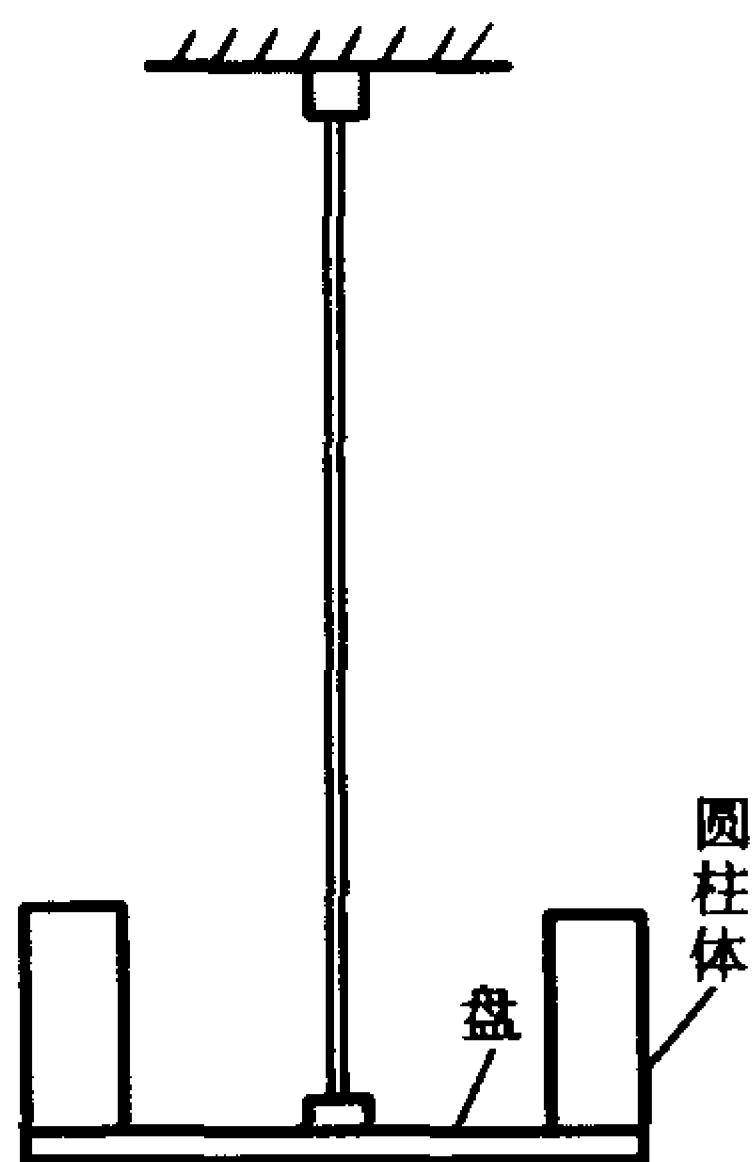


图 8－5

其中 M 为一个圆柱体的质量，D 为柱的直径，d_0 为二圆柱体的中心轴间距离.

T_1 和 T_2 要从测量扭动 n 次的时间去计算，n 取多大，要看 T_1、T_2 本身的大小和测量仪器去确定，但是要使$(T_2^2 - T_1^2)$的有效位数和其他被测量的有效位数大体一致.

最后算出试料的 G 值及其标准不确定度 $u(G)$.

不确定度传递公式为

$$u(G) = G\sqrt{\left(\frac{u(l)}{l}\right)^2 + \left(\frac{u(I_2)}{I_2}\right)^2 + \left(\frac{4u(d)}{d}\right)^2 + \frac{4[T_1^2u^2(T_1) + T_2^2u^2(T_2)]}{(T_2^2 - T_1^2)^2}}$$

其中 $u(I_2)$的计算式如下：

(1) 叠加圆环时

$$u(I_2)=I_2\sqrt{\left(\frac{u(M)}{M}\right)^2+\frac{4[D_1^2u^2(D_1)+D_2^2u^2(D_2)]}{(D_1^2+D_2^2)^2}}$$

(2) 叠加圆柱体时

$$u(I_2)=I_2\sqrt{\frac{u(M)}{M}+\frac{4D^2u^2(D)+16d_0^2u^2(d_0)}{(D^2+2d_0^2)^2}}$$

习题

用图 8－6 的装置测量金属丝的切变模量，对装置的制作应有什么要求？实验应如何进行？

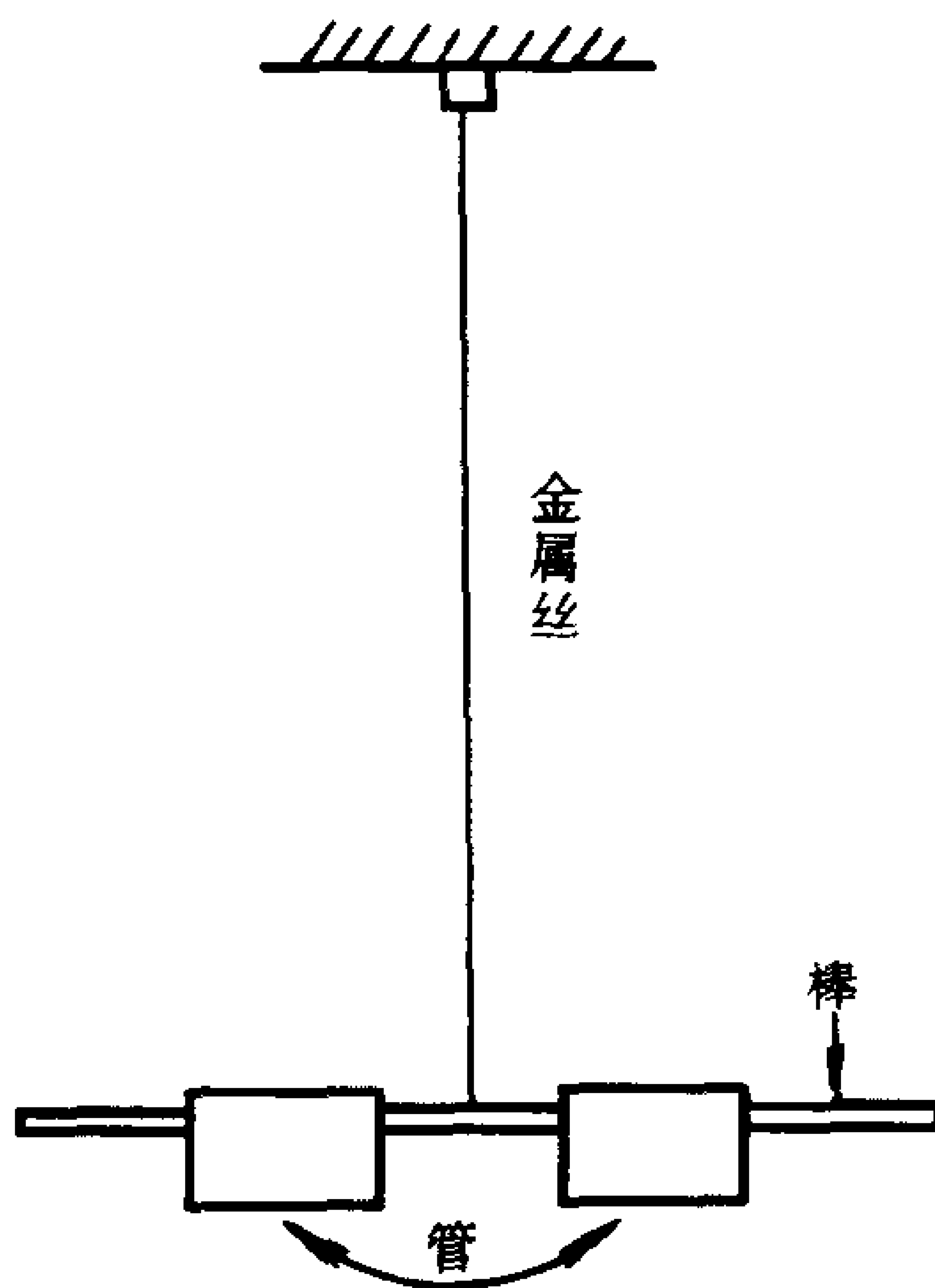


图 8－6

实验九　自由落体运动

目的

1. 学习用自由落下的物体测量重力加速度 g；
2. 练习对组合测量进行数据处理.

仪器和用具

自由落体装置，数字毫秒计(即 ms 计)，光电门(两个)，铁球.

图 9－1 为落体装置示意图.

闭合开关 K 吸住铁球，拉开 K，球下落到 A 门时毫秒计开始计时，落到 B 门时停止计时，显示时间为以初速度 v_0 开始，通过 A、B 间的时间.

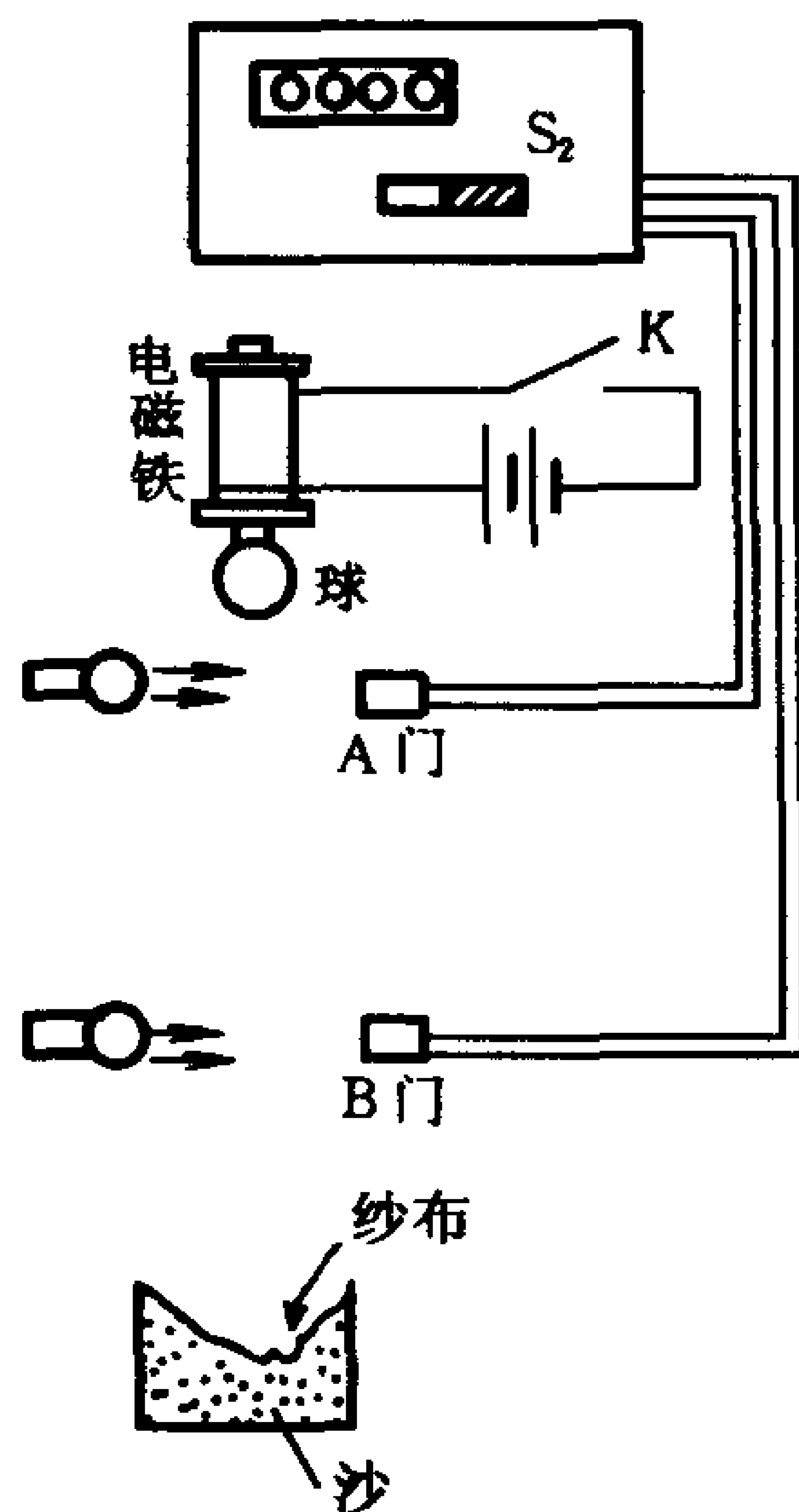


图 9－1

实验方法

设 A、B 间距离为 s，球下落到 A 门时的速度为 v_0，通过 A、B 间的时间为 t. 则成立

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \qquad (9-1)$$

用 t 除两侧，得

$$\frac{s}{t} = v_0 + \frac{1}{2}gt \qquad (9-2)$$

又设 $x = t, y = \frac{s}{t}$，则

$$y = v_0 + \frac{1}{2}gx \qquad (9-3)$$

这是一直线方程，当测出若干不同 s 的 t 值，用 $x = t$ 和 $y = s/t$ 进

行直线拟合,设所得斜率为 b,则由 $b=\frac{1}{2}g$ 可求出 g:

$$g = 2b \tag{9-4}$$

实验内容

1. 首先调节实验装置的支架,使立柱为铅直,再使落球能通过A门和B门的中点.

2. A、B间距离 s 的测量在此实验中很重要,直接从立柱的刻度读取光电门A、B位置去求 s,往往由于挡光片(球)下端的位置和光电门上指标的位置不一致而使测出的 s 有比较大的误差.

取如图9-2的金属板C(长10~15 cm),沿球下落的方向固定在电磁铁的下方,如图由下向上慢慢移动A门(已和ms计联接),当ms计刚刚开始计时就固定A门(以下测量中不能再动),其次将ms计和A门断开和B门相联,同样由下向上慢慢移动B门,ms计刚开始计时就固定B门. 用游标卡尺测出挡光片C的两下沿间距离 s_0,此 s_0 可作为第1个 s 值去测量 t. 以后将B门下移一段距离 s_k 去测量 t,其相应的A、B距离 $s=s_0+s_k$,直至B门远离A门为止.

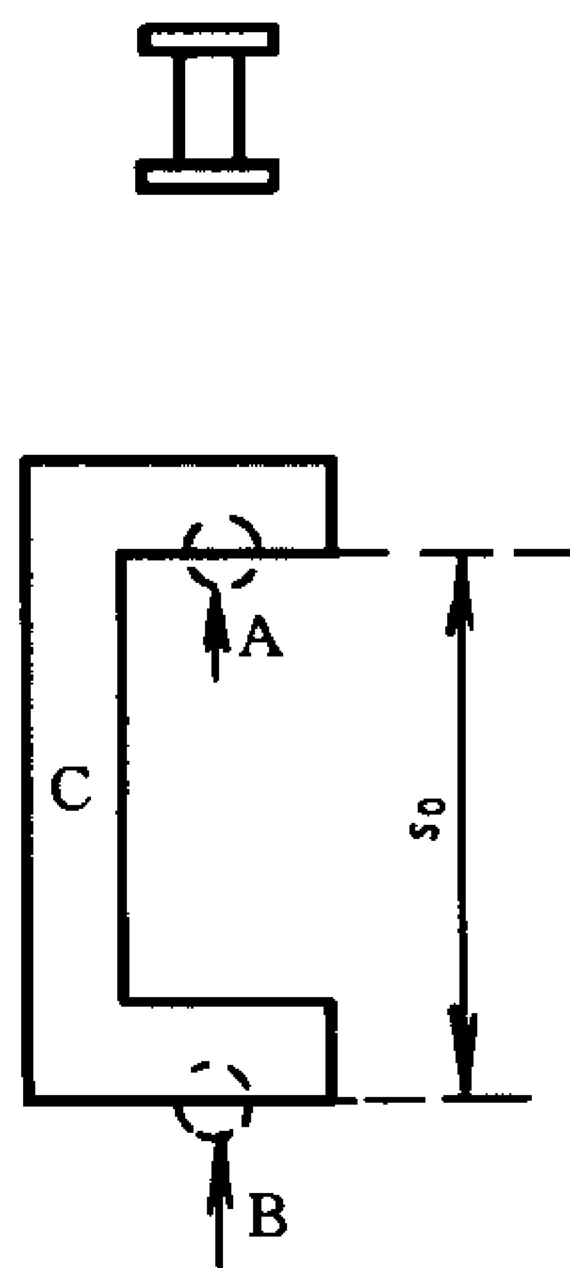


图9-2

3. 测时间 t 值时,ms计用0.1 ms档.

4. 计算各组测量的 x、y 值,用最小二乘法作直线拟合,求出斜率 b 及其标准偏差 s_b.

5. 计算 g 值及其标准不确定度 $u(g)$.

对 g 的不确定度计算的提示:

(1) $u(g)=2u(b)$,$u(b)$为斜率 b 的标准不确定度.

(2) b 的标准不确定度

由最小二乘法计算出的 b 的标准偏差 s_b,为 b 的不确定度的

A 类评定.

此外由于立柱调整不完善,落球中心未通过光电门的中点,立柱上米尺的误差均给 s 值引入误差,也是 b 的不确定度的来源,一般此项不确定度(B 类评定)较小,可略去不计.

最后取 $u(b)=s_b$.

习题

设计只用一个光电门去完成此实验的方案.

实验十　倾斜气垫导轨上滑块运动的研究

目的

1. 用倾斜气垫导轨(简称气轨)测定重力加速度；
2. 分析和校正实验中的系统误差.

仪器和用具

气轨，滑块，光电门，数字毫秒计，游标卡尺，垫块.

气轨简介：

气轨是一种摩擦很小的运动实验装置. 它由导轨、滑块和光电门组成(图 10－1).

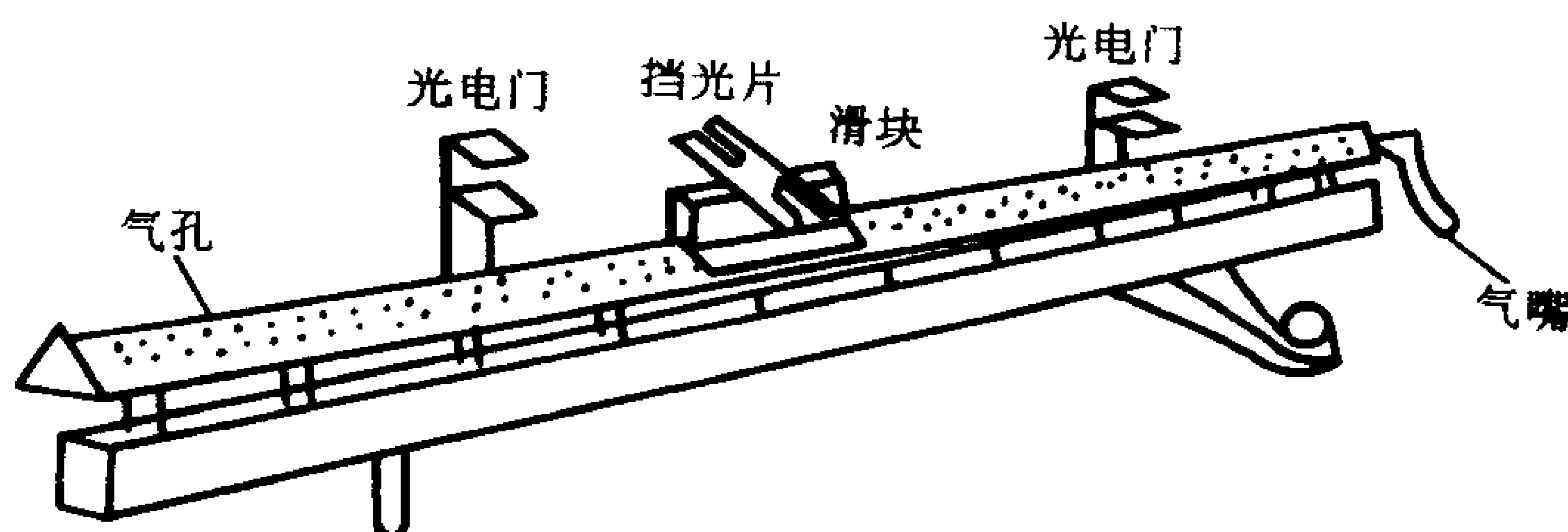


图 10－1

1. 导轨

导轨是由长 1.5～2.0 m 的三角形中空铝型材制成. 轨面上两侧各有两排直径为 0.4～0.6 mm 的喷气孔. 导轨一端装有进气嘴，当压缩空气进入管腔后，就从小孔喷出，在轨面与轨上滑块之间形成很薄的空气膜(即所谓气垫)，将滑块从导轨面上托起(约 0.15 mm)，从而把滑块与导轨之间接触的滑动摩擦变成为空气层之间的气体内摩擦，极大地减小了摩擦力的影响. 导轨两端有缓

冲弹簧,一端安有滑轮. 整个导轨安在钢梁上,其下有三个用以调节导轨水平的底脚螺丝.

2. 滑块

用角形铝材制成,其两侧内表面和导轨面精密吻合. 滑块两端装有缓冲器,其上面可安置挡光片或附加重物.

3. 光电门

它由聚光灯泡和光电管组成,立在导轨的一侧. 光电管与数字毫秒计相接. 当有光照到光电管上时,光电管电路导通,这时如挡住光路,光电管为断路,通过数字毫秒计门控电路,输出一脉冲使数字毫秒计开始或停止计时. 滑块上的挡光片在光电门中通过一次,数字毫秒计将显示出从开始计时到停止计时相应的时间 t. 如相应的挡光片宽度为 d,则可得出滑块通过光电门的平均速度 $\bar{v}$:

$$\bar{v} = \frac{d}{t}$$

4. 挡光片

由金属片制成,如图 10－2 的 U 字形, d 是挡光片第一前沿到第二前沿的距离.

使用 d 小的挡光片可以使测出的平均速度接近瞬时速度,即减小系统误差. 但是 d 小时,相应的 t 也将变小,这时 t 的相对误差将变大,所以测量速度时,不宜于用 d 很小的挡光片. 至于平均速度和瞬时速度的差异可以另行设法补正.①

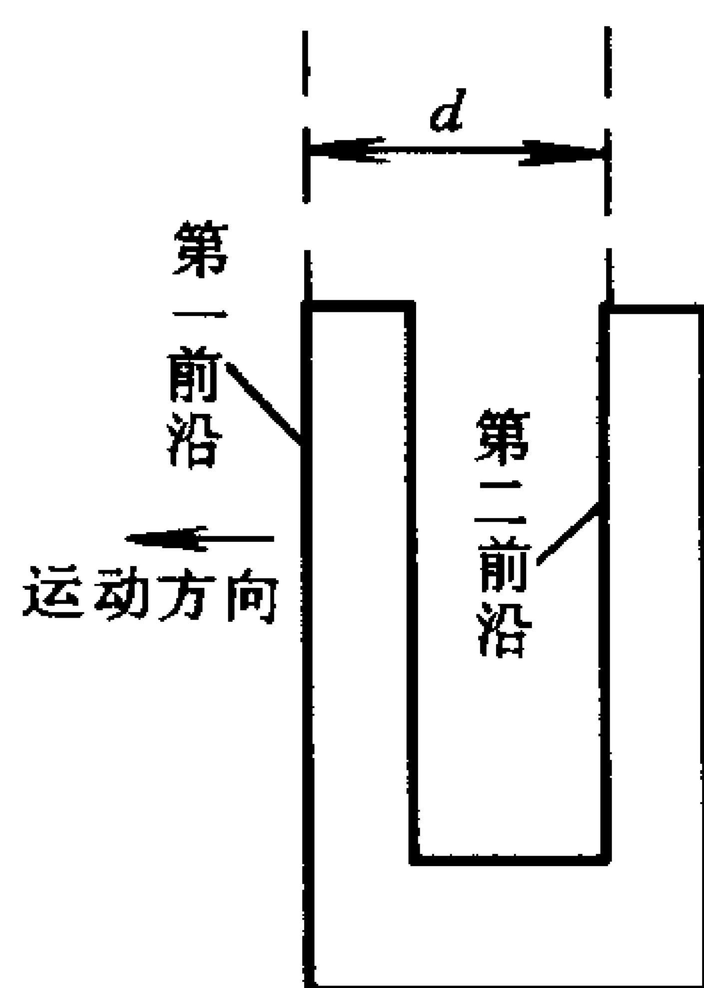


图 10－2

5. 使用气轨的注意事项

(1) 防止碰伤轨面和滑块

滑块与轨面之间只有不到 0.2 mm 的间隙, 如果轨面和滑块内表面被碰伤或变

① 见附记之[3].

形，则可能出现接触摩擦使阻力显著增大．

(2) 检查轨面喷气孔是否堵塞

气轨供气后，用薄的小纸条逐一检查气孔，发现堵塞要用细钢丝通一下．

(3) 用纱布沾少许酒精擦拭轨面及滑块内表面．

(4) 气轨未供气时，不要在轨上推动滑块．

(5) 实验后取下滑块，盖上布罩．

原理

1．倾斜轨上的加速度 a 与重力加速度 g 的关系

设导轨倾斜角为 θ，滑块质量为 m，则

$$ma = mg\sin\theta \qquad (10-1)$$

上式是在滑块运动时，不存在阻力时才成立．实际上滑块在气轨上运动虽然没有接触摩擦，但是有空气层的内摩擦，其阻力 $F_{阻}$ 和平均速度成比例，即

$$F_{阻} = b\bar{v}^{①} \qquad (10-2)$$

上式中的比例系数 b，称为粘性阻尼常量．考虑此阻力后，式(10－1)为

$$ma = mg\sin\theta - b\bar{v}$$

整理后，重力加速度 g 等于

$$g = \frac{a + \frac{b\bar{v}}{m}}{\sin\theta} \qquad (10-3)$$

此实验将依据式(10－3)去求重力加速度．

2．导轨的调平

调平导轨本应是将平直的导轨调成水平方向，但是实验室现有的导轨都存在一定的弯曲，因此“调平”的意义是指将光电门 A、

---

① 见附记之[1]．

B所在两点，调到同一水平线上(图 10－3).

假设导轨上A、B所在两点已在同一水平线上，则在A、B间运动的滑块，因导轨弯曲对它运动的影响可以抵消，但是滑块与导轨间还存在少许阻力，所以以速度 v_A 通过A门的滑块，到达B门时

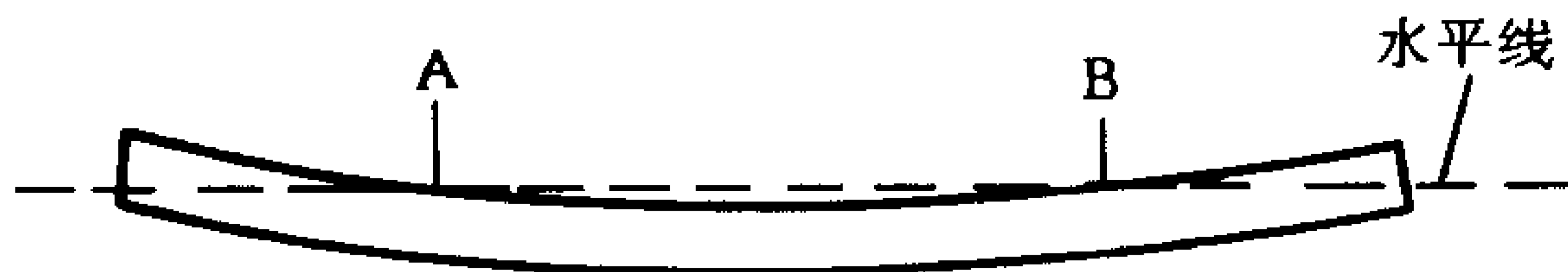


图 10－3

的速度v_B，将是 $v_B<v_A$. 由于阻力产生的速度损失 Δv 等于

$$\Delta v=\frac{bs}{m} \tag{10-4}$$[①]

式中 b 为粘性阻尼常量，s 为光电门A、B的距离，m 为滑块的质量. 参照上述讨论，可以提出如下检查调平的要求：

(1) 滑块从A向B运动时，$v_A>v_B$；相反时 $v_B>v_A$. 由于挡光片宽相同，所以A→B时 $t_A<t_B$，相反时 $t_B<t_A$(速度均取正值).

(2) 由A向B运动时的速度损失 Δv_{AB}，要和相反运动时的速度损失 Δv_{BA}尽量接近.

一般导轨上滑块的 b 值在$(2\sim5)\times10^{-3}\frac{\text{kg}}{\text{s}}$之间，设 $b=4\times10^{-3}$kg/s，光电门A、B间的距离 $s=0.6$ m，$m=0.3$ kg，则 $\Delta v=0.008$ m/s.

3. 求粘性阻尼常量 b

调平导轨后，测量两个方向的速度损失 Δv_{AB}和 Δv_{BA}(二者要很接近)，则从式(10－4)可得

$$b=\frac{m}{s}\frac{\Delta v_{AB}+\Delta v_{BA}}{2} \tag{10-5}$$

---

① 见附记之[2].

测量 Δv 时，滑块速度要小些，并且在推动时注意使之运动平稳（最好在滑块后尾轻轻向前平推）.

4. 加速度 a 的测量

测量加速度 a 可参照下面二公式之一去进行

$$a=\frac{d^2}{2s}\left(\frac{1}{t_B^2}-\frac{1}{t_A^2}\right) \tag{10-6}$$

$$a=\frac{d}{t_{AB}-\frac{t_A}{2}+\frac{t_B}{2}}\left(\frac{1}{t_B}-\frac{1}{t_A}\right)^{①} \tag{10-7}$$

式中 t_A、t_B 为滑块挡光片通过 A、B 门的时间长度，t_{AB} 为挡光片第一前沿由 A 门到 B 门的时间. 式(10－6)的依据是 $a=(v_2^2-v_1^2)/2s$，由于用平均速度 $\frac{d}{t}$ 代替瞬时速度 v 而存在系统误差，系统误差的大小和滑块初始位置到 A 门距离 s_0 及 d 有关，$\frac{d}{s_0}$ 越小误差也越小. 式(10－7)的依据是 $a=(v_2-v_1)/t_{AB}$，它也是由平均速度代替瞬时速度，但是分母项中的附加项 $\left(-\frac{t_A}{2}+\frac{t_B}{2}\right)$ 就是针对此时的系统误差而加入的修正项，即用式(10－7)计算加速度 a 时，不存在由于用 $\bar{v}$ 代替 v 的系统误差.

实验内容

调平气轨后按式(10－5)测出粘性阻尼常量 b，其次将气轨一端垫高 h，测出二支点间距离 L（图 10－4），则

$$\sin\theta=\frac{h}{L}$$

参照式(10－6)或式(10－7)组织测量加速度 a. 用几个不同高度 h 的垫块，改变倾斜角 θ，分别测量 a 值. 数字毫秒计用 S_2

① 见附记之[4].

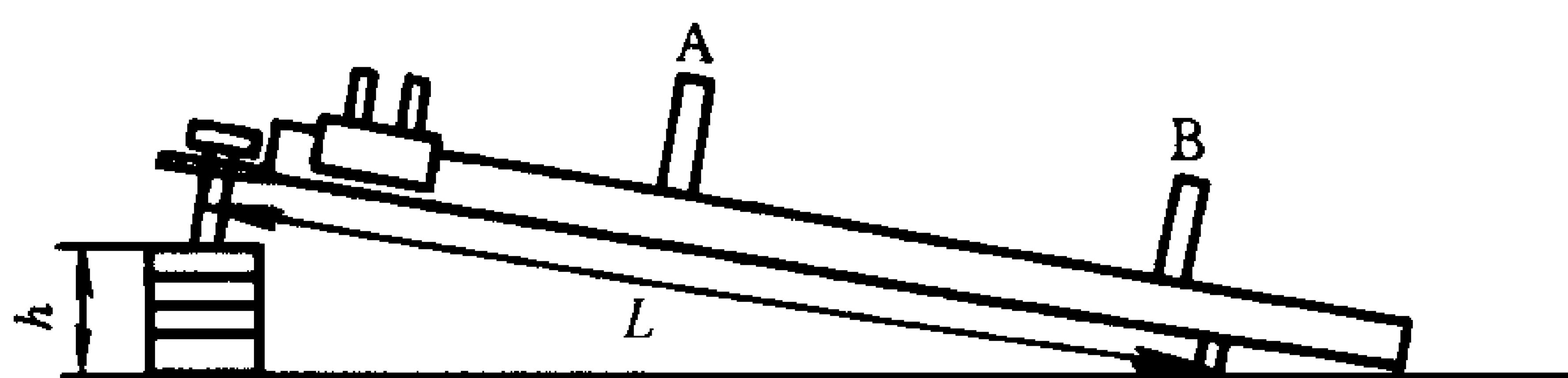


图 10-4

档,时标信号用 1 ms 或 0.1 ms(关于数字毫秒计参阅绪论§2-6).

按式(10-7)测量 a 时,在测完 t_A 和 t_B 后,要用一金属片或黑纸将 U 形挡光片的豁口盖住,去测 t_{AB}. 而且滑块的起始位置要和前面的测量相同.

依据式(10-3)去计算当地的重力加速度 g 的值及标准不确定度.

回答问题

根据你的测量记录和计算结果,评论你做的实验.

[附记]

[1]滑块在气轨上以速度 v 运动时,滑块下方气垫中的空气将以不同的速度运动,附在滑块上的空气速度为滑块速度 v,附在轨面上的速度为零,气垫中的空气速度由 v 逐渐变为零,可以设想气垫中的空气分为不同速度的若干层,不同流速各层间的作用力为内摩擦力 $F_{阻}$,在流体力学中给出

$$F_{阻} = \eta S \frac{dv}{dz}$$

式中 S 为接触面积,$\frac{dv}{dz}$为速度梯度,设气垫厚为 z 则

$$\frac{dv}{dz} \approx \frac{v}{z}$$

即

$$F_{阻} = \frac{\eta S}{z} v$$

η 为粘度，设 $b=\frac{\eta S}{z}$，则

$$F_{阻} = bv$$

[2]当导轨已水平，滑块以速度 v_A、v_B 通过 A、B 光电门，则阻尼力为 $F_{阻}=b\frac{v_A+v_B}{2}$，阻尼加速度 $a_{阻}=\frac{v_A^2-v_B^2}{2s}$则成立

$$b\frac{v_A+v_B}{2} = m\frac{v_A^2-v_B^2}{2s}$$

整理后可得速度损失

$$\Delta v = v_A - v_B = \frac{bs}{m}$$

详见《物理教学》1980 年第 1 期的“气垫导轨上滑块的运动分析”一文.

[3]设滑块以加速度 a 在气轨上运动，如图 10-5，滑块从起始位置到二光电门，可有 4 个时间，即 t_{1A}、t_{2A}、t_{1B}和 t_{2B}，它们分别等于

$$t_{1A} = \left(\frac{2s_0}{a}\right)^{1/2}, t_{1B} = \left[\frac{2(s_0+s)}{a}\right]^{1/2}$$

$$t_{2A} = \left[\frac{2(s_0+d)}{a}\right]^{1/2}, t_{2B} = \left[\frac{2(s_0+s+d)}{a}\right]^{1/2}$$

实验中测得的 t_A 和 t_B 当等于

$$t_A = t_{2A} - t_{1A}, t_B = t_{2B} - t_{1B}$$

将上述结果代入测量公式(10-6)并整理后可得

$$\frac{a(测)}{a} = \frac{d^2}{4s}\left[\frac{1}{(\sqrt{s_0+d}-\sqrt{s_0})^2} - \frac{1}{(\sqrt{s_0+s+d}-\sqrt{s_0+s})^2}\right]$$

对于 $d=4$ cm，$s=60$ cm，可求出

s_0/cm	5	10	20	30
a(测)/a	1.002 2	1.001 2	1.000 56	1.000 34

此结果表示当 s_0 适当大时，系统误差较小，另外如果要修正测量值 a(测)，可以用相应的比值去除.

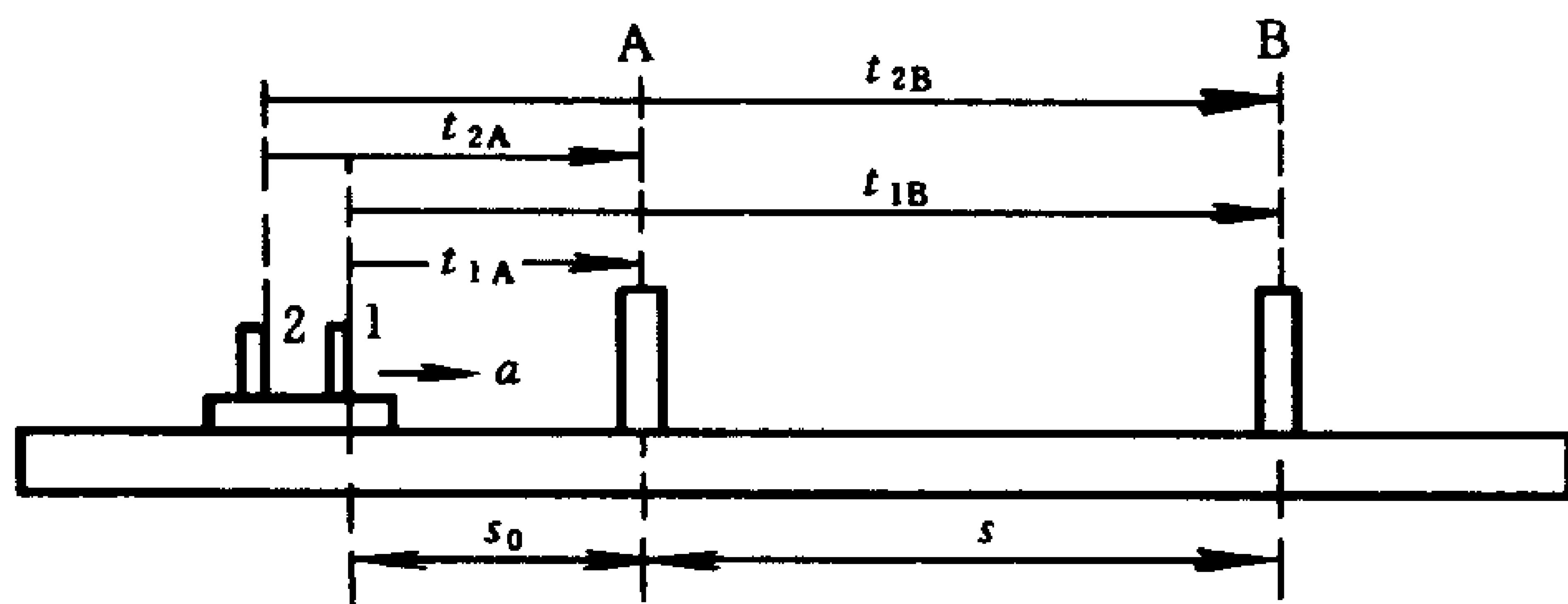


图 10－5

[4]已知在匀加速运动中，对某段路程的平均速度，等于在该段运动时间中点的瞬时速度. 如图 10－6 滑块在导轨上作匀加速运动的4个时间为 t_{1A}、t_{2A}、t_{1B}、t_{2B}，另外 $t_{2A}=t_{1A}+t_{A}$，$t_{1B}=t_{1A}+t_{AB}$，$t_{2B}=t_{1A}+t_{AB}+t_{B}$，因而$\frac{d}{t_A}$等于时刻$(t_{1A}+t_{1A}+t_{A})/2$ 的瞬时速度，$\frac{d}{t_B}$等于时刻$(t_{1A}+t_{AB}+t_{1A}+t_{AB}+t_{B})/2$ 的瞬时速度，即将

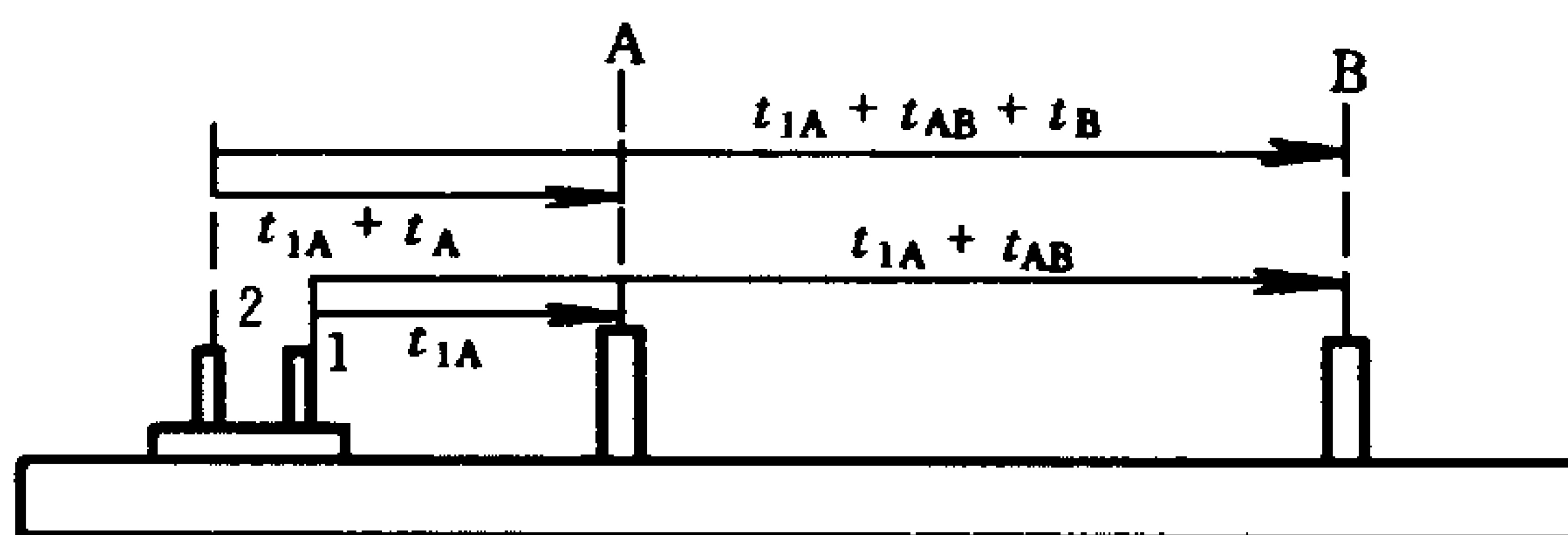


图 10－6

$\frac{d}{t_A}$和$\frac{d}{t_B}$看成为两个瞬时速度时，其对应的时间间隔为

$$\frac{t_{1A}+t_{AB}+t_{1A}+t_{AB}+t_{B}}{2}-\frac{t_{1A}+t_{1A}+t_{A}}{2}=t_{AB}+\frac{t_B}{2}-\frac{t_A}{2}$$

实验十一　牛顿第二运动定律的验证

目的

学习在气垫导轨上验证牛顿第二定律.

仪器和用具

气垫导轨,滑块,光电门,数字毫秒计,垫块或砝码.

关于气垫导轨参阅实验十;关于数字毫秒计参阅绪论§2－6.

原理

按牛顿第二定律,对于一定质量 m 的物体,其所受的合外力 F 和物体所获得的加速度 a 之间存在如下关系:

$$F = ma \tag{11-1}$$

此实验就是测量在不同的 F 作用下,运动系统的加速度 a,检验二者之间是否符合上述关系.

将导轨调平后测出粘性阻尼常量 b(参阅实验十的实验方法 2 和 3),如图 11－1,将细线的一端结在滑块上,另一端绕过滑轮挂上砝码 m_0(单位用 kg). 此时合外力(将滑块、滑轮和砝码作为运动系统)

$$F = m_0 g - b\bar{v} - m_0 \cdot (g - a)c \tag{11-2}$$

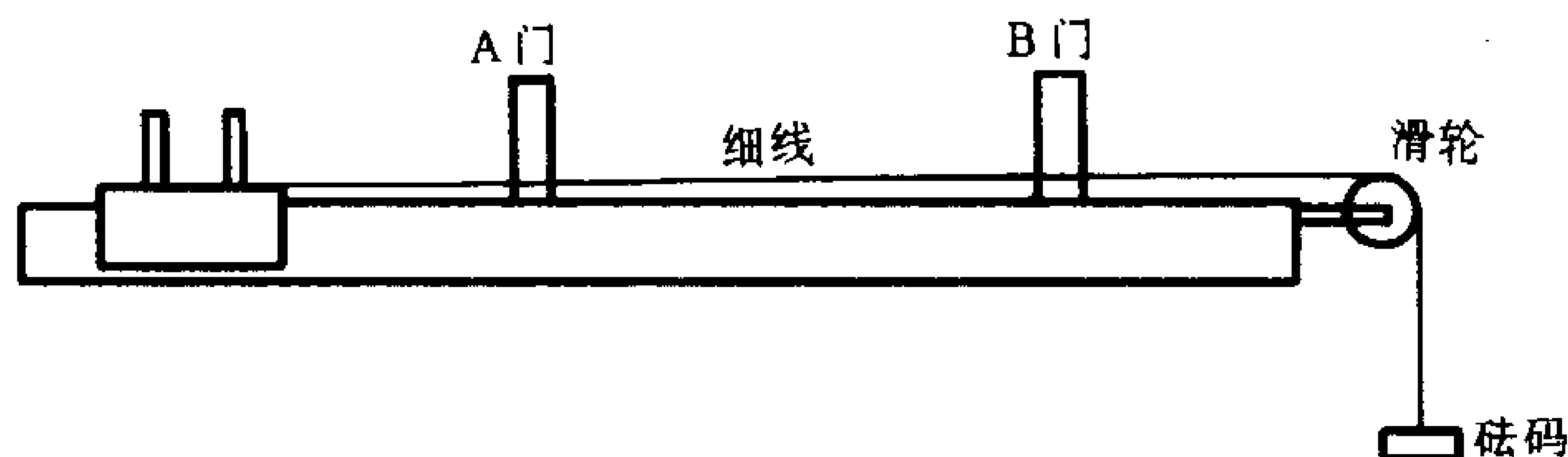


图 11－1

式中平均速度 $\bar{v}$(单位用 m/s)与粘性阻尼常量 b 之积为滑块与导轨间的粘性阻力,$m_0(g-a)\cdot c$ 为滑轮的摩擦阻力,阻力系数 c 可由实验室技术人员预先测出.

在此方法中运动系统的质量 m,应是滑块质量 m_1,全部砝码质量(包括砝码托)m_Σ 以及滑轮转动惯量的换算质量$\frac{I}{r^2}$(I 为滑轮转动惯量,r 为轮的半径)之和,即

$$m = m_1 + m_\Sigma + \frac{I}{r^2} \tag{11-3}$$

其中$\frac{I}{r^2}$可由实验室预先求出标在仪器说明书上. 另外在实验中应将未挂在线上的砝码放在滑块上,保持运动系统质量一定.

用测量的 F 和 a(a 的测量参考实验十实验方法 4)验证式(11-1)时,应检验:

(1) F 与 a 之间是否存在线性关系?

当 a、F 的测量组数 $n>5$,关联系数 $r(a、F)>0.88$ 时,就可认为 a、F 间存在线性关系.

(2) 如果 F、a 间存在 $F=\alpha+\beta a$ 的线性关系,斜率 β 和运动系统质量 m 在测量误差范围内是否相等? 只有对上述检验得出肯定答复时,才可认为对式(11-1)的关系在实验条件下是肯定的.

实验内容

1. 用纱布沾少许酒精擦拭轨面(在供气时)和滑块内表面,用薄纸片小条检查气孔有否堵塞.

2. 检查计时系统.

3. 调平气轨并测出粘性阻尼常量 b.

4. 测量加不同砝码 m_0 时的加速度 a(参照实验十实验方法 4).

5. 计算加各种砝码时的加速度 a 及 F 值(按式(11-2)).

6. 用最小二乘法求直线拟合式 $F=\alpha+\beta a$ 的 α、s_α、β、s_β 值.

7. 分析实验结果.

回答问题

1. 如果在测量误差范围内你的实验结果可认为 $F=\alpha+\beta a$ 线性关系中的 $\alpha=0$,其物理意义如何? 如果不能认为 $\alpha=0$ 又如何解释?

2. 你能否提出验证牛顿第二定律的其它方案?

[附记]

[1]测量滑轮的阻力系数 c 可如图 11-2 进行. 即用细线绕过二滑轮,两端加相等砝码 m_Σ,为使运动系统是匀速的,应在向下运动的一侧,增加砝码 Δm,用以抵消滑轮阻力的影响. 此时对一个滑轮的阻力系数

$$c=\frac{\frac{\Delta m}{2}}{m_\Sigma}$$

上述处理是认为二滑轮的阻力系数相同,如果要仔细求每个滑轮的阻力系数,可取三个滑轮 A、B、C,分别测出 AB、BC、AC 组合时的合成阻力,就可算出每个滑轮的阻力系数.

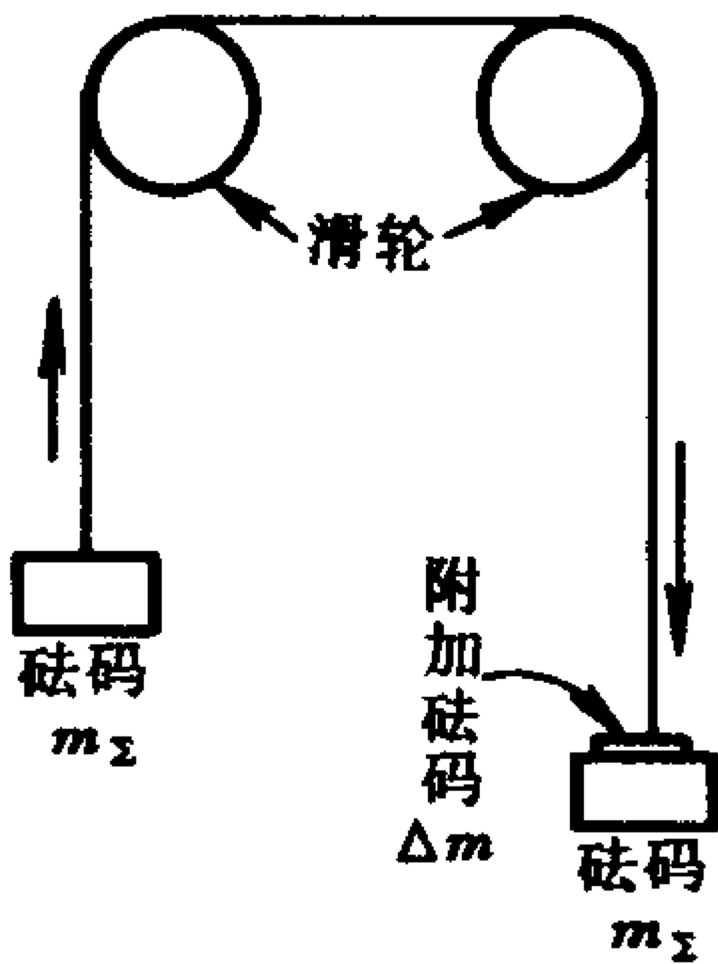


图 11-2

[2]测量不确定度计算举例:

在气垫导轨上,测量运动系统(滑块、砝码)在砝码 m 重力作用下的加速度 a,得到

m/g	3.05	5.05	7.05	9.05	11.05
$a/(\mathrm{cm\cdot s^{-2}})$	5.751	9.596	13.394	17.109	20.946
m/g	13.05	15.05	17.05	19.05	21.05
$a/(\mathrm{cm\cdot s^{-2}})$	24.759	28.594	32.383	36.120	40.059

按 F 和 a 间存在 $F=\alpha+\beta a$ 的线性关系,用此数据求出参数

α 和β,得出

$$\alpha = 25 \times 10^{-5}\ \text{N} \quad , \quad s_\alpha = 17 \times 10^{-5}\ \text{N}$$

$$\beta = 0.515\ 5\ \text{kg} \quad , \quad s_\beta = 0.000\ 7\ \text{kg}, r = 0.999\ 993$$

计算时重力加速度取 $g = 9.805\ \text{m/s}^2$(长春).

在此实验中,滑块运动阻力,滑轮的阻力可以测出并对 F 进行修正,又在计算加速度 a 时用的是测量的平均速度,而理论要求的是瞬时速度. 因此要对 a 进行修正,在进行上述修正后,再求参数 α、β 值,为

$$\alpha = -57 \times 10^{-5}\ \text{N} \qquad s_\alpha = 16 \times 10^{-5}\ \text{N}$$

$$\beta = 0.500\ 5\ \text{kg} \qquad s_\beta = 0.000\ 6\ \text{kg}$$

对于 α、β 还由于:(1)对滑块运动阻力修正不完善,(2)对滑轮阻力修正不完善,(3)挡光片宽度测量不确定度,(4)滑块运动路程误差引入的不确定度,经估算为:

	(1)	(2)	(3)	(4)
$\Delta_\alpha/10^{-5}\text{N}$	4	0.1	0.1	0.0
$\Delta_\beta/10^{-3}\text{kg}$	0.3	1.0	0.8	0.5

以上均按最大误差估计. 计算在计算机上进行,例如(1)是 b 的不确定度Δ_b 引入的. 用 b 的测量值计算 α、β 为 α_1、β_1,再用$(b + \Delta_b)$计算为 α_2、β_2,则由 b 引入的α、β 的不确定度为

$$\Delta_\alpha(b) = |\alpha_1 - \alpha_2|$$

$$\Delta_\beta(b) = |\beta_1 - \beta_2|$$

结果 α、β 的不确定度为

$$u(\alpha) = \left[16^2 + \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{\sqrt{3}}\right)^2\right]^{1/2} \times 10^{-5}\ \text{N} = 16 \times 10^{-5}\text{N}$$

$$u(\beta) = \left[0.6^2 + \left(\frac{0.3}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{0.8}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{0.5}{\sqrt{3}}\right)^2\right]^{1/2} \times 10^{-3}\ \text{kg}$$

$$= 1.0 \times 10^{-3}\ \text{kg}$$

最后结果为

$$\alpha = (-57 \pm 16) \times 10^{-5}\text{N}$$

$$\beta = 0.500\,5 \pm 0.001\,0 \text{ kg}$$

从最后结果之 α 值可以看到 $|\alpha|/u(\alpha) > 3$,说明 α 和零的差异较大,这是导轨尚有些不水平所造成的;实验用运动系统总质量为 0.499 6 kg, $|\beta - 0.499\,6|/u(\beta) < 1$ 说明测量结果和牛顿第二定律的预期值是一致的.

实验十二 碰撞实验

目的

1. 验证动量守恒定律；
2. 了解非完全弹性碰撞与完全非弹性碰撞的特点.

仪器和用具

气垫导轨,滑块,光电门,数字毫秒计,游标卡尺,尼龙粘胶带或橡皮泥.

关于气垫导轨参阅实验十;关于数字毫秒计参阅绪论§2-6.

原理

当两滑块在水平的导轨上沿直线作对心碰撞时,若略去滑块运动过程中受到的粘滞性阻力和空气阻力,则两滑块在水平方向除受到碰撞时彼此相互作用的内力外,不受其它外力作用. 故根据动量守恒定律,两滑块的总动量在碰撞前后保持不变.

设如图 12-1 所示,滑块 1 和 2 的质量分别为 m_1 和 m_2,碰撞前二滑块的速度分别为 v_{10} 和 v_{20},碰撞后的速度分别为 v_1 和 v_2,则根据动量守恒定律有

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \qquad (12-1)$$

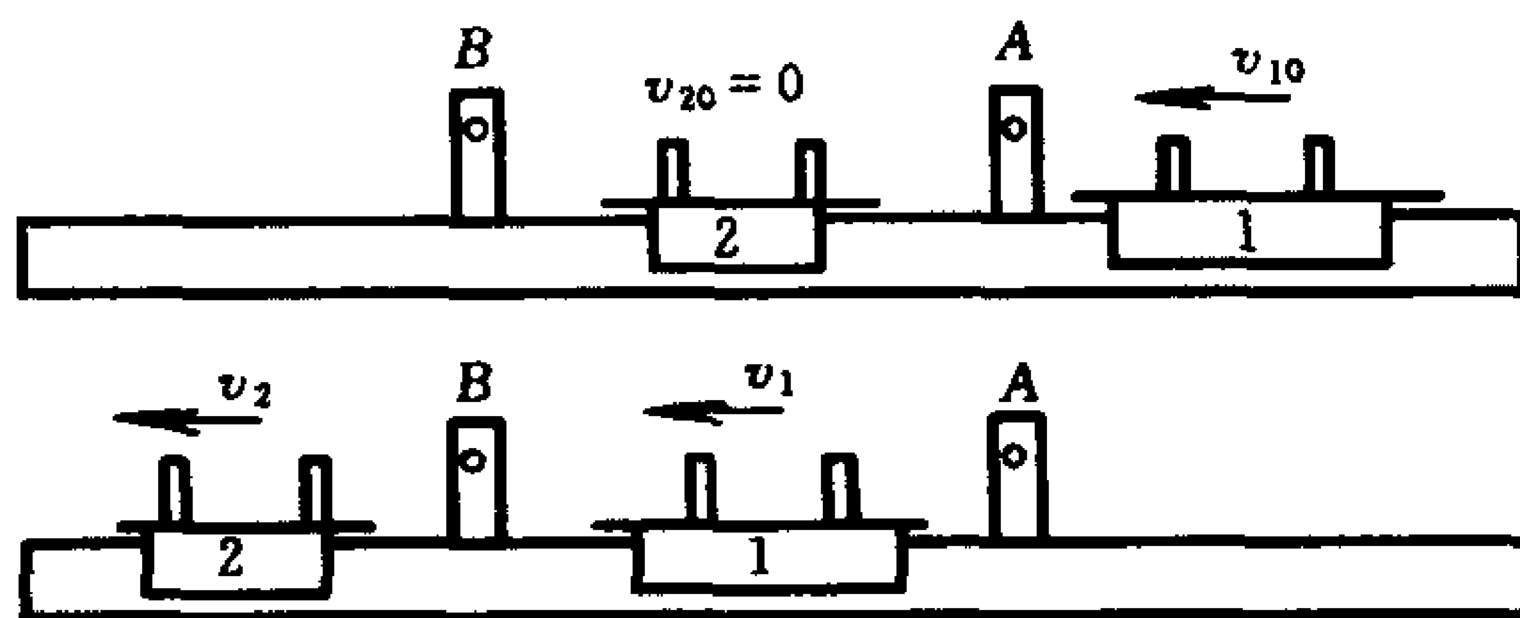


图 12-1

若写成标量的形式,即

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \tag{12-2}$$

式中各速度均为代数值,各 v 值的正负号决定于速度的方向与所选取的坐标轴方向是否一致,这一点要特别注意.

牛顿曾提出"弹性恢复系数"的概念. 其定义为碰撞后的相对速度与碰撞前的相对速度的比值. 一般称为恢复系数,用 e 表示,即

$$e = \frac{v_2 - v_1}{v_{10} - v_{20}} \tag{12-3}$$

当 $e=1$ 时为完全弹性碰撞,$e=0$ 为完全非弹性碰撞,一般 $0<e<1$ 为非完全弹性碰撞. 气轨滑块上的碰撞弹簧是钢制的,e 值在 0.95~0.98,它虽然接近 1,但是其差异也是明显的,因此在气轨上不能实现完全弹性碰撞.

1. 非完全弹性碰撞

取大、小二滑块($m_1>m_2$),将滑块 2 置于 A、B 光电门之间,使 $v_{20}=0$. 推动滑块 1 以速度 v_{10}去撞滑块 2,碰撞后速度分别为 v_1 和 v_2,则

$$m_1 v_{10} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \tag{12-4}$$

碰撞前后动能的变化为

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) - \frac{1}{2} m_1 v_{10}^2 \tag{12-5}$$

实际实验时,由于滑块运动受到一定的阻力,又由于导轨具有少许的弯曲,在 A 门测出的速度 v_{1A},在 B 门测出的速度 v_{2B} 和 v_{1B},都和碰撞前后瞬间相应的速度有些差异,减少差异的办法之一,是尽可能缩短碰撞点到测速光电门间的距离,例如 VAFN 多用数字测试仪就可以在很短的瞬间记录下,两滑块在碰撞前后经过光电门的 4 个时间. 办法之二是进行速度修正,因为滑块在"调平"气轨上运动时仍然有加速度. 可参照图 12-2 测出三个加速度,对相应的速度进行修正. 图中滑块位置为相碰前瞬间的位置,

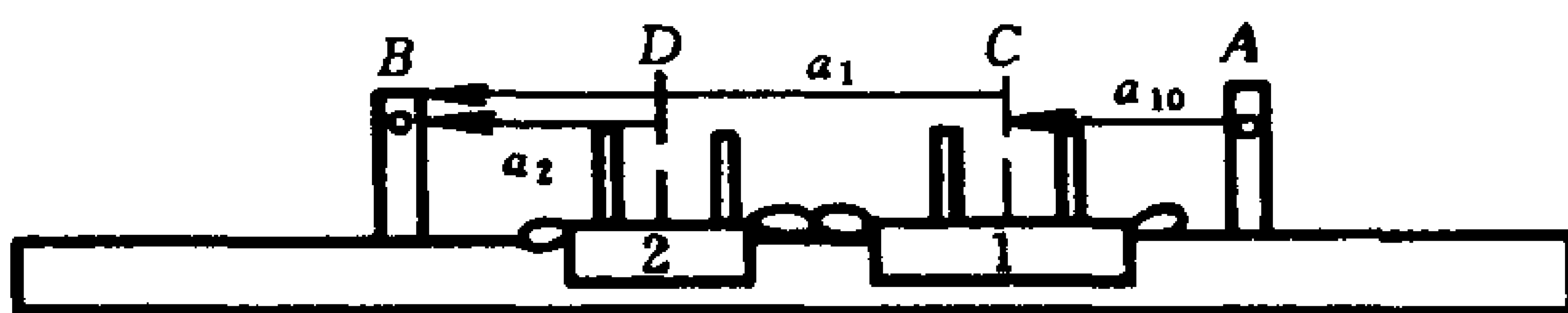


图 12－2

CD为此时二滑块挡光片中点的位置，AB 为实验时光电门的正常位置.

(1) AC 间距离为s_{10}，将 B 门移至C，测出滑块 1 在 AC 间的加速度 a_{10}，则

$$v_{10}=\sqrt{v_{1A}^2+2a_{10}s_{10}}\ (v_{1A}\text{ 是在}A\text{ 门的速度}).$$

(2) CB 间距离为s_1，将光电门置于 C、B 处，测出滑块 1 在 CB 间的加速度a_1，则

$$v_1=\sqrt{v_{1B}^2-2a_1s_1}\ (v_{1B}\text{ 是滑块 1 在 }B\text{ 门的速度}).$$

(3) DB 间距离为s_2，将光电门置 DB 处，测出滑块 2 在 DB 间的加速度a_2，则

$$v_2=\sqrt{v_{2B}^2-2a_2s_2}\ (v_{2B}\text{ 是滑块 2 在 }B\text{ 门的速度}).$$

2. 完全非弹性碰撞

此时 $e=0$，将滑块 2 置于光电门 AB 间，而且 $v_{20}=0$，滑块 1 以速度 v_{10}撞向滑块 2，碰撞后二滑块粘在一起以同一速度 v_2 运动.

为了实现此类碰撞，要在二滑块的碰撞弹簧上加上尼龙胶带或橡皮泥(使用尼龙胶带时里面要衬上一块软胶皮).

碰撞前后的动量关系为

$$m_1v_{10}=(m_1+m_2)v_2 \qquad (12-6)$$

动能变化为

$$\Delta E_k=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_2^2-\frac{1}{2}m_1v_{10}^2 \qquad (12-7)$$

实验内容

1. 用纱布沾少许酒精擦轨面及滑块内表面(供气时),检查气孔.

2. 调平气轨;检查滑块碰撞弹簧,保证对心碰撞.

3. 操作上的注意

碰撞前后滑块运行是否平稳对此实验十分重要,除去检查碰撞弹簧保证对心碰撞以外,在推动滑块 1 去撞滑块 2 时也应特别小心,最好不是用手直接去推滑块 1,而是在滑块 1 后面再加一小滑块,通过小滑块去推动滑块 1,使推力和轨平行.

4. 非完全弹性碰撞

适当安置光电门 A、B 的位置,使能顺序测出三个时间 t_{1A}(滑块 1 通过 A 门时),t_{2B}(滑块 2 通过 B 门时),t_{1B}(滑块 1 通过 B 门时). 并在可能的条件下,使 A、B 的距离小些.

每次碰撞时,要使 $v_{20}=0$,速度 v_{10} 也不要太大.

碰撞次数可在 6~10 次左右.

其次,参照图 12-2,测量 $s_{01},a_{01},s_1,a_1,s_2,a_2$. 测 a 值也要重复几次,由于这三个 a 值都较小,更容易受干扰,测量更要细心.

5. 完全非弹性碰撞

在二滑块的相对的碰撞面上加上尼龙胶带或橡皮泥(碰撞弹簧要移开),进行碰撞,仍然使 $v_{20}=0$.

6. 计算结果与分析

(1) 两类碰撞,碰撞后、前动量之比,

(2) 两类碰撞,碰撞前后动能的变化,

(3) 非完全弹性碰撞时的恢复系数,

(4) 对实验结果作分析和评价.

回答问题

1. 对你使用的实验装置,如果取 $m_1=m_2$,$v_{20}=0$,并且认为 $v_1=0$,将给结果引入多大的误差?

2. 当取 $m_1<m_2$ 进行碰撞时,其测量误差与 $m_1>m_2$ 时相比,哪一种可能小些?

[附记]

[1]当取 $m_1=m_2$ 进行碰撞时,由于 $e\neq1$,因而 $v_1\neq0$,但 v_1 很小,不易测,又当导轨有些弯曲时就更不好测,所以在此实验取 $m_1>m_2$.

[2]严格讲,导轨阻尼和加速度有关,这里只是近似的处理,碰撞时的速度要适当小些.

测量举例

非完全弹性碰撞,气垫导轨(No. 01)

$$m_1=478.3\ \text{g},m_2=268.5\ \text{g}$$

$$d_1=5.024\ \text{cm},d_2=5.026\ \text{cm}$$

t_{10}/s	t_1/s	t_2/s	v_{1A}/(cm·s^{-1})	v_{1B}/(cm·s^{-1})	v_{2B}/(cm·s^{-1})
0.069 7	0.260 6	0.055 1	72.08	19.28	91.22
0.080 7	0.303 4	0.063 9	62.26	16.56	78.65
0.065 4	0.243 5	0.051 7	76.82	20.63	97.21
0.074 1	0.279 8	0.058 0	67.80	17.96	86.66
0.072 1	0.271 7	0.057 0	69.68	18.49	88.18
0.084 0	0.319 5	0.066 5	59.81	15.72	75.58
0.083 5	0.316 5	0.066 1	60.17	15.87	76.04
0.100 2	0.387 7	0.079 7	50.14	12.96	63.06
0.084 2	0.321 3	0.066 6	59.67	15.64	75.47
0.064 3	0.239 9	0.050 8	78.13	20.94	98.94

测得

$s_0=21.2$ cm, $a_{10}=-0.89$ cm/s^2, $s_1=56.6$ cm, $a_1=-0.37$ cm/s^2, $s_2=30.0$ cm, $a_2=-0.29$ cm/s^2

计算 v 的校正值及结果

v_{10}/(cm·s^{-1})	v_1/(cm·s^{-1})	v_2/(cm·s^{-1})	C	$\Delta E_k/10^{-7}$J	e
71.81	20.33	91.31	0.996 9	−151×100	0.988
61.95	17.78	78.77	1.000 8	−92×100	0.985
76.57	21.62	97.30	0.995 7	−193×100	0.988
67.52	19.08	86.76	1.003 9	73×100	1.002
69.41	19.59	88.28	0.996 2	−141×100	0.990
59.49	17.00	75.70	1.000 1	−79×100	0.987
59.85	17.14	76.15	1.000 6	−79×100	0.986
49.76	14.48	63.20	1.004 0	−58×100	0979
59.35	16.92	75.58	1.000 0	−70×100	0.988
77.89	21.92	99.03	0.995 1	−194×100	0.990

表示 C 为碰撞后动量和与碰撞前动量和之比.

从表中看出第 4 组 $\Delta E_k>0, e>1$,属异常值,将该组舍去,从余下 9 组整理出结果:

$$C=0.998\,8\pm0.001\,0$$

$$e=0.987\pm0.002$$

上记结果中"±"号后之值为标准偏差,即标准不确定度 A 类分量.

在此测量中,导轨未很好调平,有负值的加速度(见测量值),为了使 $v_{20}=0$,在侧面用一挡片挡住滑块 2,但不影响它向前运动. 见图 12－3.

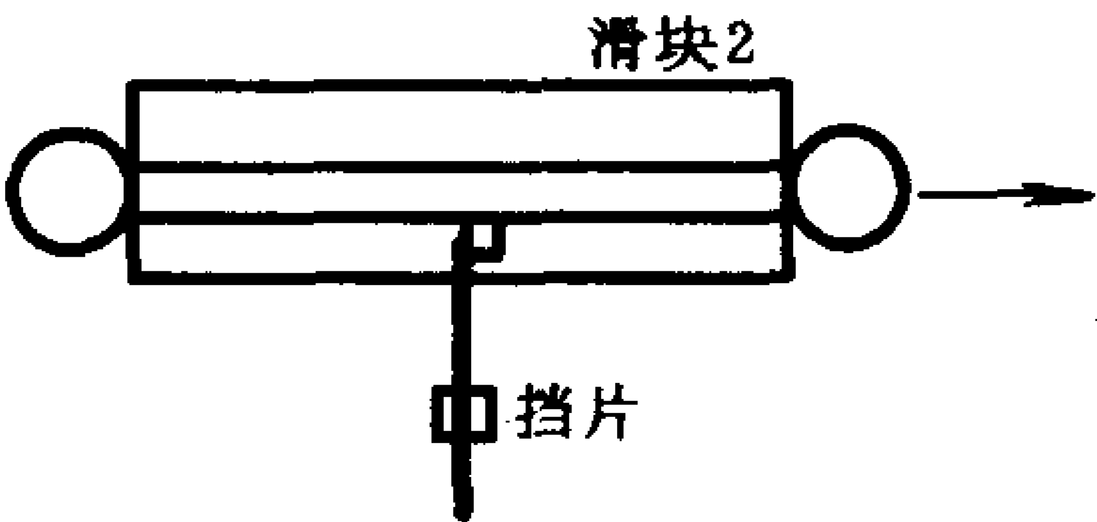


图 12－3

实验十三　转动惯量的测定

目的

测量不同形状物体的转动惯量.

仪器和用具

刚体转动实验仪,数字毫秒计,游标卡尺,天平,砝码,开关,被测物(圆盘及圆环).

图 13－1 为实验仪的示意图.图中 1 为载物台,2 为绕线轮,3 为引线,4 为滑轮,5 为砝码. 载物台在砝码的重力作用下,可作匀角加速转动.

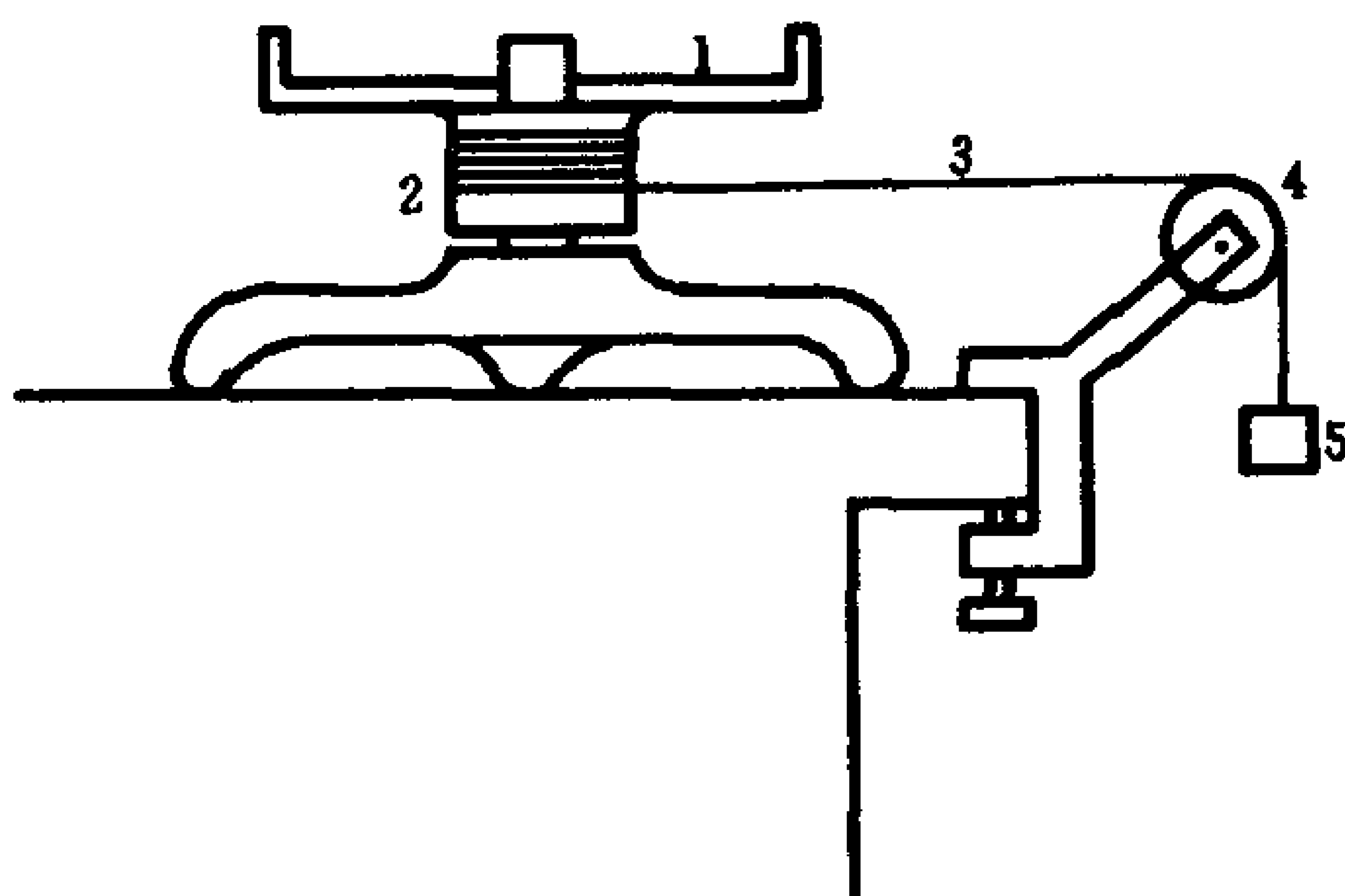


图 13－1

实验方法

根据刚体转动定律,转动系统所受合外力矩 $M_{合}$ 与角加速度 β 的关系为

$$M_{合} = I\beta \qquad (13-1)$$

其中 I 为该系统对回转轴的转动惯量. 合外力矩 $M_{合}$ 主要由引线

的张力矩 M 和轴承的摩擦力矩$M_{阻}$ 构成,则

$$M - M_{阻} = I\beta$$

摩擦力矩 $M_{阻}$ 是未知的,但是它主要来源于接触摩擦,可以认为是恒定的,因而将上式改为

$$M = M_{阻} + I\beta \qquad (13-2)$$

在此实验中,若要研究引线的张力矩 M 与角加速度β之间是否满足式(13-2)的关系,就要测不同 M 时的β值.

(1) 关于引线张力矩 M

设引线的张力为 F_T,绕线轴半径为 R,则

$$M = F_T R$$

又设滑轮半径为 r,其转动惯量为 $I_{轮}$,转动时砝码下落加速度为 a,参照图 13-2 可以写出

$$\left.\begin{aligned} mg - F_{T1} &= ma \\ F_{T1}r - F_T r &= I_{轮}\frac{a}{r} \end{aligned}\right\}$$

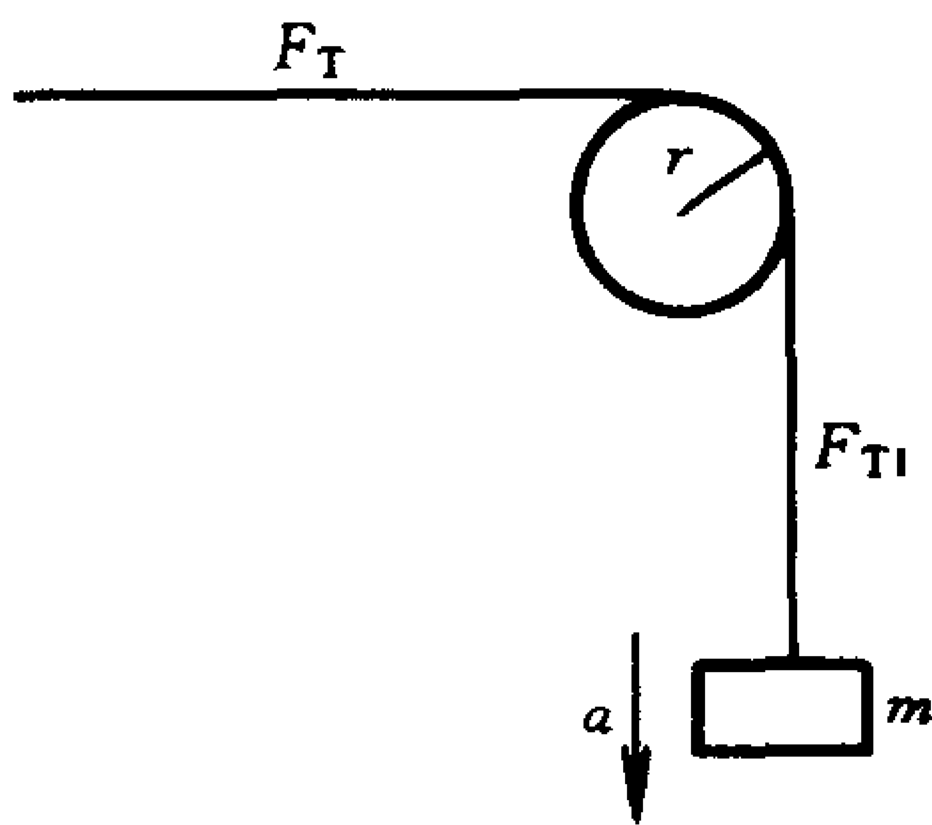


图 13-2

从上述二式中消去 F_{T1},同时取 $I_{轮} = \frac{1}{2}m'r^2$(m'为滑轮质量),得出

$$F_T = m\left[g - \left(a + \frac{1}{2}\frac{m'}{m}a\right)\right]$$

在此实验中,$\left(a + \frac{1}{2}\frac{m'}{m}a\right)$不超过$g$ 的 0.3%,如果要求低一些,可取 $F_T \approx mg$. 这时

$$M \approx mgR \qquad (13-3)$$

在实验中是通过改变砝码来改变 M 的.

(2) 角加速度 β 的测量

如图 13-3(a),在回转台上加挡光片,附近固定一光电门,另设一控制起始位置的挡板 K.

在保持起始状态不变的条件下,测量从光电门开始的第 1 圈

时间 t_1，再测第 1、2、3、4 圈的累计时间 t_4. 一般数字毫秒计用 S_2 挡只能测一圈的时间，为了测出四圈累计时间，就要使第 1、2、3 圈末的挡光失效，为此和光电管并联一开关 K′(图 13－3(b))，开始测量前 K′断开，在第一次挡光后将 K′闭合，当转过三圈后立即将 K′断开，就可测出四圈累计时间.

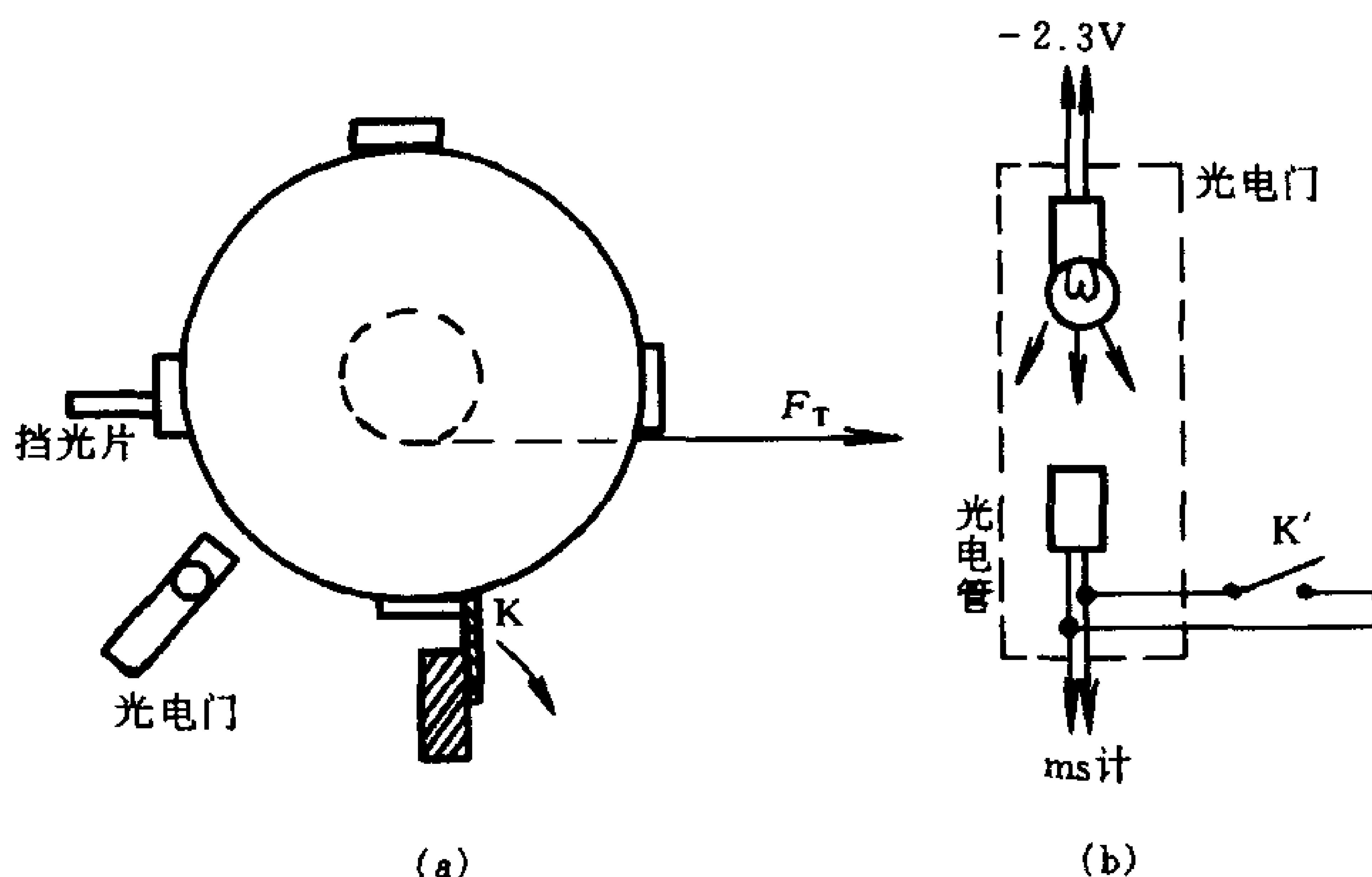


图 13－3

第 1 圈的平均角速度为 $2\pi/t_1$，应当等于时刻 $t_1/2$ 时的即时角速度；前四圈的平均角速度为 $8\pi/t_4$，应当等于时刻 $t_4/2$ 时的即时角速度，则 β 等于

$$\beta = \frac{\dfrac{8\pi}{t_4} - \dfrac{2\pi}{t_1}}{\dfrac{t_4}{2} - \dfrac{t_1}{2}} = 4\pi \frac{\dfrac{4}{t_4} - \dfrac{1}{t_1}}{t_4 - t_1} \qquad (13-4)$$

(3) 转动惯量的计算

测量 4 个不同 M 的 β 值，作 $M-\beta$ 图线。这将是一条直线，它的斜率就是刚体对转轴的转动惯量 I，而纵轴截距则是摩擦力矩 $M_{阻}$.

实验内容

1. 用水准器将载物台调成水平.

2. 测绕线轴直径 d.

3. 测空台转动惯量 I_0

加质量 m 的砝码,测量相应的角加速度 β,改变砝码再测 β,共改变 4 次.

计算空台转动惯量 I_0.

4. 测圆盘转动惯量 I_1

将被测物圆盘置于载物台上. 分别加 4 次不同质量的砝码,测量相应的 β.

计算其转动惯量,设为 I'_1,则圆盘对中心轴的转动惯量 I_1 为

$$I_1 = I'_1 - I_0 \tag{13-5}$$

5. 测圆环转动惯量 I_2

方法同上.

6. 测量圆盘的质量及直径 d_1,测量圆环的质量 m_2 及外直径 d_{21}和内直径 d_{22},可用下式求出它们的转动惯量:

$$I_1 = \frac{1}{8} m_1 d_1^2 \tag{13-6}$$

$$I_2 = \frac{1}{8} m_2 (d_{21}^2 + d_{22}^2) \tag{13-7}$$

回答问题

如果被测物的形状不是对称的,能否用此装置去测转动惯量?

实验十四　刚体转动的研究

目的

1. 研究刚体转动时合外力矩与刚体转动角加速度的关系；
2. 考查刚体的质量分布改变时对转动的影响.

仪器和用具

刚体转动实验仪,秒表,游标卡尺,天平,砝码,开关.

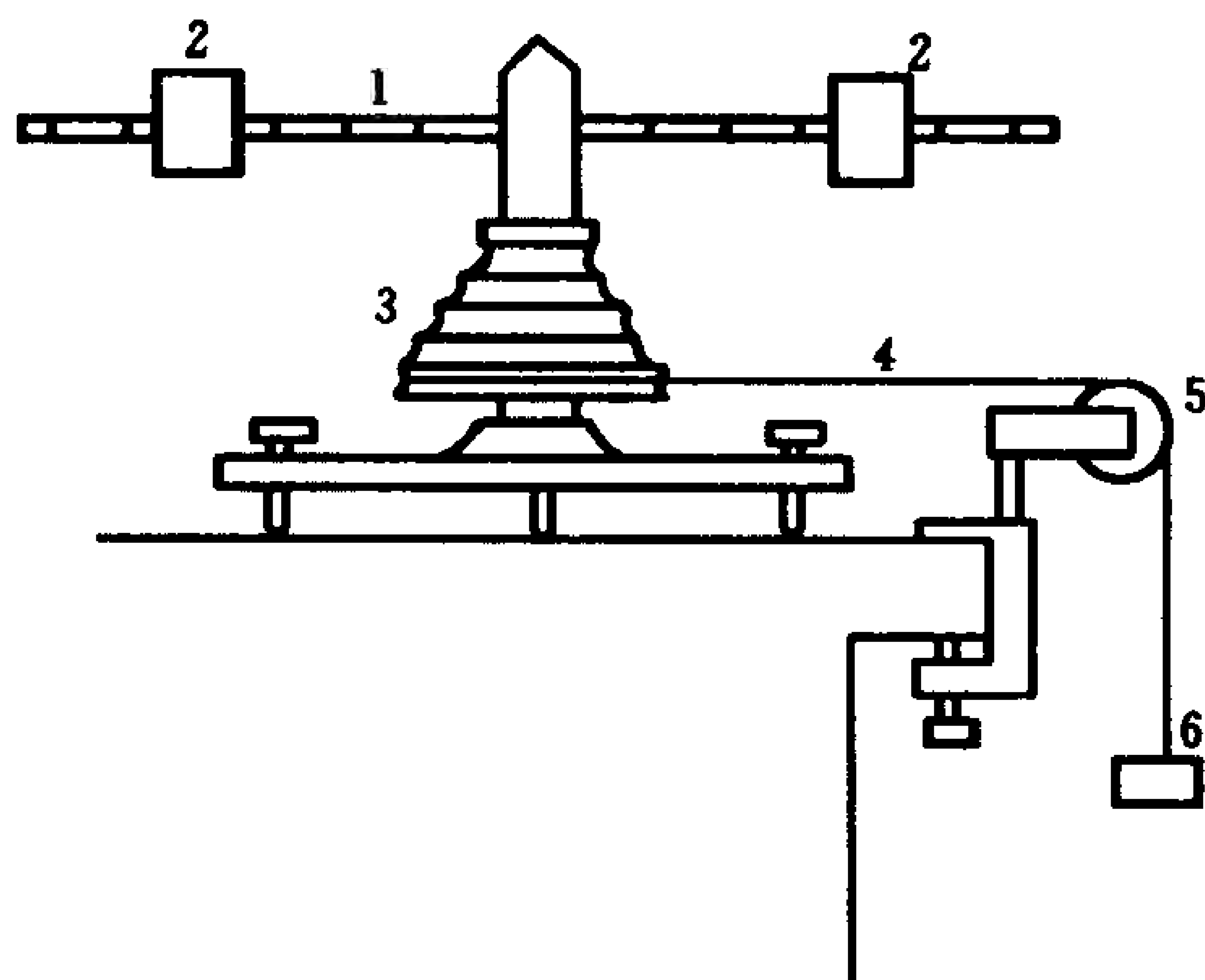


图 14-1

图 14-1 为实验仪的示意图. 图中 1 为均匀的横杆,2 为可移动的圆柱形重物,3 为塔轮,4 为引线,5 为滑轮,6 为砝码. 横杆、重物和塔轮构成一转动系统,在砝码重力作用下可作匀角加速度运动.

实验方法

1. 根据刚体转动定律,转动系统所受合外力矩 $M_{合}$ 与角加速

度 β 的关系为

$$M_{合} = I\beta \qquad (14-1)$$

其中 I 为该系统对回转轴的转动惯量. 合外力矩 $M_{合}$ 主要由引线的张力矩 M 和轴承的摩擦力矩 $M_{阻}$ 构成,则

$$M - M_{阻} = I\beta$$

摩擦力矩 $M_{阻}$ 是未知的,但是它主要来源于接触摩擦,可以认为是恒定的,因而将上式改为

$$M = M_{阻} + I\beta \qquad (14-2)$$

在此实验中,若要研究引线的张力矩 M 与角加速度 β 之间是否满足式(14－2)的关系,就要测不同 M 时的 β 值.

(1) 关于引线张力矩 M

设引线的张力为 F_T,绕线轴半径为 R,则

$$M = F_T R$$

又设滑轮半径为 r,其转动惯量为 $I_{轮}$,转动时砝码下落加速度为 a,参照图 14－2 可以写出

$$\left.\begin{aligned} mg - F_{T1} &= ma \\ F_{T1} r - F_T r &= I_{轮}\frac{a}{r} \end{aligned}\right\}$$

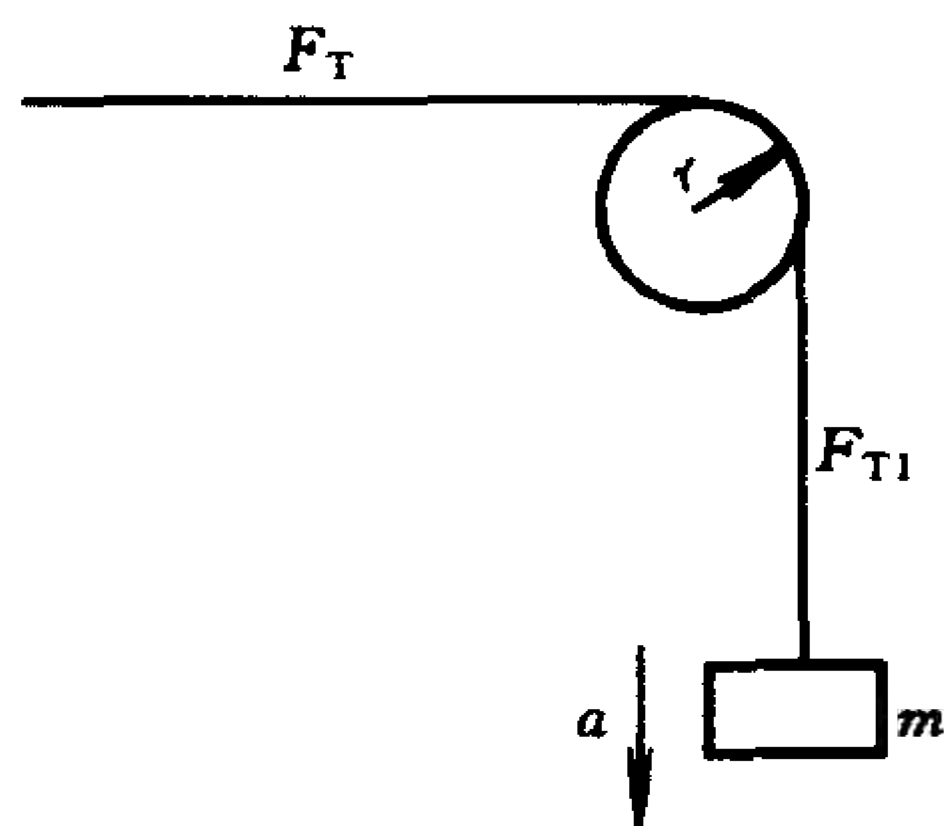


图 14－2

从上述二式中消去 F_{T1},同时取 $I_{轮} = \frac{1}{2}m'r^2$(m'为滑轮质量),得出

$$F_T = m\left[g - \left(a + \frac{1}{2}\frac{m'}{m}a\right)\right]$$

在此实验中,$\left(a + \frac{1}{2}\frac{m'}{m}a\right)$不超过 g 的 0.3%,如果要求低一些,可取 $F_T \approx mg$. 这时

$$M \approx mgR \qquad (14-3)$$

在实验中是通过改变塔轮的 R 来改变 M 的.

(2) 角加速度 β 的测量

测出砝码从静止开始下落到地板上的时间为 t，路程为 s，则平均速度 $\bar{v}=\frac{s}{t}$，落到地板前瞬间的速度 $v=2\bar{v}$，下落加速度 $a=\frac{v}{t}$，角加速度 $\beta=\frac{a}{R}$，即

$$\beta=\frac{2s}{Rt^2} \tag{14-4}$$

(3) 外力矩与角加速度的关系

使用不同半径的塔轮，改变外力矩 M，测量各 M 的角加速度 β，作 $M-\beta$ 图线. 这将是一条直线，其截距为阻力矩 $M_{阻}$，斜率为转动系统对转轴的转动惯量.

2. 考查刚体的质量分布对转动的影响

设二重物的位置为 x_1 和 x_2 时(图 14-3)的转动惯量分别为 I_1 和 I_2，则有



图 14-3

$$\left.\begin{aligned}I_1&=I_0+2m_0x_1^2\\I_2&=I_0+2m_0x_2^2\end{aligned}\right\} \tag{14-5}$$

其中 I_0 为 $x=0$ 时的转动惯量. 当两次测量 $M_{合}$ 不变时，则根据式(14-1)，应有

$$I_1\beta_1=I_2\beta_2$$

综合上式和式(14-5)，得出

$$\frac{\beta_1}{\beta_2}=1+\frac{2m_0(x_2^2-x_1^2)}{I_1} \tag{14-6}$$

它反映出重物位置 x_1 改变时对转动的影响，也是对平行轴定理的检验.

实验内容

1. 考察张力矩 M 与角加速度 β 的关系

用水准器将回转台调成水平，测出塔轮上各轮的直径. 并在引线下端加一质量为 m 的砝码，横杆上重物移到最外侧.

将引线分别绕在塔轮的各轮上，测出角加速度 β.

作 $M-\beta$ 直线，求出纵轴截距 a(即 $M_{阻}$)和斜率 b(即 I).

2. 考察质量分布对转动的影响

测出横杆上重物在最外侧时，其中心轴到回转轴的距离，设为 x_2，将引线绕在直径最小的轮上，悬挂砝码不变.

改变重物的位置(两侧对称)，测其中心轴到回转轴的距离 x 及角加速度 β(改变几次 x).

根据式(14－5)，应有

$$\frac{\beta}{\beta_2}=1+\frac{2m_0}{I}(x_2^2-x^2)$$

作$\frac{\beta}{\beta_2}$对$(x_2^2-x^2)$图线，并进行分析.

回答问题

如果重物对回转轴的分布不是对称的，这对实验有否影响?

实验十五　三　线　摆

目的

1. 掌握三线摆法测定转动惯量的原理和方法;
2. 验证平行轴定理.

仪器和用具

三线摆,米尺,游标卡尺,天平,停表(或数字毫秒计),待测物(圆盘,外形尺寸及质量相同的圆柱体两个).

原理

转动惯量是物体转动惯性的量度. 物体对某轴的转动惯量越大,则绕该轴转动时,角速度就越难改变,物体对某轴的转动惯量的大小,取决于物体的质量、形状和回转轴的位置. 对于质量分布均匀,外形不复杂的物体可以从外形尺寸及其质量求出其转动惯量,而外形复杂和质量分布不均匀的只能从回转运动中去测得. 三线摆法是通过扭转运动测量转动惯量的一种方法.

三线摆如图 15－1 所示,是将半径不同的二圆盘,用三条等长的线联结而成. 将上盘吊起时,二圆盘面均被调节成水平,二圆心在同一垂直线 O_1O_2 上. 下盘 P 可绕中心线 O_1O_2 扭转,其扭转周期 T 和下盘 P 的质量分布有关,当改变下盘的转动惯量和其质量的比值,即改变其质量分布时,扭转周期将发生变化. 三线摆就是通过测量它的扭转周期去求出任一质量已知物体的转动惯量.

设下圆盘 P 的质量为 m_0,当它绕 O_1O_2' 作小角度扭动 θ 时,圆盘的位置升高 h,它的势能增加为 E_p,则

$$E_p = m_0gh \tag{15-1}$$

式中 g 为重力加速度. 这时圆盘的角速度为$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$,它具有的动能 E_k 等于

$$E_k = \frac{1}{2}I_0\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^2 \tag{15-2}$$

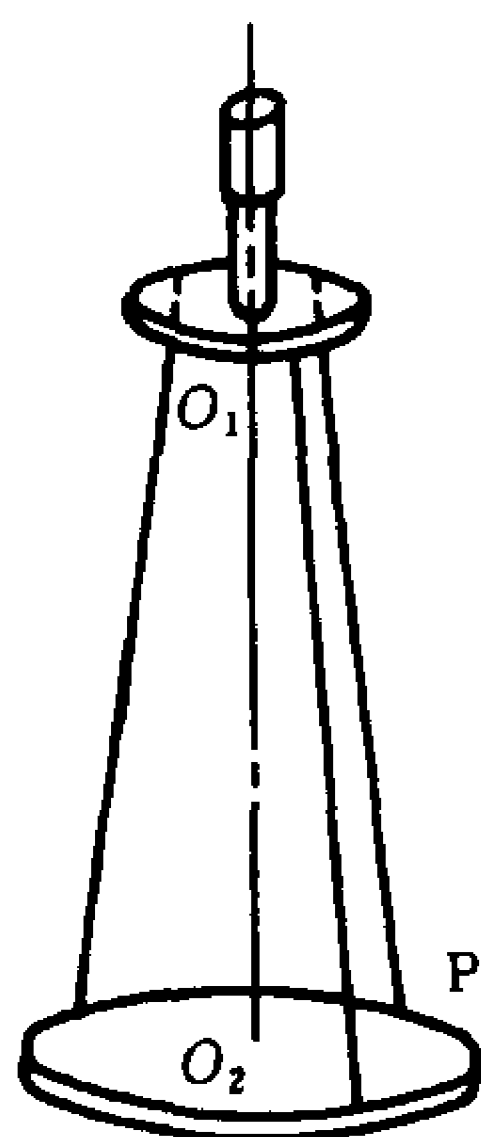


图 15－1

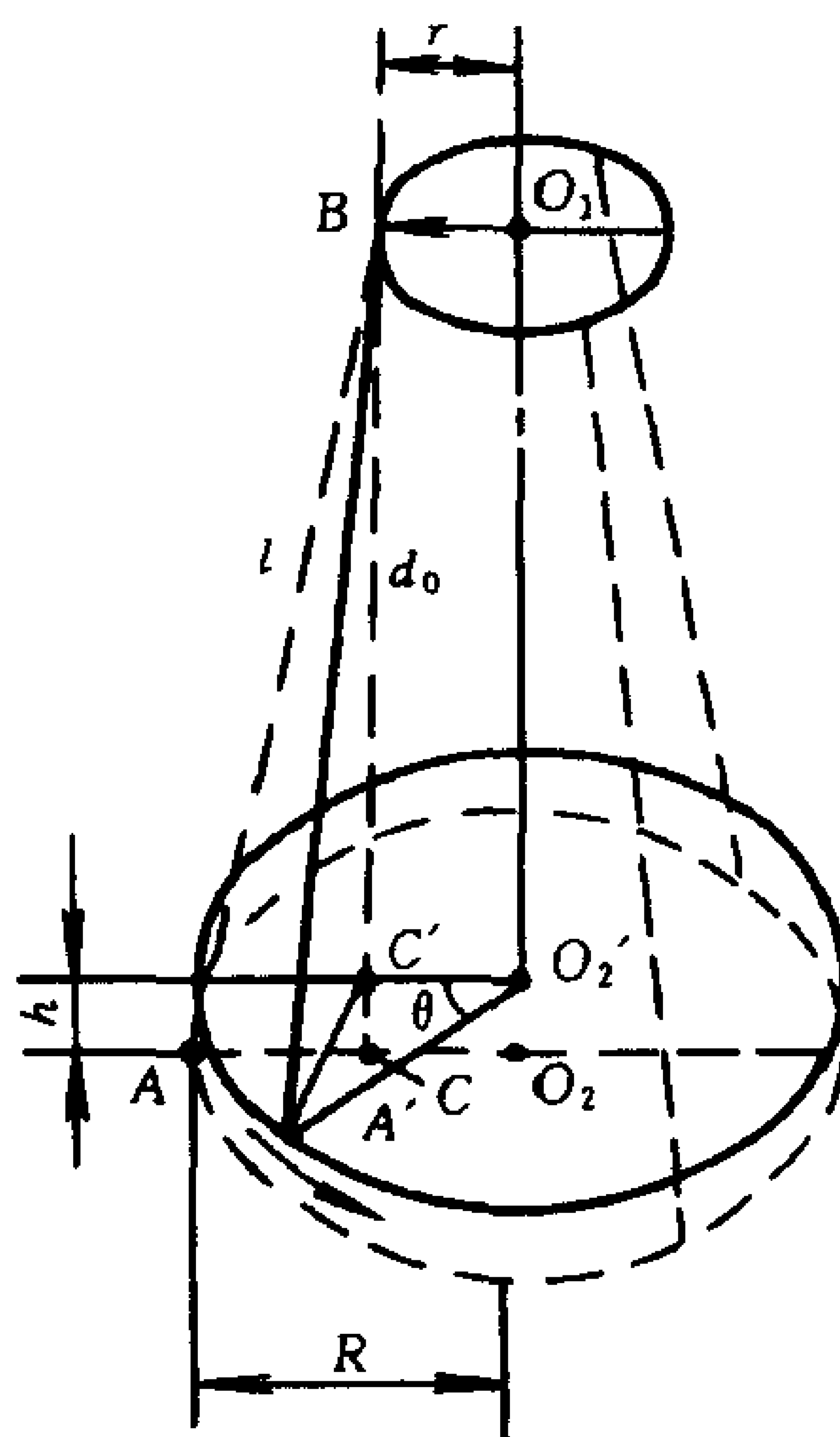


图 15－2

I_0 为圆盘对 O_1O_2' 轴的转动惯量,如果略去摩擦力,按机械能守恒定律,圆盘的势能与动能之和应等于一常量,即

$$\frac{1}{2}I_0\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^2 + m_0gh = \text{常量} \tag{15-3}$$

设悬线长为 l,上圆盘悬线距圆心为 r,下圆盘悬线距圆心为 R. 当下圆盘转一角度 θ 时,从上圆盘 B 点作下圆盘垂线,与升高 h 前、后的下圆盘分别交于 C 和 C'(图 15－2). 则

$$h = BC - BC' = \frac{BC^2 - BC'^2}{BC + BC'} \tag{15-4}$$

因为

$$BC^2 = AB^2 - AC^2 = l^2 - (R - r)^2$$

$$BC'^2 = A'B^2 - A'C'^2 = l^2 - (R^2 + r^2 - 2Rr\cos\theta)$$

所以

$$h = \frac{2Rr(1 - \cos\theta)}{BC + BC'} = \frac{4Rr\sin^2\dfrac{\theta}{2}}{BC + BC'} \qquad (15-5)$$

在扭转角较小时，$\sin\dfrac{\theta}{2}$近似等于$\dfrac{\theta}{2}$，而$(BC + BC')$可近似为两盘间距离 d_0 的二倍，则

$$h = \frac{Rr\theta^2}{2d_0} \qquad (15-6)$$

将此代入式(15-3)，并对 t 微分，可得

$$I_0\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + m_0 g\frac{Rr}{d_0}\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 0$$

即

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{m_0 gRr}{I_0 d_0}\theta \qquad (15-7)$$

这是一简谐振动方程，该振动的角频率 ω 的平方应等于

$$\omega^2 = \frac{m_0 gRr}{I_0 d_0}$$

而振动周期 T_0 等于$\dfrac{2\pi}{\omega}$，所以

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2 I_0 d_0}{m_0 gRr} \qquad (15-8)$$

由此得出

$$I_0 = \frac{m_0 gRr}{4\pi^2 d_0}T_0^2 \qquad (15-9)$$

实验时，测出 m_0、R、r、d_0 及 T_0，就可从上式求出圆盘的转动惯量 I_0. 如在下盘上放上另一个质量为 m、转动惯量为 I(对 O_1O_2 轴)的物体时，测出周期为 T，则有

$$I + I_0 = \frac{(m + m_0)gRr}{4\pi^2 d_0}T^2 \qquad (15-10)$$

从上式减去式(15-9),得出被测物体的转动惯量等于

$$I = \frac{gRr}{4\pi^2 d_0}[(m + m_0)T^2 - m_0 T_0^2] \qquad (15-11)$$

由上式可知,各物体对同一轴的转动惯量满足线性相加减的关系.

实验内容

1. 用水准器检查三线摆下圆盘的水平

用气泡水准器检查三线摆下圆盘的水平,如圆盘不水平要调到水平.

三线摆上圆盘由实验室技术人员预先调成水平.

2. 测量下圆盘的转动惯量 I_0

按式(15-9)测量有关各量去求 I_0. 为了使测得的 I_0 尽量准确,要努力测准式中的各个量. 对于周期 T_0 要利用实验室提供的仪器(停表或数字毫秒计)去测量,但是要使 T_0 的精密度和其它量的精密度相当.

测量周期时,必须使下盘只做小角度扭转振动,而不出现前后、左右的摆动.(这一点要特别注意!)

3. 测量待测圆盘的转动惯量 I(轴线通过圆心垂直圆面)

依据式(15-11)组织测量. 安置待测圆盘时,要使它和三线摆的下圆盘同心.

4. 验证转动惯量的平行轴定理

将二相同的圆柱体,对称地置于下圆盘上(图 15-3),圆柱体中心到下圆盘中心 O 的距离均为 d. 又设圆柱体的质量为 m_1,对圆柱轴线的转动惯量为 I_1,则根据平行轴定理,如图放置圆柱体时,下圆盘加圆柱体后的转动惯量为 $I_0 + 2(I_1 +$

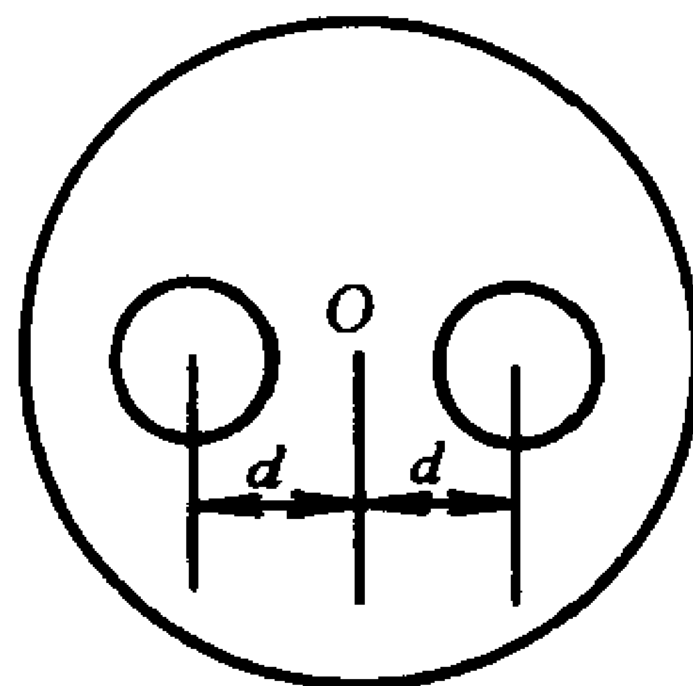


图 15-3

m_1d^2)，其总质量为 m_0+2m_1，参照式(15-8)，可得

$$T^2 = \frac{4\pi^2 d_0}{(m_0+2m_1)gRr}[I_0+2(I_1+m_1d^2)]$$

改变上式，写成为

$$T^2 = \left[\frac{4\pi^2 d_0}{(m_0+2m_1)gRr}(I_0+2I_1)\right]+\left[\frac{4\pi^2 d_0\cdot 2m_1}{(m_0+2m_1)gRr}\right]d^2 \tag{15-12}$$

测量时，从 $d=0$ 开始改变圆柱体的位置，测出各 d 值的周期 T，作 T^2-d^2 直线，该直线的纵轴截距将等于式(15-12)右侧第一个括号的值，直线斜率等于第二个括号的值，直线的截距和斜率的比值等于

$$\frac{I_0+2I_1}{2m_1}.$$

验证平行轴定理，在此就是检验：

(1) T^2-d^2 是否为线性关系，

(2) 直线的截距为斜率之比是否等于 $\frac{I_0+2I_1}{2m_1}$ (在测量误差范围内).

求 T^2-d^2 直线的截距与斜率，可参照绪论中§1-10的一种方法.

5. 检验圆盘的转动惯量 I

将测量值 I 与计算值 I' $\left(I'=\frac{1}{8}mD^2，D\text{ 为圆盘直径}\right)$相比，二者的差异是否超过测量误差范围. 若差异较大，要分析其原因.

回答问题

1. 将一半径小于下圆盘半径的圆盘，放在下圆盘上，并使中心一致，试讨论此时三线摆的周期和空载时的周期相比是增大、减小还是不一定？说明理由.

2. 你能否考虑一测量方案,测量一个具有轴对称的不规则形状的物体,对对称轴的转动惯量?

3. 试从式(15-9)的推导过程考虑,在此实验中应注意哪些问题?

4. 你是否能用其它的方法验证平行轴定理?

实验十六　惯　性　秤

目的

1. 掌握用惯性秤测定物体质量的原理和方法；
2. 了解仪器的定标和使用.

仪器和用具

惯性秤，周期测定仪，定标用标准质量块(共 10 块)，待测圆柱体.

图 16－1 是惯性秤的一例，其主要部分是两根弹性钢片连成的一个悬臂振动体A，振动体的一端是秤台B，秤台的槽中可插入

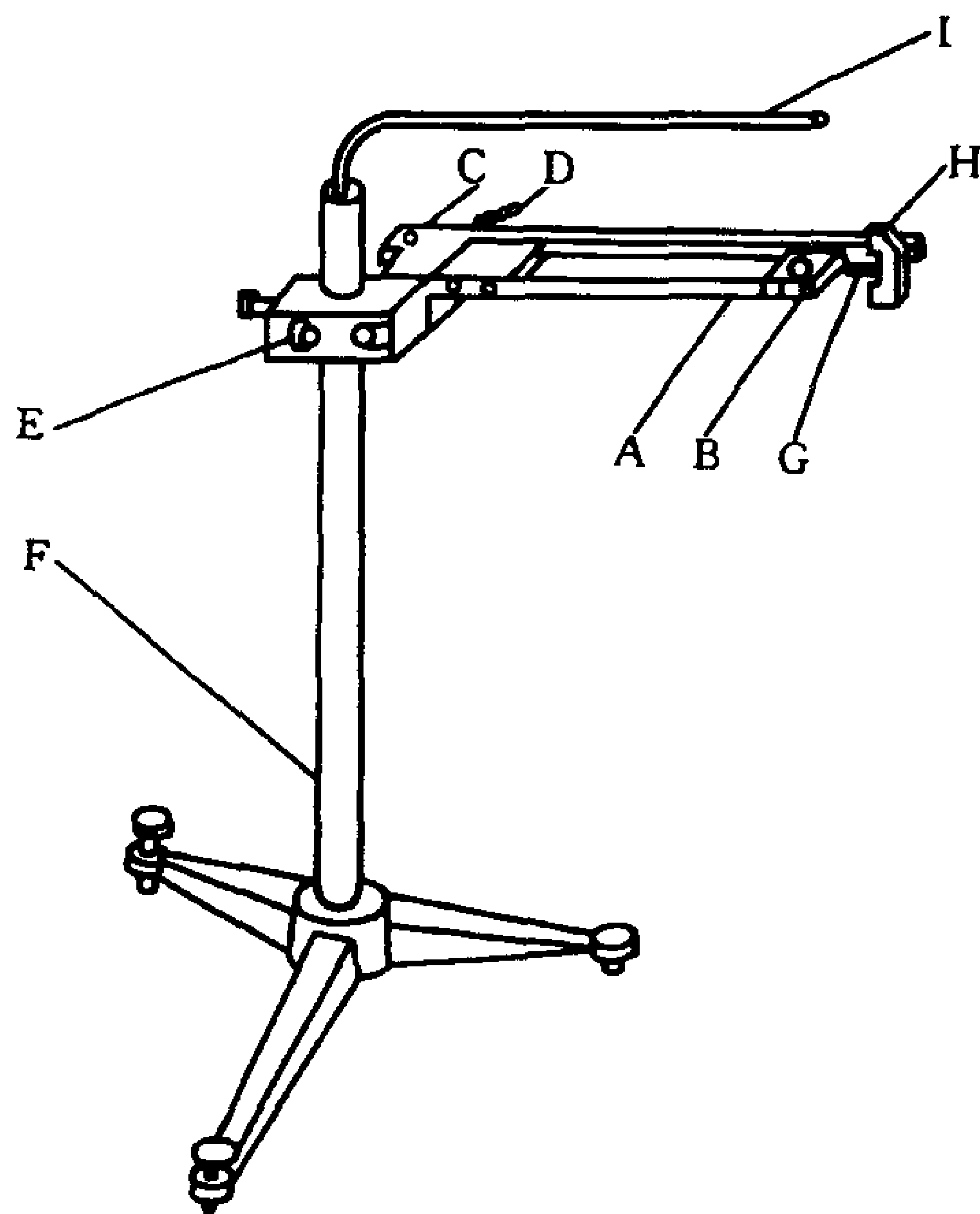


图 16－1

定标用的标准质量块．A 的另一端是平台 C，通过固定螺栓 D 把 A 固定在 E 座上，旋松固定螺栓 D，则整个悬臂可绕固定螺栓转动，E 座可在立柱 F 上移动，挡光片 G 和光电门 H 是测周期用的．光电门和周期测试仪用导线相连．立柱顶上的吊杆 I 用以悬挂待测物，研究重力对秤的振动周期的影响．

周期测定仪用于测定悬臂振动体的振动周期，其使用方法可参阅仪器说明书．

原理

当惯性秤的悬臂在水平方向作微小振动时，其振动周期 T 由下式决定：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_0 + m_i}{k}} \tag{16-1}$$

式中 m_0 为振动体空载时的等效质量，m_i 为秤台上插入的附加质量块的质量，k 为悬臂振动体的劲度系数．将式(16－1)两侧平方，改写成

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k}m_0 + \frac{4\pi^2}{k}m_i \tag{16-2}$$

上式表明，惯性秤水平振动周期 T 的平方和附加质量 m_i 成线性关系．当测出各已知附加质量 m_i 所对应的周期值 T_i，可作 T^2-m 直线图(图 16－2)或 $T-m$ 曲线图(图 16－3)，这就是该惯性秤的定标曲线，如需测量某物体的质量时，可将其置于惯性秤的秤台 B 上，测出周期 T_j，就可从定标曲线上查出 T_j 对应的质量 m_j，即为被测物体的质量．

惯性秤称衡质量，是基于牛顿第二定律，是通过测量周期求得质量值；而天平称衡质量，是基于万有引力定律，是通过比较重力求得质量值．在失重状态下，无法用天平进行称衡质量，而惯性秤可照样使用，这是惯性秤的特点．

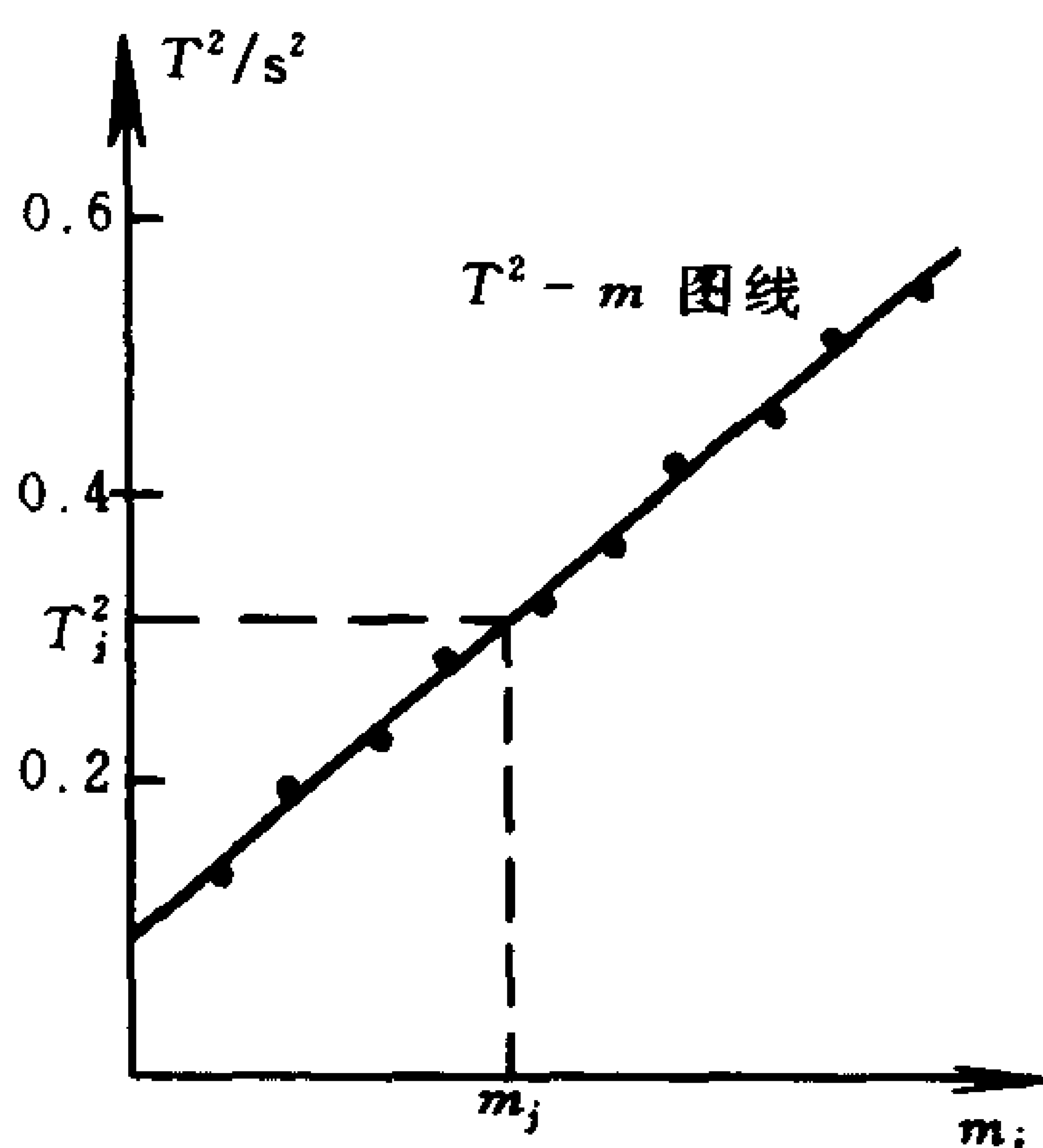


图 16－2

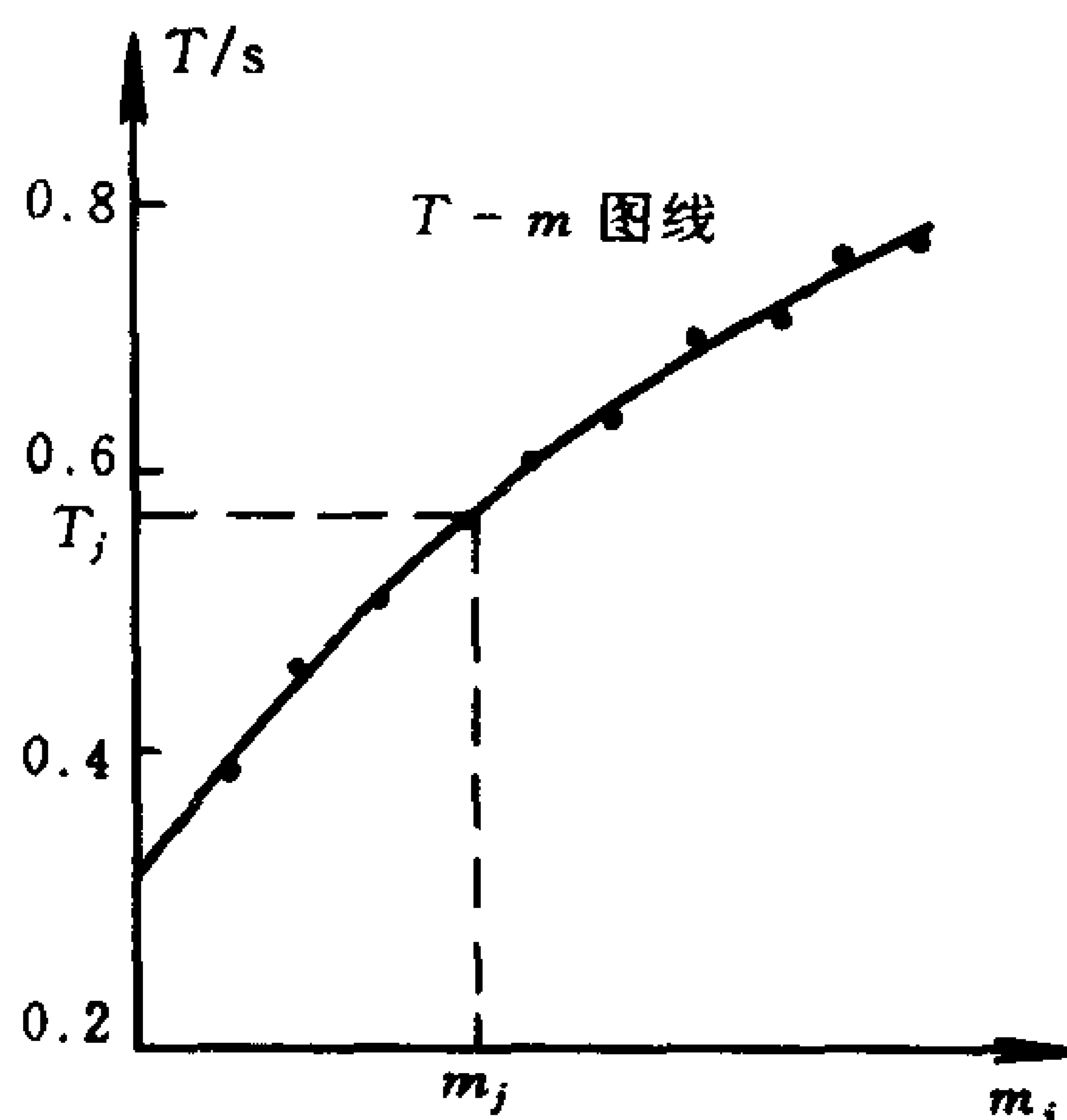


图 16－3

实验内容

1. 惯性秤的定标

惯性秤的定标就是测定各已知质量块 m_i 置于秤台上时的周期值 T_i，作定标线（T^2-m 或 $T-m$），或求出线性拟合式 $T^2=a+bm$ 的参数 a、b 值. 利用定标线或此拟合式，就可从未知质量物体的周期值求出其质量.

使用前要将平台 C 调成水平，检查周期测试仪工作是否正常？

检查标准质量块的质量是否相等，可逐一将标准质量块置于秤台上测周期，如果各质量块的周期测定值的平均值相差不超过 1%，在此就认为标准质量块的质量是相等的，并且取标准质量块的质量的平均值为此实验中的质量单位.

2. 测待测物质量

将待测物置于秤台中间的孔中，测振动周期 T_j，根据定标曲线求出其质量（或用拟合式计算）.

3. 考查重力对惯性秤的影响

（1）水平放置惯性秤，待测物（圆柱体）通过长约 50 cm 的细

线铅直悬挂在秤的圆孔中(图16－4).此时圆柱体的重量由吊线承担,当秤台振动时,带动圆柱体一起振动,测其周期. 将此周期和前面测定值比较一下,说明二者为何不同?

(2)垂直放置惯性秤,使秤在铅直面内左右振动,插入标准质量块测周期. 将其和惯性秤在水平方向的周期值进行比较,说明周期变小的原因.

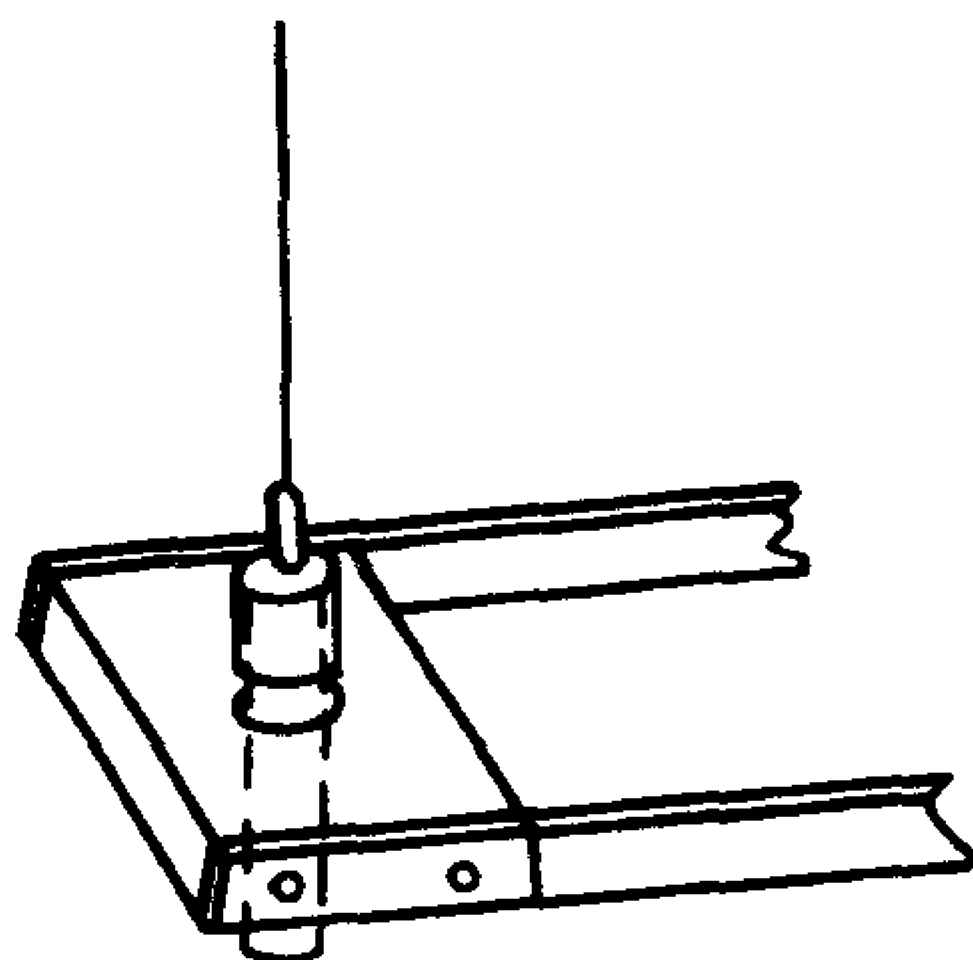


图16－4

4. 研究惯性秤的线性测量范围

T^2 与 m 保持线性关系所对应的质量变化区域称为惯性秤的线性测量范围. 由式(16－2)可知,只有在悬臂水平方向的劲度系数保持为常数时才成立,当惯性秤上所加质量太大时,悬臂将发生弯曲,k 值也将有明显变化,T^2 与 m 的线性关系自然受到破坏.

按上述分析,检查所用惯性秤的线性测量范围.

回答问题

1. 说明惯性秤称衡质量的特点.
2. 能否设想出其它的测量惯性质量的方案?
3. 根据式(16－1),分析惯性秤的测量灵敏度,即$\frac{dT}{dm}$和哪些因素有关?根据所用周期测试仪的时间测量的分辨率,此惯性秤所能达到的质量测量灵敏度为多少(不考虑其它误差)?

实验十七　弹簧振子的研究

目的

1. 研究弹簧本身质量对振动的影响；
2. 研究不同形式的弹簧，其质量对振动的影响是否相同.

仪器和用具

弹簧（锥形的、柱形的），停表（或数字毫秒计及光电门），砝码，砝码托盘.

原理

设弹簧的劲度系数为 k，悬挂负载质量为 m（图 17－1）．一般给出弹簧振动周期 T 的公式为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (17-1)$$

测量加各种不同负载 m 的周期 T 的值．作 $T-\sqrt{m}$ 图线，如图17－2(a)，可以看出 T 与$\sqrt{m}$不是线性关系，但是作 T^2-m 图线，则显然是一直线（图17－2(b)），不过此直线不通过零点，即$m=0$ 时$T^2\neq0$．从上述实验结果可以看出在弹簧周期公式中的质量，除去负载 m 还应包括弹簧自身质量m_0 的一部分，即

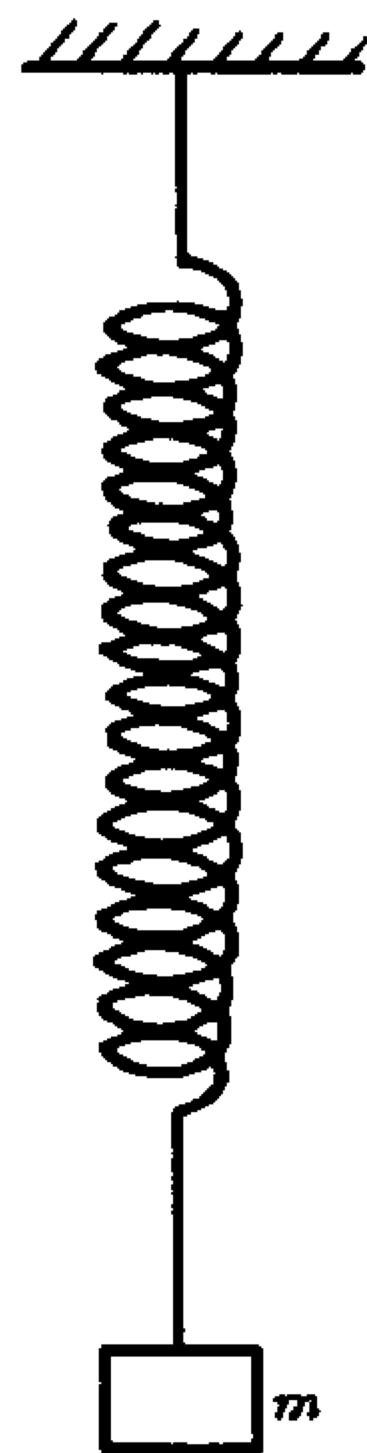


图 17－1

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + cm_0}{k}} \qquad (17-2)$$

式中 c 为未知系数．在此实验中就是研究 c 值.

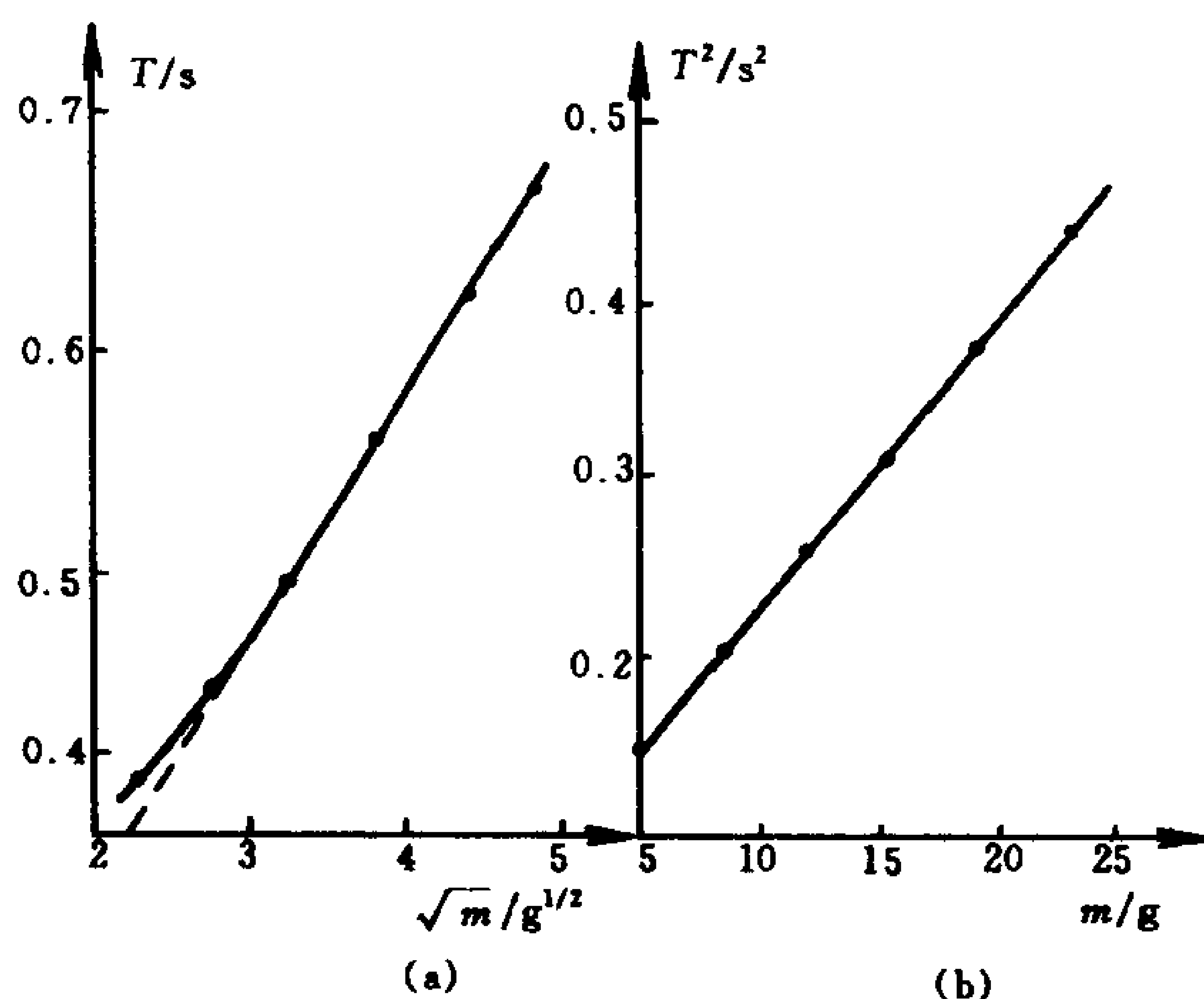


图 17－2

实验内容

1. 研究锥形弹簧的 c 值

先测弹簧的质量 m_0. 其次测量弹簧下端悬挂不同负载 m 时的周期 T(砝码托盘的质量应计入负载中),共测 n 次.

用停表测量周期时,要测量连续振动 50 次的时间 t. 握停表的手最好和负载同步振动. 测准周期十分重要!

为了显示 m_0 的影响,负载 m 的起始值应尽可能取小些(比如 m_0 的三分之一左右或更小),变化范围适当大些. n 也应大些.

2. 数据处理

将式(17－2)改为

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k}cm_0 + \frac{4\pi^2}{k}m \qquad (17-3)$$

令 $y = T^2, x = m, a = \frac{4\pi^2}{k}cm_0, b = \frac{4\pi^2}{k}$, 则得

$$y = a + bx$$

从 n 组(x_i, y_i)值,可求得 a、b 值(参考§1－10),从而求出 c 值,

$$c = \frac{a}{bm_0} \tag{17-4}$$

并且 c 的不确定度 $u(c)$ 为

$$u(c) = c\sqrt{\left(\frac{u(a)}{a}\right)^2 + \left(\frac{u(b)}{b}\right)^2 + \left(\frac{u(m_0)}{m_0}\right)^2} \tag{17-5}$$

3. 研究柱形弹簧的 c 值

步骤同上.

4. 比较二 c 值是否一致.

注意

有的弹簧,当所加负载增到某值 m 附近时,在上下振动的同时有明显地左右摆动,这对测量周期很不方便,这时可在弹簧上端加一长些的吊线即可解决.

回答问题

1. 你对如何测准周期有何体会?
2. 对此实验的结果你作些什么说明? 设想再做什么探索?

测量举例

1. 锥形弹簧(No. 15)

$$m_0 = 12.651\ \text{g}, m'(\text{托盘}) = 1.824\,2\ \text{g}$$

n	m	$50T$/s		T/s
1	m' + 2 g	17.87	17.89	0.357 6
2	+ 5 g	20.92	20.91	0.418 3
3	+ 8 g	23.61	23.64	0.472 3
4	+ 14 g	28.30	28.32	0.566 2
5	+ 17 g	30.37	30.42	0.607 9
6	+ 20 g	32.33	32.31	0.646 4
7	+ 23 g	34.16	34.12	0.682 8
8	+ 29 g	37.54	37.57	0.751 1

取 $x=m, y=T^2$,按 $y=a+bx$ 用最小二乘法求 a、b 值：

$$a = 0.064\,90\ (\mathrm{s}^2),\ s_a = 0.000\,49\ (\mathrm{s}^2)$$

$$b = 0.016\,178\ (\mathrm{s}^2/\mathrm{g}),\ s_b = 0.000\,026\ (\mathrm{s}^2/\mathrm{g})$$

$$r = 0.999\,992$$

$$c = \frac{a}{bm_0} = 0.317\,2$$

a、b 不确定度的B类评定均较小，略去不计，m_0 是在分析天平上测出的其不确定度也较小．在此取 $u(a)=s_a$，$u(b)=s_b$，则

$$u(c) = c\sqrt{\left(\frac{u(a)}{a}\right)^2 + \left(\frac{u(b)}{b}\right)^2}$$

$$= 0.317\,2 \times \sqrt{\left(\frac{0.000\,49}{0.064\,90}\right)^2 + \left(\frac{0.000\,026}{0.016\,178}\right)^2}$$

$$= 0.000\,8$$

结果

$$c = 0.317\,2 \pm 0.000\,8$$

2．柱形弹簧(No.20)

$$m_0 = 45.394\,6\ \mathrm{g},\ m'(\text{托盘}) = 1.824\,2\ \mathrm{g}$$

n	m	$50T/\mathrm{s}$		T/s
1	$m'+5$ g	29.76	29.69	0.594 5
2	+10 g	32.32	32.35	0.646 7
3	+15 g	34.80	34.75	0.695 5
4	+20 g	37.10	37.15	0.742 5
5	+25 g	39.26	39.35	0.786 1
6	+30 g	41.38	41.49	0.828 7
7	+35 g	43.48	43.49	0.869 7
8	+40 g	45.42	45.35	0.907 7

同上用最小二乘法计算：

$a = 0.258\,7\ (\mathrm{s}^2)$,　$s_a = 0.001\,6\ (\mathrm{s}^2)$

$b = 0.013\,47\ (\mathrm{s}^2/\mathrm{g})$,　$s_b = 0.000\,06\ (\mathrm{s}^2/\mathrm{g})$

$r = 0.999\,93$

$c = \frac{a}{bm_0} = 0.422\,8$

$u(c) = 0.422\,8 \times \sqrt{\left(\frac{0.001\,6}{0.258\,7}\right)^2 + \left(\frac{0.000\,06}{0.013\,47}\right)^2}$

$= 0.003$

结果　　$c = 0.423 \pm 0.003$

上述二实验结果的 c 值显著不同，说明修正系数 c 不是普遍适用的常数，它可能和弹簧的形状有关系.

[附记]

关于弹簧的制作

对此实验，如选取适当弹簧，在加较小负载时也有较大的周期，测准加小负载时的周期，对此实验十分重要.

较好的弹簧是劲度系数不很大而质量较大的弹簧. 在上述测量举例中的二弹簧，劲度系数 k 值在 2.5～3.0 N/m 左右，后者质量远大于前者，所以测量就比较容易. 要注意，在此实验中 m 较小时，周期小不好测，但对结果的影响又较大.

如无合适的弹簧可以自制，制做很简单，简述如下.

材料：钢丝(直径大约 0.6～1 mm)，铁管(外径大于 2 cm)，锥形铁棒(圆锥角约 3.5°).

将钢丝尽量用力拉紧，一环挨一环绕在铁管上(拉紧、均匀很重要)，钢丝两端固定在铁管上，将钢丝均匀烧红后自然冷却即可(自然冷却 k 值小，对此实验有利).

以上是绕制柱形弹簧，对锥形的也一样.

实验十八　复摆振动的研究

目的

1. 考查复摆振动时振动周期与质心到支点距离的关系；
2. 测出重力加速度，回转半径和转动惯量.

仪器和用具

复摆，米尺，停表，天平，测重心位置用支架.

原理

一个围绕定轴摆动的刚体就是复摆，当摆动的振幅甚小时，其振动周期 T 为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} \qquad (18-1)$$

式中 I 为复摆对回转轴 O 的转动惯量，m 为复摆的质量，g 为当地的重力加速度，h 为摆的支点到摆的质心的距离(图 18－1).

又设复摆对通过质心 G 平行 O 轴的轴的转动惯量为 I_G，则

$$I = I_G + mh^2 \qquad (18-2)$$

而 I_G 又可写成为 $I_G = mk^2$，k 就是复摆对 G 轴的回转半径，由此可将式(18－1)改成为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{k^2 + h^2}{gh}} \qquad (18-3)$$

实验内容

1. 测量相应不同支点的周期

支点位置，用从摆的一端 a 量度的距离 s 表示. 将支点由靠近 a 端开始，逐渐移向 b 端并测周期 T，摆角小于 5°. 改变支点 10～20 次(图 18－2).

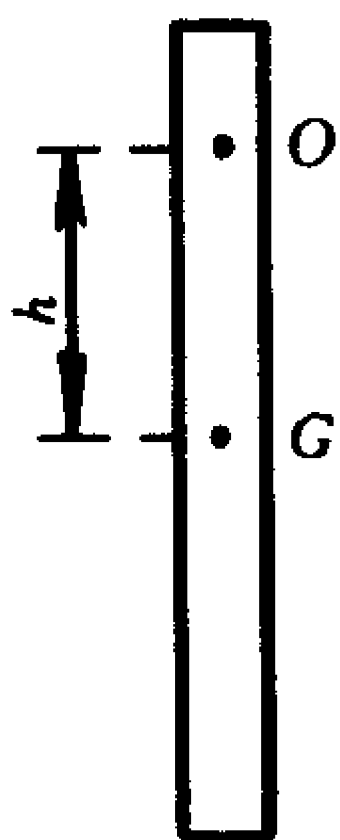


图 18-1

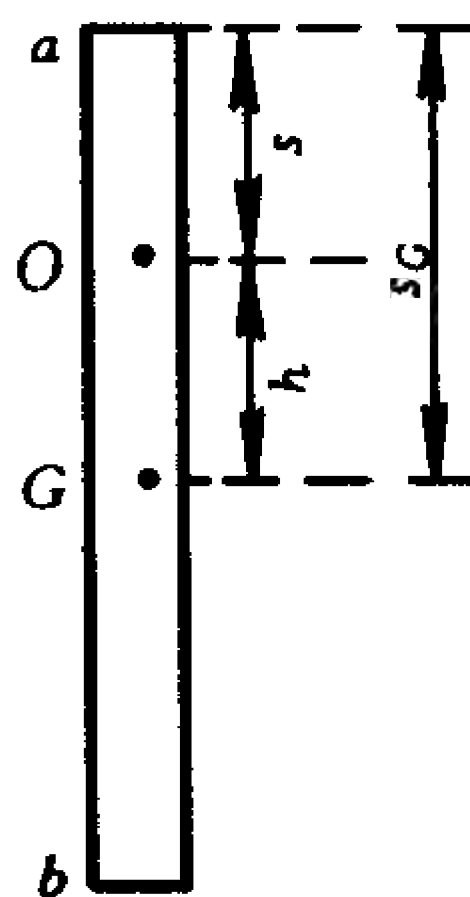


图 18-2

要求测得的周期 T 的相对误差小于 0.5%.

2. 测定重心 G 的位置 s_G

将复摆水平放在支架的刀刃上(图 18-3),利用杠杆原理寻找 G 点的位置,要求 s_G 的误差在1 mm 以内.

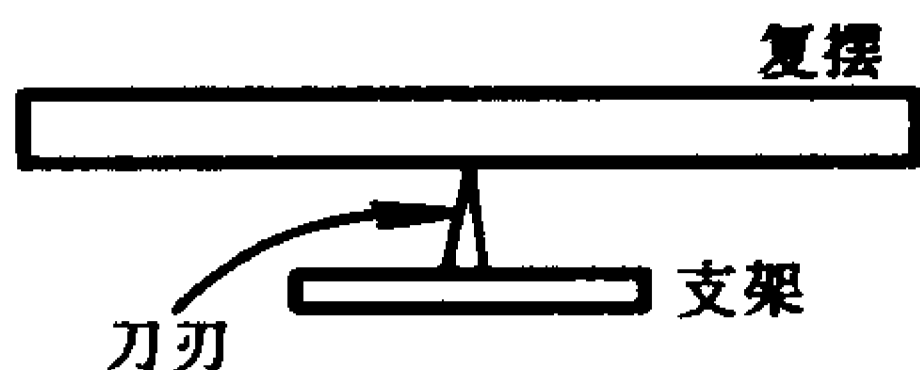


图 18-3

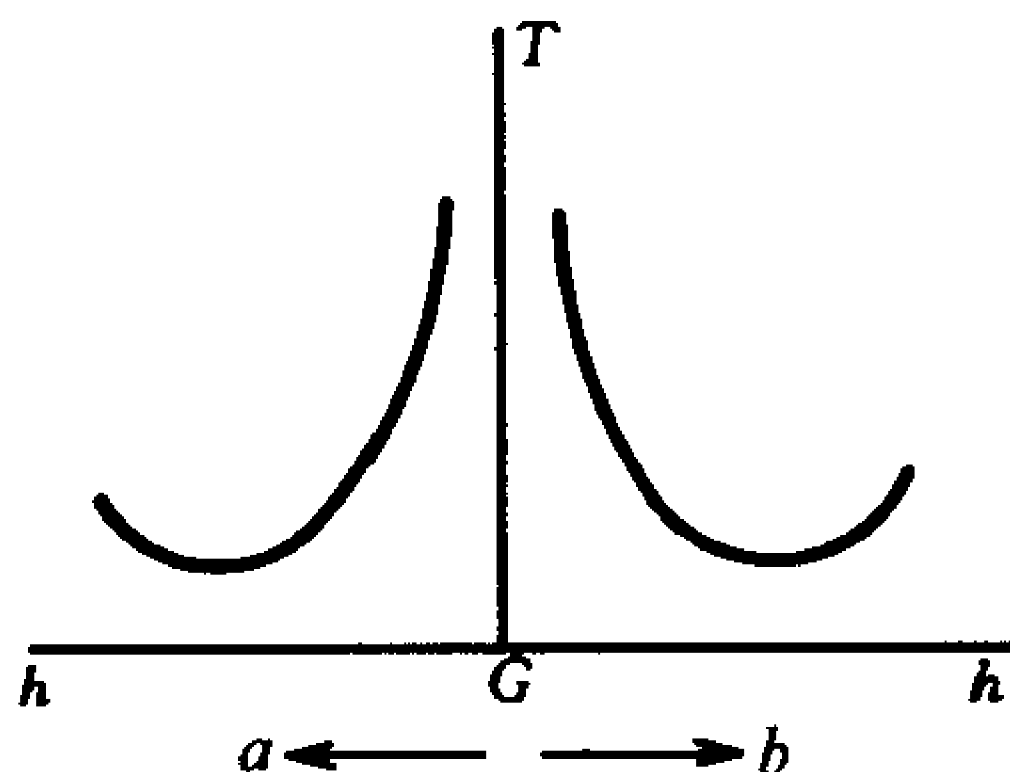


图 18-4

3. 求出各 s 值对应的 h 值(h 均取正值),作 $T-h$ 图线(图 18-4).

4. 将式(18-3)改写成为

$$T^2 h = \frac{4\pi^2}{g}k^2 + \frac{4\pi^2}{g}h^2 \tag{18-4}$$

令 $y = T^2 h, x = h^2$,则上式又成为

$$y = \frac{4\pi^2}{g}k^2 + \frac{4\pi^2}{g}x \tag{18-5}$$

从测量可得出 n 组(x, y)值,用最小二乘法求出拟合直线 $y = A$

$+Bx$ 的 $A\left(=\frac{4\pi^2}{g}k^2\right)$ 和 $B\left(=\frac{4\pi^2}{g}\right)$，再由 A、B 求出 g 和 k 值，并计算 g 的不确定度. 最后求出 I_G 值.

提示

在 $T-h$ 图上如有明显偏离曲线的点，应当重新测量.

回答问题

1. 设想在复摆的某一位置上加一配重时，其振动周期将如何变化(增大、缩短、不变)？

2. 用一块均匀的平板，切割下如图 18-5 的船形板. 如何用实验的方法求出该船形板在其重心(位置未知)周围的转动惯量(轴与板面垂直)？

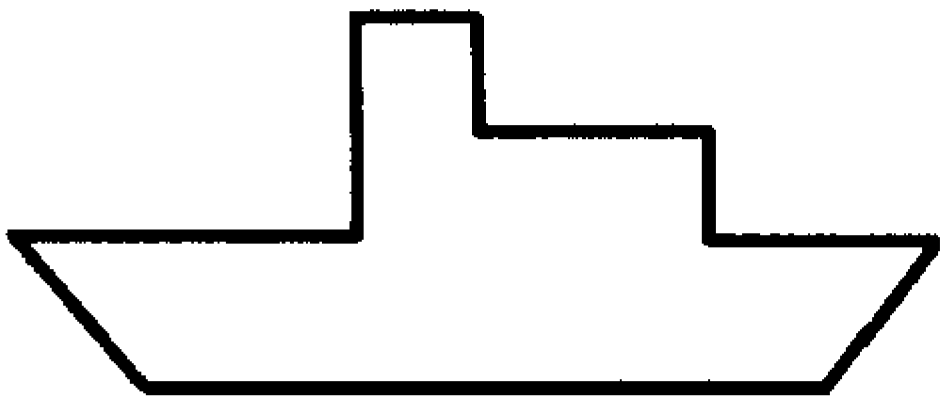


图 18-5

[附记]

复摆可用圆棒、圆管或扁平棒制作，可以钻一系列圆洞，挂在刀口上摆动；也可以用穿一细针的木塞插入圆洞中为轴；也可在摆的两侧打一系列小坑，用固定的针为轴(图 18-6).

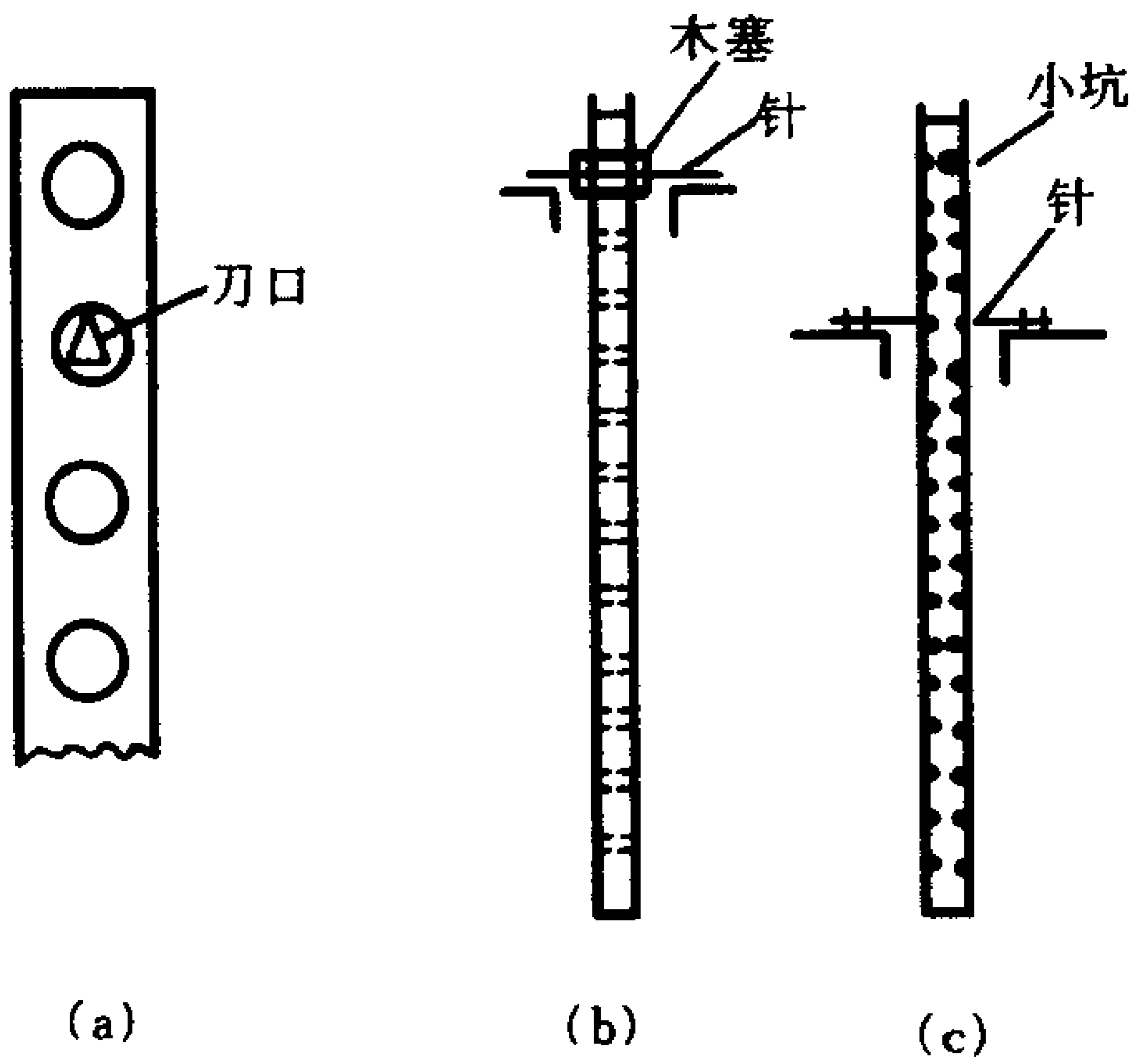


图 18-6

实验十九 天平振动的研究

目的

通过测量天平的感度和振动周期,考查天平的转动惯量、重心位置等参数.

仪器和用具

分析天平,秒表,米尺.

原理

在§2-7讨论天平时,曾假定三个刀口在同一水平面上,臂长为 l,中间刀口 B_0 到标尺距离为 L,梁的重心 C 到中间刀口 B_0 的距离为 h,梁的质量为 m_0,重力加速度为 g,则在两侧的负载分别为 m 和 $m+\Delta m$ 时,指针向负载 m 侧偏转,当 Δm 不甚大时,偏转角为 φ 时又达到新的平衡(图 19-1),此时成立

$$mgl\cos\varphi + m_0gh\sin\varphi$$
$$= (m+\Delta m)gl\cos\varphi$$

整理后,可得

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\Delta ml}{m_0h}$$

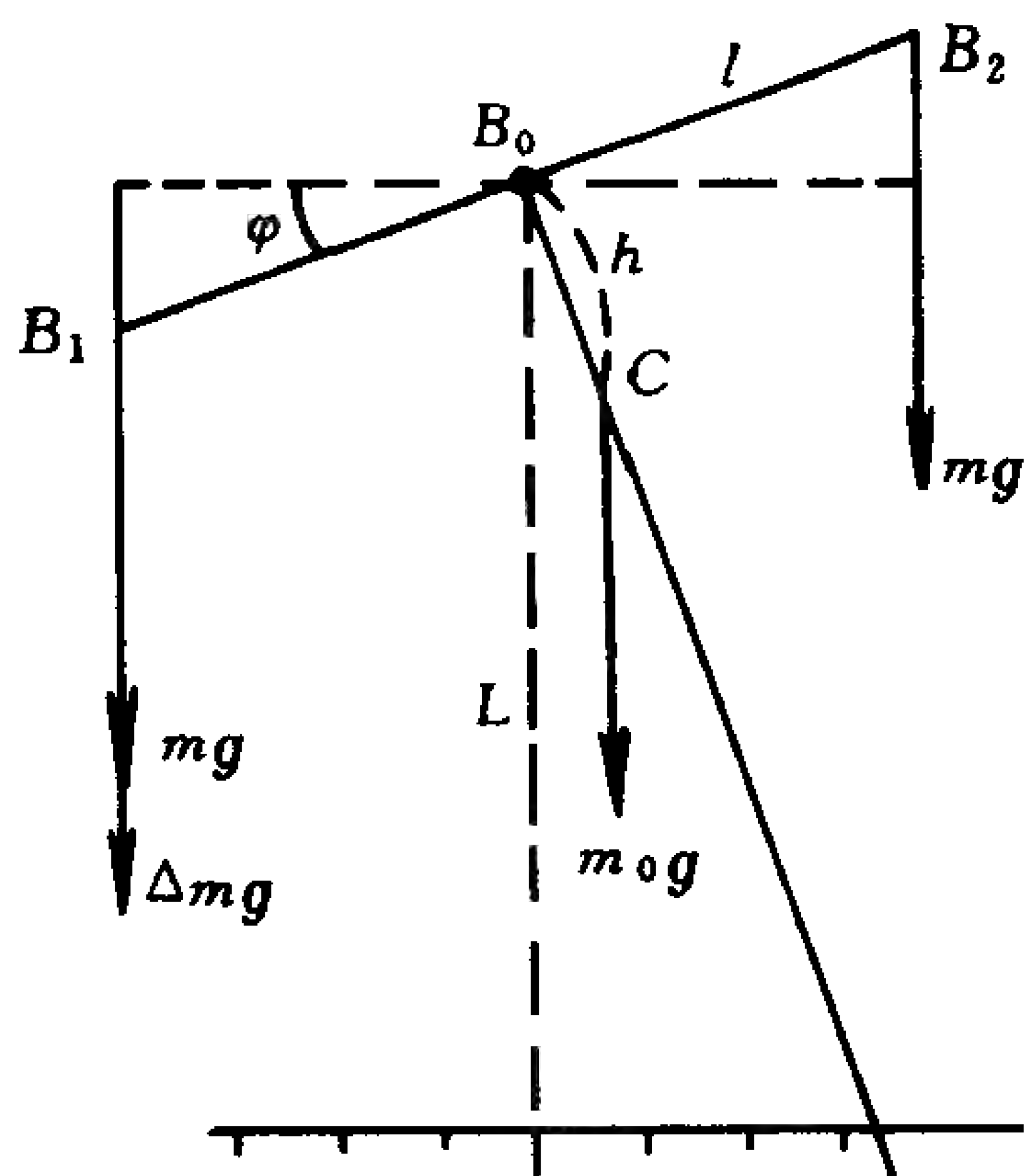


图 19-1

实际的天平,三个刀口不可能在同一平面上,设中间刀口 B_0 到 B_1B_2 平面的距离为 λ,$\angle B_0B_1B_2=\theta$,此时两侧负载 m 的合力的作用点不在 B_0,如图 19-2所示,这时又有一新的恢复

力矩 $2mg\lambda\sin\varphi$,即

$$\Delta mgl\cos(\theta+\varphi) = m_0gh\sin\varphi + 2mg\lambda\sin\varphi$$

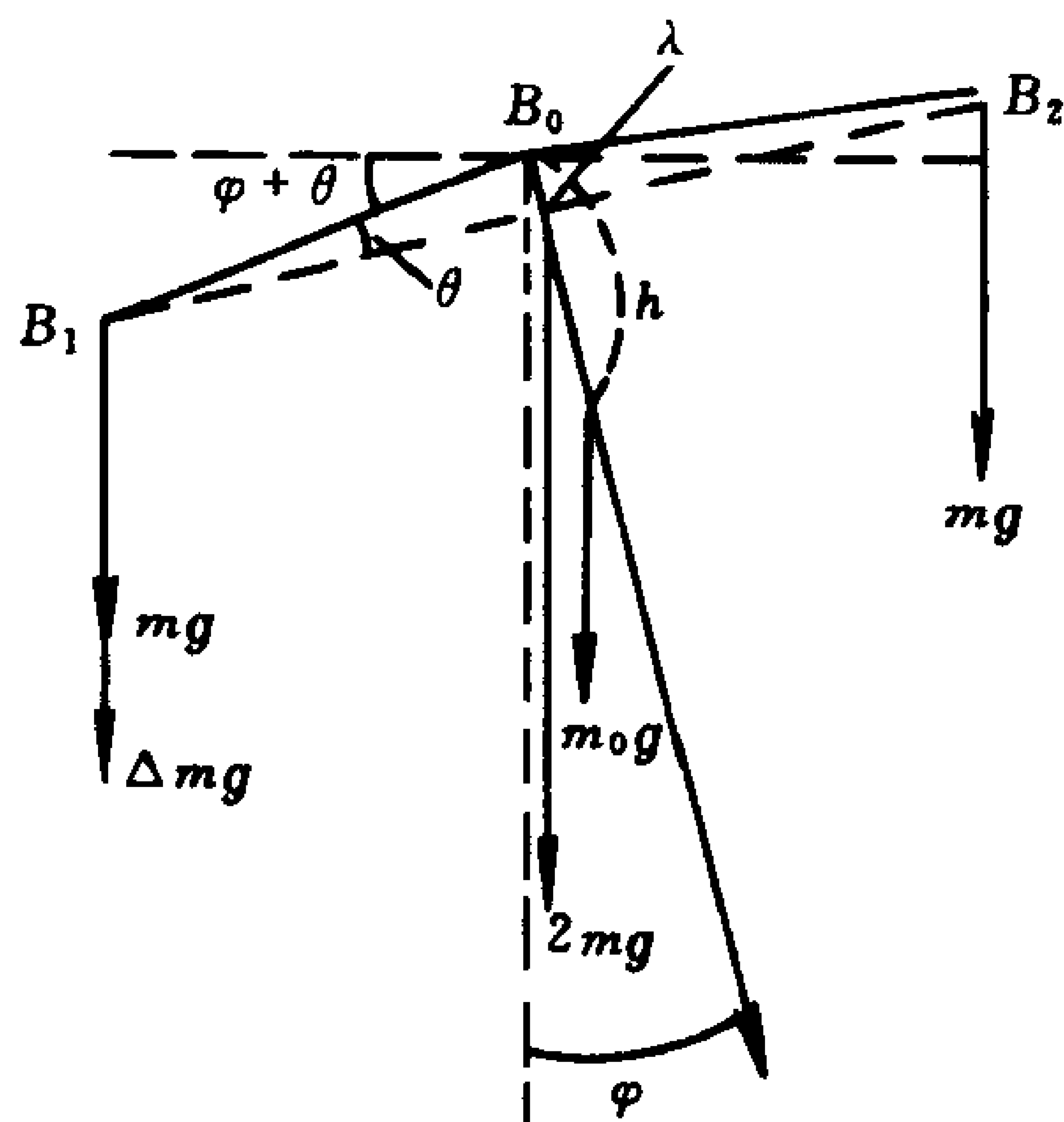


图 19-2

由于实际上 $\theta\ll\varphi$,$\cos(\theta+\varphi)\approx\cos\varphi$,所以

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\Delta ml}{m_0h+2m\lambda} \qquad (19-1)$$

式中的 m 是秤盘质量 m_1 和砝码质量 m_2 之和. 从此式可以看出天平偏转角 φ 不仅和差额质量 Δm 有关,而且也和天平的负载有关.

又设指针偏转 φ 角时,指针在标尺上移过距离为 s,因而 $\operatorname{tg}\varphi=\frac{s}{L}$,将此代入式(19-1),则得

$$s = \frac{Ll}{m_0h+2m\lambda}\Delta m \qquad (19-2)$$

设天平的感度为 R,则 $R=\frac{\Delta m}{s}$,结合上式,则

$$R = \frac{m_0h+2m\lambda}{Ll}, \left(\frac{\text{g}}{\text{cm}}\right) \qquad (19-3)$$

天平振动时是一复摆，参照复摆周期公式，天平振动周期 T 应当等于

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{(m_0 h + 2m\lambda)g}} \tag{19-4}$$

式中 I 为天平对支点 B_0 的转动惯量，I 由两部分组成，即天平梁的转动惯量 I_0、秤盘的转动惯量和砝码的转动惯量．现将秤盘和砝码均简化为梁一端的一质点，它们的转动惯量写成为 $2(m_1 + m_2)l^2$［严格讲应取 $(l\cos\varphi)^2$，现在取近似式］，则

$$I = I_0 + 2(m_1 + m_2)l^2$$

又取 $I_{01} = I_0 + 2m_1 l^2$，它是梁和秤盘转动惯量之和，因而

$$I = I_{01} + 2m_2 l^2 \tag{19-5}$$

综合式(19－3)、(19－4)、(19－5)，可得

$$RT^2 = \frac{4\pi^2 I_{01}}{Llg} + \frac{8\pi^2 l}{Lg}m_2 \tag{19-6}$$

又从式(19－3)可得

$$R = \frac{m_0 h + 2m_1\lambda}{Ll} + \frac{2\lambda}{Ll}m_2 \tag{19-7}$$

即 RT^2 与砝码质量 m_2 以及 R 与砝码质量 m_2 间均有线性关系．设

$$\left.\begin{aligned} RT^2 &= A + Bm_2 \\ R &= A' + B'm_2 \end{aligned}\right\} \tag{19-8}$$

由上式可知，测量出不同 m_2 对应的感度 R(单位为 g/cm)及振动周期 T，则可从解线性函数式，求出参数 A、B、A' 及 B'，再结合式(19－6)、(19－7)以及测出的 L、l、m_0 及 m_1，就可求出：

(1) 空载感度 R_0，即 A'，

(2) 天平梁及秤盘的转动惯量 $I_{01} = \frac{A}{B}2l^2$，

(3) $\lambda = \frac{1}{2}LlB'$，

(4) $h=(LlA'-2m_1\lambda)/m_0$.

实验内容

1. 取无阻尼分析天平(阻尼式天平可摘去阻尼盒),测量中间刀口到标尺的距离 L,游码标尺的长度 $2l$,指针标尺 24 格的长度 $24a$(a 为 1 格宽度),以上长度的单位为 cm.

梁的质量 m_0 及秤盘(包括吊耳)质量 m_1,可由实验室测出标在仪器卡片上.

2. 测出当 m_2 等于 0、20 g、40 g、60 g、80 g、100 g 时(两侧盘上加同样砝码)的振动周期 T 及感度 R.

测量周期之前,先用纱布沾少许酒精清洗刀口及刀承. 测量时尽量保持振幅相同,由于周期 T 总的变化不大,要特别细心测量,并尽量测量摆动几个周期的时间.

感度是灵敏度的倒数,测量方法参考实验三,测量时可以用 mg/ 格作单位,计算时再改用 g/cm 作单位.

3. 作 $R-m_2$ 及 RT^2-m_2 图线,从图上求出 A、B、A'及B',再计算出 R_0、I_{01}、λ 及h.

[注]:分析天平是精密仪器,操作时要遵守操作规程,一般不允许学生拆卸,要想拆卸一定要请示指导教师.

回答问题

1. 要调分析天平的灵敏度,应调何处? 观察天平并结合式(17-3)去思考.

2. 在什么情况下,天平只偏向左(或右)侧,而不振动? 原因是唯一的吗?

实验二十　可　倒　摆

目的

1. 研究质量分布的变化对复摆振动周期的影响；
2. 掌握用可倒摆测量重力加速度.

仪器和用具

可倒摆，数字毫秒计，光电门，测高仪.

可倒摆的结构如图 20－1 所示，在长约 1.5 m 的金属杆或木杆上，在相距约 1 m 的两处安置两个刀刃 O_1O_2，并安置两个可移动的锤 A 和 B，此复摆可以 O_1 或 O_2 为支点摆动，这样的复摆就是可倒摆.

测高仪是测量同一铅直线上二点间距离的仪器，如图 20－2 所示．它的主要部分是望远镜 T 和水准器 L 以及有精密刻度的立柱 A(附游标 V)，长度测量的精密度可达$\frac{1}{20}$mm.

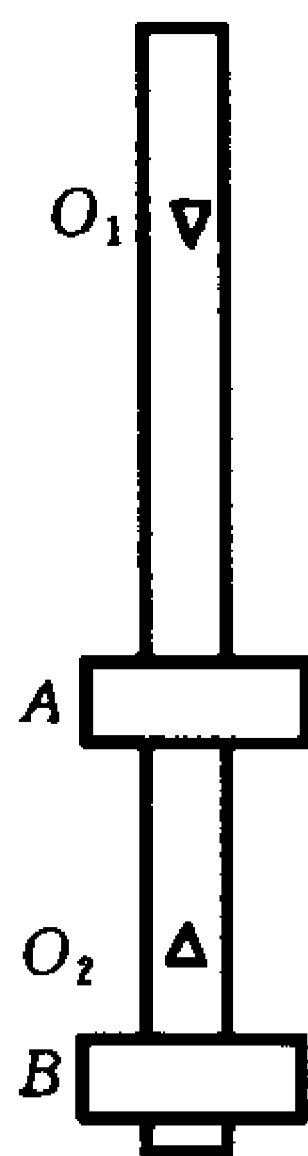


图 20－1

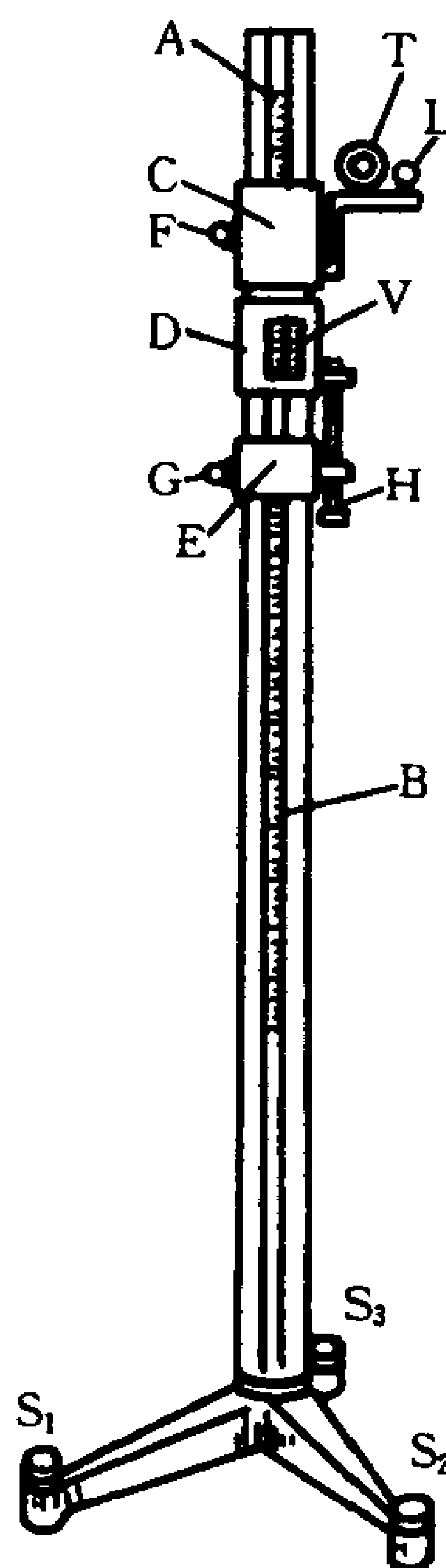


图 20－2

为了使实际测量达到仪器的精密度，必须依靠所附精密水准器，在测量前将立柱调成铅直，在测量过程中使望远镜保持平移．测量时如图 20－3 安置仪器，将底脚 S_1 置于测量方向上，调仪器（见附记）使立柱铅直、水准气泡在管正中．松开 F，上下移动和转动套管 C 使望远镜对准目标．调目镜 I 看清望远镜中的叉丝，转聚焦手轮，看清目标．松开 G 将游标套管 D 和 C 相接，拧紧 G 之后转微调螺旋 H，使叉丝交点和目标完全重合．从游标读取标尺 B 之值 z_1．其次，按同样操作去测另一目标的位置（但要注意，如气泡偏离正中，就要转动 S_1 将其调回），设读数为 z_2．则二目标间的铅直距离为 $(z_2 - z_1)$．

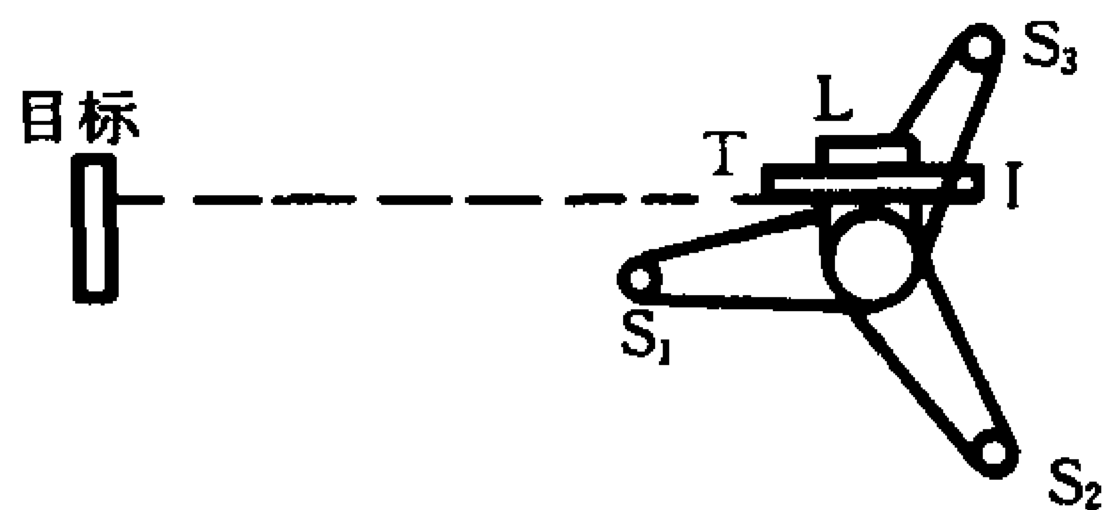


图 20－3

原理

将可倒摆的刀刃 O_1 放在刀架上（正挂），使之摆动，如摆角较小，其周期 T_1 将等于

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{mgh_1}} \qquad (20-1)$$

式中 I_1 是可倒摆以 O_1 为轴转动时的转动惯量，m 为摆的质量，g 为当地的重力加速度，h_1 为支点 O_1 到摆的质心 G 的距离．又当以刀刃 O_2 为支点（倒挂）摆动时，其周期 T_2 将等于

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_2}{mgh_2}} \qquad (20-2)$$

式中 I_2 是以 O_2 为轴时的转动惯量，h_2 为 O_2 到 G 的距离.

设 I_G 为可倒摆对通过质心的水平轴的转动惯量，根据平行轴定理 $I_1 = I_G + mh_1^2$，$I_2 = I_G + mh_2^2$，所以式(20－1)和(20－2)可改写成

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_G + mh_1^2}{mgh_1}} \qquad (20-3)$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_G + mh_2^2}{mgh_2}} \qquad (20-4)$$

从上述二式消去 I_G 和 m，可得

$$g = \frac{4\pi^2(h_1^2 - h_2^2)}{T_1^2 h_1 - T_2^2 h_2} \qquad (20-5)$$

在适当调节摆锤 A、B 的位置之后，可使 $T_1 = T_2$，令此时的周期值为 T，则

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2}(h_1 + h_2)$$

上式中 $h_1 + h_2$ 即 O_1O_2 间的距离，设为 l，因而

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \qquad (20-6)$$

本实验就是测量 O_1O_2 间距离 l 和确定正挂与倒挂时相等的周期值 T，并用它们算出当地的重力加速度之值. 式中的 l 为二刀刃间的距离，能测得很精确，所以可倒摆能使测量 g 值的准确度提高.

为了寻找 $T_1 = T_2$ 的周期值，就要研究 T_1 和 T_2 在移动摆锤时的变化规律. 设在 O_1O_2 间的重锤 A 的质量为 m_A，O_1 到 A 的距离为 x 并取 $\overrightarrow{O_1O_2}$ 为正方向(图 20－4)，除去摆锤 A 之外摆的质量为 m_0，对 O_1 的转动惯量为 I_0，质心在 C 点，令 $O_1C = h_{C1}$. 由于摆锤 A 较小，式(20－1)可近似写成为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + m_A x^2}{(m_0 h_{C1} + m_A x)g}} \tag{20-7}$$

由此式可知此摆在以 O_1 为轴时的等值摆长 l_1 等于

$$l_1 = \frac{I_0 + m_A x^2}{m_0 h_{C1} + m_A x} \tag{20-8}$$

经分析可知,在一定条件下$\frac{\mathrm{d}l_1}{\mathrm{d}x}=0$,并且$\frac{\mathrm{d}^2 l_1}{\mathrm{d}x^2}>0$,即在改变 A 锤位置时,等值摆长 l_1 有一极小值,亦即周期 T_1 有一极小值,并且和此极小值对应的 x 小于l. 这说明当 A 锤从O_1 移向 O_2 时,T_1 的变化如图 20-5 所示,当 x 开始增加时,T_1 先是减小,在 T_1 达到极小值之后又增加. T_2 的变化规律和 T_1 的相似,但是变化较明显.

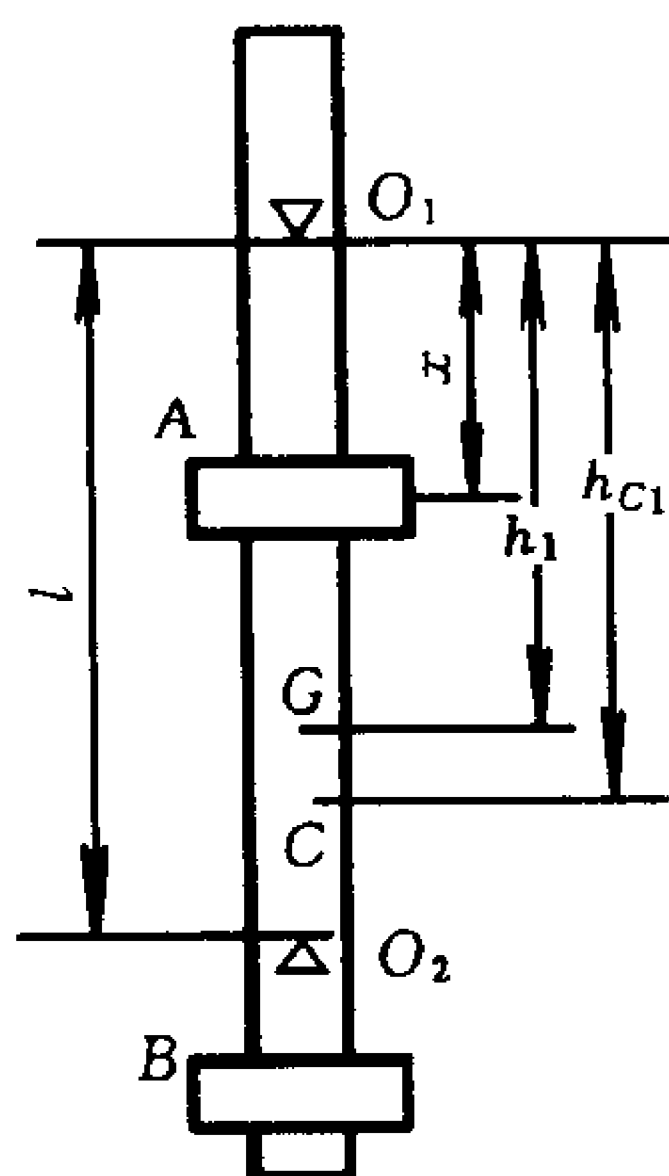


图 20-4

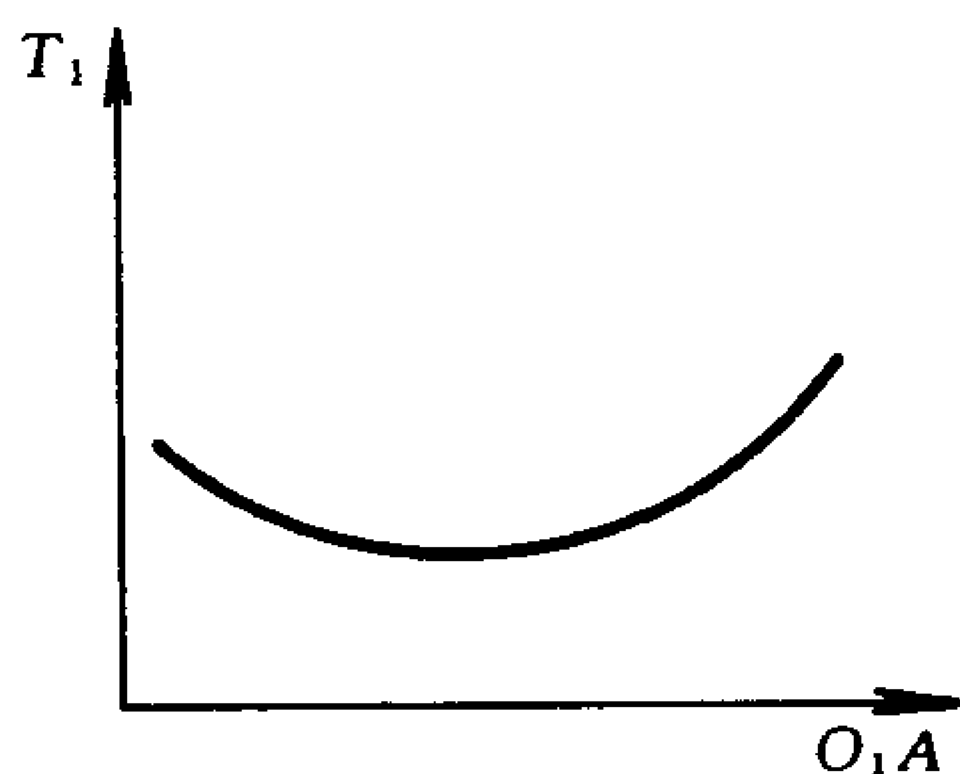


图 20-5

本实验为了利用式(20-6)计算 g 值,就必需使在 O_1O_2 间移动 A 锤过程中 T_1 曲线和 T_2 曲线相交. 理论分析和实际测量都表明,T_1 和 T_2 二曲线是否相交决定于摆锤 B 的位置(图 20-6),本实验是通过实际测量来确定能使 T_1、T_2 曲线在 O_1O_2 间相交的 B 锤的位置(图 20-6(b)).

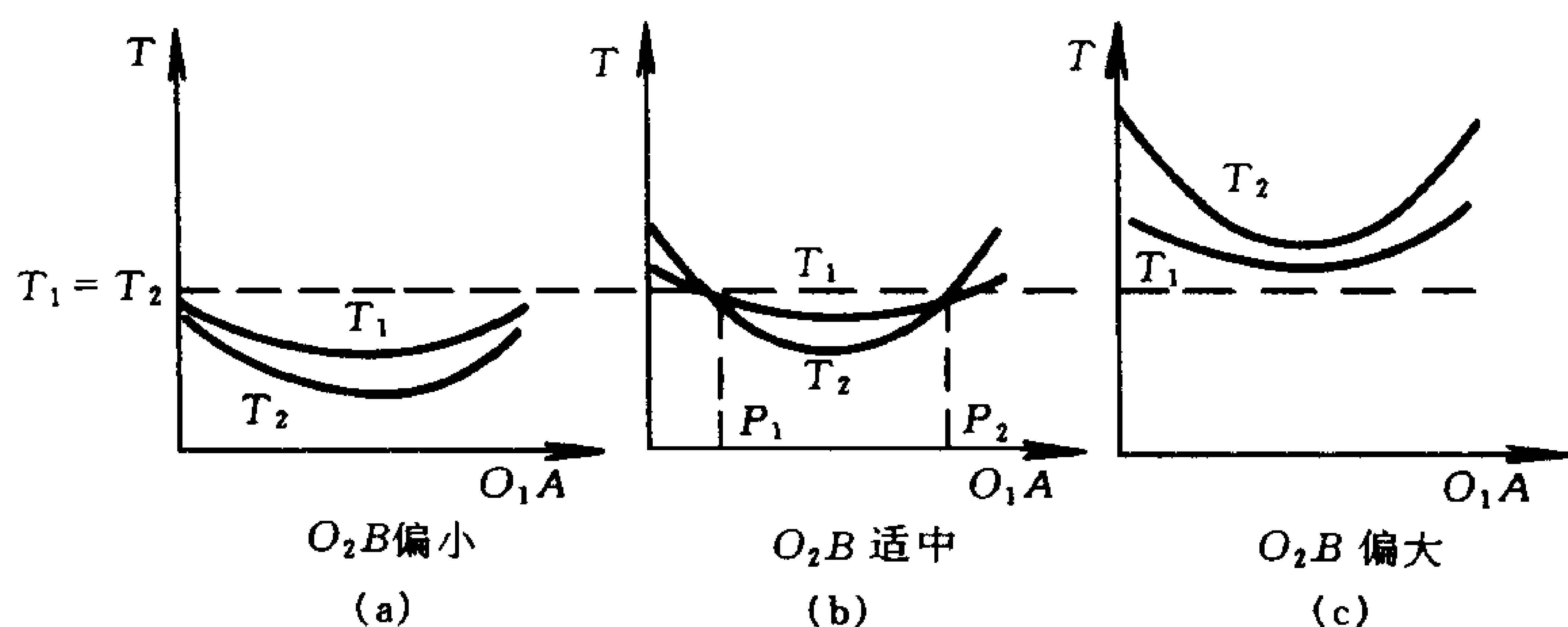


图 20－6

实验内容

1．确定 B 锤的位置

在摆杆的两端分别固定一挡光片．光电门置于摆下端的挡光片处并和数字毫秒计联接好．毫秒计的时间选择用 1 ms 挡，并使用能测周期的功能部分．

将 A 锤置于 O_1O_2 的中点处，B 锤置于 O_2 外侧的中间，测 T_1 和 T_2（只测一个摆动周期），若 $T_1>T_2$，那将属于图 20－6(a) 或(b)的情形．将 A 锤移至 O_2 附近，AO_2 约 10 cm 处（B 不动）再测 T_1 和 T_2，如果此时 $T_1<T_2$，就说明 B 锤的位置适合(b)，亦即适合实验的要求，在以下的测量中 B 锤即固定在此位置．若是测量结果和上述的不一致，就要参照图 20－6 去改变 B 锤的位置，直至和上述要求一致时为止．

2．测绘 T_1、T_2 曲线

将 A 锤置于 O_1A 约等于 10 cm 处，测 T_1 和 T_2．其次，每将 A 锤移动 10 cm 测一下 T_1 和 T_2，直至 AO_2 大约为 10 cm 时为止．

以 O_1A 为横坐标，周期为纵坐标作图线[如图 20－6(b)]，二曲线交点对应的 O_1A 值为 P_1 和 P_2，对应的周期应相等．

3. 测量 $T_1 = T_2 = T$ 的精确值

将 A 锤置于P_2 处(该点对应的二曲线的交角较大),测 T_1 和 T_2(数字毫秒计用 0.1 ms 档),各重复测 10 次后取平均值(由于这次测得较精细,将发现 T_1 和 T_2 不等,即以前测得的 P_2 不准),当 $T_1 < T_2$ 时,就使 O_1A 减少 2 mm(若是 $T_1 > T_2$ 就使 O_1A 增加 2 mm),再同上法测周期为 T'_1 和 T'_2,这时应当是 $T'_1 > T'_2$(若是实际测量结果仍然是 $T'_1 < T'_2$ 时,就要再移动 A 锤去测量).

在这一步测量时,要使每次摆尖的位移(振幅)相同,并测出其大小,设为 s,如支点到摆尖的长度为 L,则摆角 $\theta = \frac{s}{L}$,在小摆角 θ 测得的周期 T_θ 和摆角近于零时的周期 T_0 之间存在如下关系:

$$T_0 = T_\theta\left(1 - \frac{\theta^2}{16}\right) \qquad (20-9)$$

测量所得各周期值,要根据上式改正成为摆角近于零时的周期.

用测得的 T_1、T_2、T'_1 和 T'_2 参照图 20－7 作图线,其交点所对应的周期值就是所求的 $T_1 = T_2 = T$ 的数值.

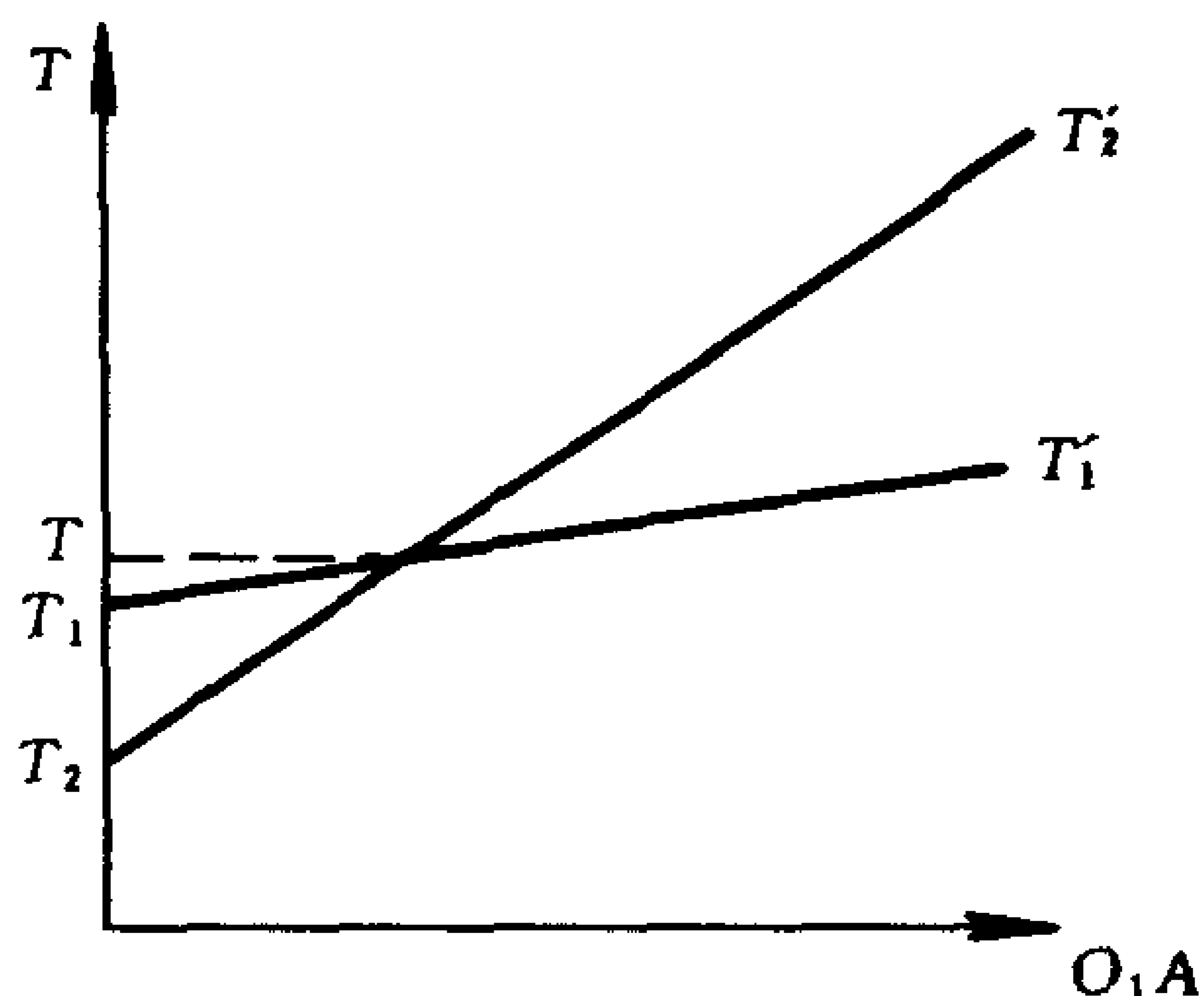


图 20－7

4. 测量二刀刃间的距离 l

用测高仪在摆的两侧分别测二刀刃的距离 l_1 和 l_2(因为 O_1O_2 二刀刃可能不平行,在两侧测出的 l 值不等),取 l_1 和 l_2 的平均值为所求的 l 值. 重复测 4 次.

5. 将第 3、4 步求出的 T 和 l 值代入式(20－6),求出当地的重力加速度 g 之值并求其标准不确定度.

[附记]

[1] 测高仪的调节

测高仪上望远镜所附水准器的灵敏度较高,一般是用此水准器将立柱调成铅直方向. 调节的程序如下:

(1) 转动套管 C 使望远镜及水准管的方向平行于底座的一脚 S_1.

(2) 调测高仪的底脚螺旋,用目测或借助于铅锤去检查,使立柱粗略的在铅直方向.

(3) 调水准器的倾斜使气泡居中. 这时水准管的轴线 ab 已水平,但立柱不一定是铅直的. 设此时立柱和铅直线的夹角为 θ,则水准管轴 ab 和立柱的垂线 cd 的夹角也是 θ.

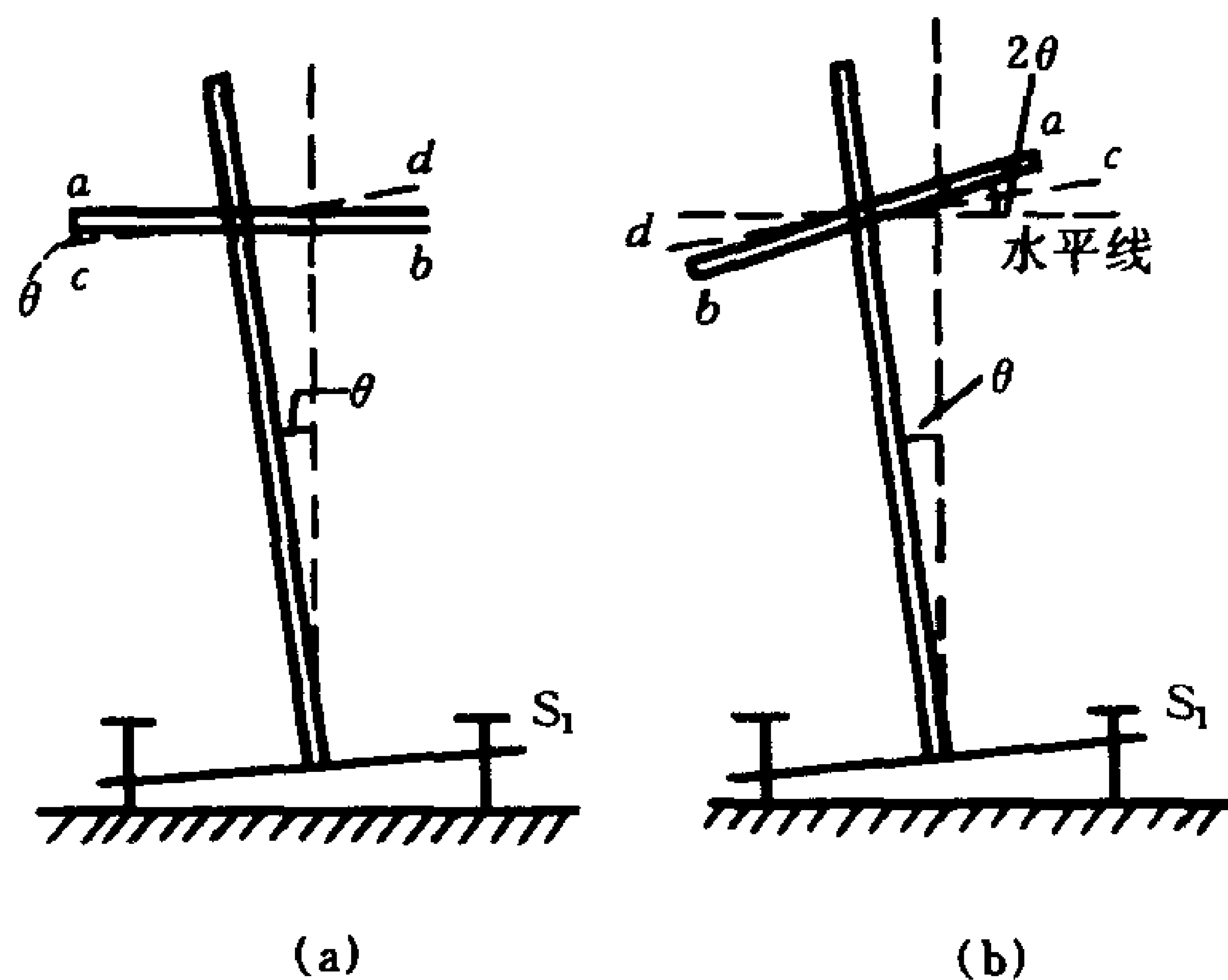


图 20－8

(4) 将套管 C 转 180°,如图 20－8(b)所示,此时水准管轴 ab

将不是水平的了，而是和水平线成 2θ 角. 转动水准器一端的调平螺旋，将气泡调回之后螺旋再退回一半(实际上是要将气泡调回一半，但一开始往往 θ 较大，从观察气泡很难掌握这一半是多少)，其次用 S_1 将气泡调至正中. 将 C 转 180°之后再调，如此反复直至气泡不再偏离为止.

(5) 将套管 C 转 90°，使水准管轴平行于 S_2S_3，调 S_2 和 S_3(二者一升一降)使气泡居中(但要注意这时绝不能再调水准器的调平螺旋). 转 180°后再调.

(6) 反复按上述(3)、(4)、(5)去调节，直至不论 C 转到任何位置，气泡始终居中为止.

[2] 此实验的内容较多，往往拖长实验时间，可适当删减. 比如 B 锤位置可由教师在课前调好；改变 A 锤位置测 T_1、T_2 时，也可以使 A 从 O_1O_2 的中点开始移向 O_2.

实验二十一　双线摆振动的研究

目的

用实验方法研究双线摆扭转振动周期与影响振动各量间的关系.

仪器和用具

双线摆(图 21－1),停表,米尺,天平.

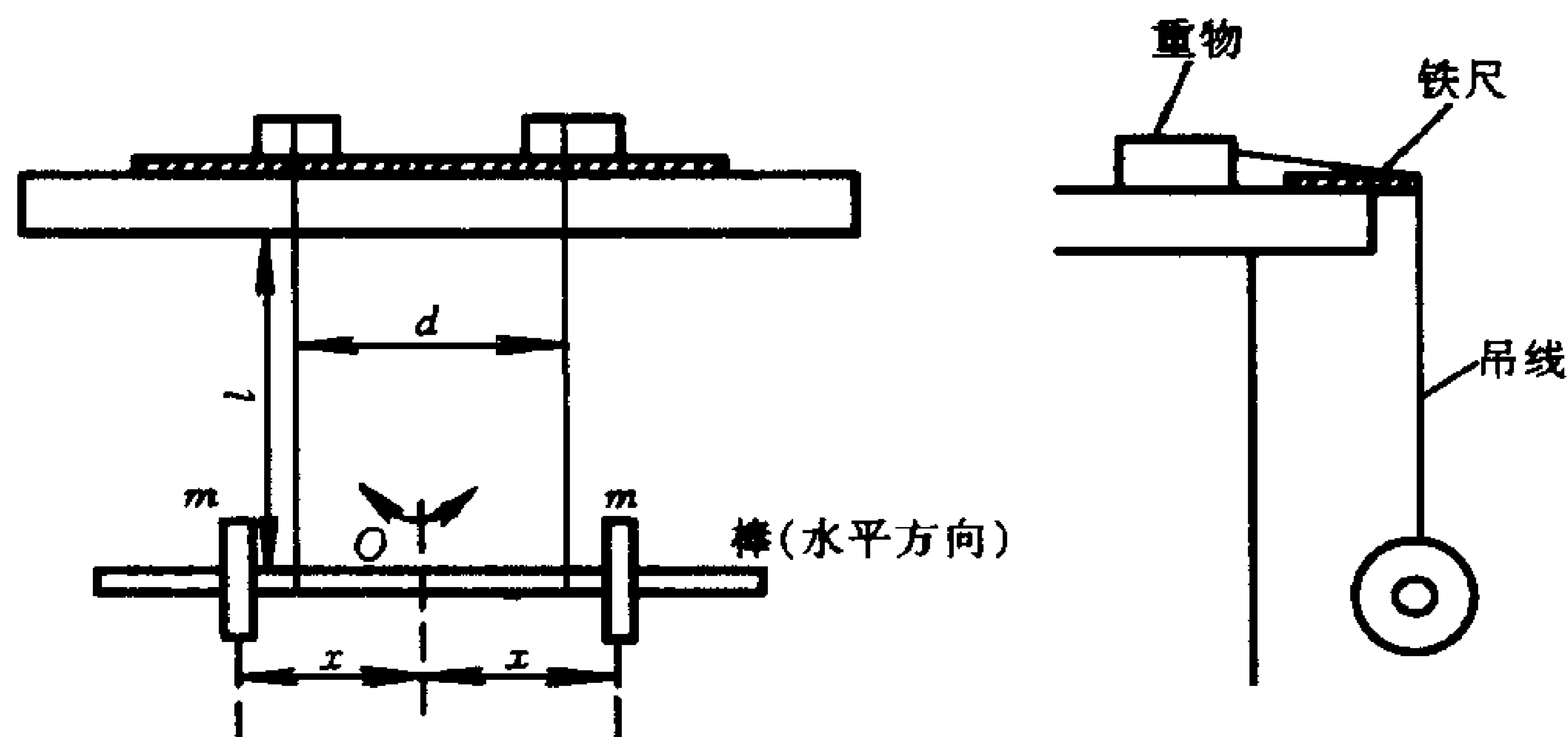


图 21－1

实验方法

1. 确定影响扭转振动周期的有关量

可以考虑有摆线长 l、两线的间隔 d、双线摆的重量 W、砝码质量 m 和位置 x 以及棒(质量与外形)的影响. 即

$$T = T(l, d, W, m, x\ 棒) \qquad (21-1)$$

2. 初步分析函数形式

从已有的知识可以做如下的推断:

当　$l \to 0$ 时, $T \to 0$; $l \to \infty$ 时, $T \to \infty$.

$d \to 0$ 时，$T \to \infty$；$d \to \infty$ 时，$T \to 0$.

$W \to 0$ 时，$T \to \infty$；$W \to \infty$ 时，$T \to 0$.

$m, x \to 0$ 时，还有棒的作用，即 $T \to$(某一恒定值).

$m, x \to \infty$ 时，则 $T \to \infty$.

通过分析可初步得出函数形式为

$$T = cl^{\alpha}d^{\beta}W^{\gamma}f(m, x) \qquad (21-2)$$

式中 c 为量纲一的量(以前称为无量纲的量)，$f(m, x)$ 的形式还要在以下分析中确定.

3. 确定指数 γ 的值

式(21－2)中左侧的量纲为时间的量纲 T，而右侧只有重量 W 中包括时间，而 W 的量纲(用 dim W 表示)为

$$\dim W = \mathrm{MLT}^{-2}$$

为了保持式(21－2)两侧的量纲相同，重量 W 的指数 γ 必定为 $-\frac{1}{2}$，即

$$(\mathrm{MLT}^{-2})^{-\frac{1}{2}} = \mathrm{M}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{L}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{T}$$

4. 确定指数 α, β 的值

改变 l 并保持其它量不变，测出不同 l 的 T 值(使双线摆以 O 为轴扭转振动)，参照绪论中§1－10中的一种方法，确定 α 值.

设 $y = \ln T, x = \ln l$，则 α 即直线 $y = a + bx$ 的斜率 b.

测量时，l 的变化范围尽量大些，变化次数在6次或更多些.

其次，改变 d 并保持其它量不变，测出不同 d 的 T 值，仿照确定 α 的方法确定 β.

5. 确定函数 $f(m, x)$ 的形式

由于已知 $m, x \to 0$ 时，$T \to$(某一恒定值)，可以断定 $f(m, x)$ 中包括一恒量 c_1，将 $f(m, x)$ 写成为

$$f(m, x) = [\varphi(m, x) + c_1]^{\delta} \qquad (21-3)$$

其中 c_1 的量纲和 $\varphi(m, x)$ 的量纲相同，实际上它是棒的作用的

体现.

以下要参照已确定的 α、β、γ 值去探索 $\varphi(m,x)$的形式和 δ 的值,考虑到测量的误差,应对 α、β 的准确值作出估计,比如 1.015、0.987 这样近于 1 的值,可估计其准确值为 1;对于 0.502、0.479 这样近于 0.5 之值可估计为$\frac{1}{2}$,等等.

现在设 $\varphi(m,x)=2(m)^{\varepsilon}x^{\zeta}$,则为了使式(21-2)右侧量纲为 M^0L^0T,则必需满足 M 和 L 的指数为零,即

$$\gamma + \varepsilon\delta = 0$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \zeta\delta = 0$$

上述二方程式中有三个未知数 δ、ε、ζ,不能解出其值,在此要先假设一 δ 值,从而求出 ε、ζ 值,其次用实验检验假设$\left(\text{假设 } \delta \text{ 值取} +1、+2、+\frac{1}{2}、-1、-2、-\frac{1}{2}、\cdots\right)$.

改变 x 值(其它量不变)测 T,如果上述假设合适,则 $T^{1/\delta}-x^{\zeta}$ 图线将是一直线,如果图线明显是曲线,则要改变 δ 假设值(ε、ζ 也随之改变)再检验,直至得到直线为止(x 值要从最大变化到最小).

6. 确定 c 和 c_1 之值

综合上述分析与测量,得出

$$T = cl^{\alpha}d^{\beta}W^{\gamma}[(2m)^{\varepsilon}x^{\zeta} + c_1]^{\delta} \qquad (21-4)$$

其中 α、β、γ、δ、ε 和 ζ 均已确定,改变上式为

$$T^{1/\delta} = c^{1/\delta}l^{\alpha/\delta}d^{\beta/\delta}W^{\gamma/\delta}[(2m)^{\varepsilon}x^{\zeta} + c_1]$$

从最后的 $T^{1/\delta}-x^{\zeta}$ 图线的两端选两组数值和已知的 l、d、W、m 值,建立一个二元一次联立方程组,从中解出 c 和 c_1 值.

7. 列出最后的式(21-4),α、β、γ、δ、ε、ζ、c 和 c_1 均用实际值.

回答问题

1. 从理论上分析此实验.

2. 将实验与理论相比，说明 c 与 c_1 值的实验误差的大小.

[附记]

双线摆的棒可以是圆棒，也可是其它形状的棒，但是要均匀.

砝码可以穿在棒上，也可挂在棒下，但是骑在棒上时重心上移，摆不稳定. 砝码的直径与厚度适当小些为好. 砝码质量与棒相比不宜过大或过小，因为差异大时对确定 $[\varphi(m,x)+c_1]^\delta$ 不利. 可考虑使 $2m$ 和棒的质量相近.

实验二十二　阻尼振动

目的

1. 观测弹簧振子在有阻尼情况下的振动，测定表征阻尼振动特性的一些参量，如对数减缩 δ、弛豫时间 τ、品质因数 Q 的方法；

2. 利用动态法测定滑块和导轨之间粘性阻尼常量 b.

仪器和用具

气垫导轨，滑块，弹簧，光电门，数字毫秒计，小型永久磁铁，附加物.

原理

一个自由振动系统由于外界和内部的原因，使其振动的能量逐渐减少，振幅因之逐渐衰减，最后停止振动，这就是阻尼振动. 在单摆和天平的实验中我们观察到阻尼振动，实际上不仅在力学实验中，也不限于机械运动，例如，电流计指针的运动，LRC 振荡电路中的电流、电压变化等也是阻尼振动.

本实验的阻尼谐振子由气垫导轨上的滑块和一对弹簧组成，如图 22－1. 此时滑块除受弹簧恢复力作用外，还受到滑块与导轨之间的粘性阻力的作用. 在滑块速度较小时，粘性阻力 $F_{阻}$ 和滑块的速度成正比，即

$$F_{阻} = bv = b\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \qquad (22-1)$$

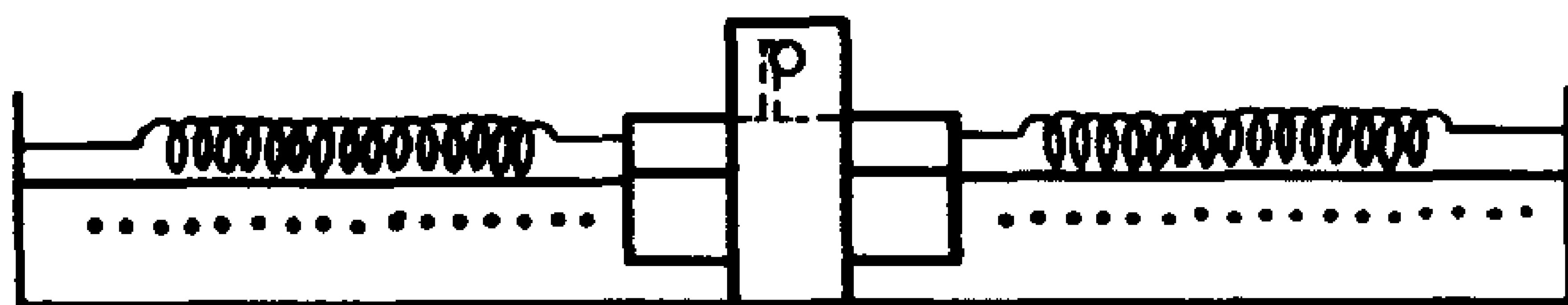


图 22－1

式中 b 为粘性阻尼常量. 气垫导轨上由滑块和一对弹簧振动系统,在弹性力 kx 和阻尼力 $F_{阻}$ 作用下,滑块的运动方程为

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-kx-b\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{22-2}$$

式中 m 为滑块质量. 令 $2\delta=\frac{b}{m},\omega_0^2=\frac{k}{m}$,其中常数 δ 称为阻尼因数,ω_0 为振动系统的固有频率,则式(22-2)可改写为

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+2\delta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2x=0 \tag{22-3}$$

当阻力较小时,此方程的解为

$$x=A_0\mathrm{e}^{-\delta t}\cos(\omega_f t+\varphi) \tag{22-4}$$

其中 $\omega_f=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}$. 而阻尼振动周期 T 为

$$T=\frac{2\pi}{\omega_f}=\frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}} \tag{22-5}$$

由以上可知,阻尼振动的主要特点是:

1. 阻尼振动的振幅随时间按指数规律衰减,如图 22-2,即

$$A=A_0\mathrm{e}^{-\delta t}$$

显然,振幅衰减的快慢和阻尼因数 δ 的大小有关,而 $\delta=\frac{b}{2m}$,因而和粘性阻尼常量 b 及振子质量 m 有关.

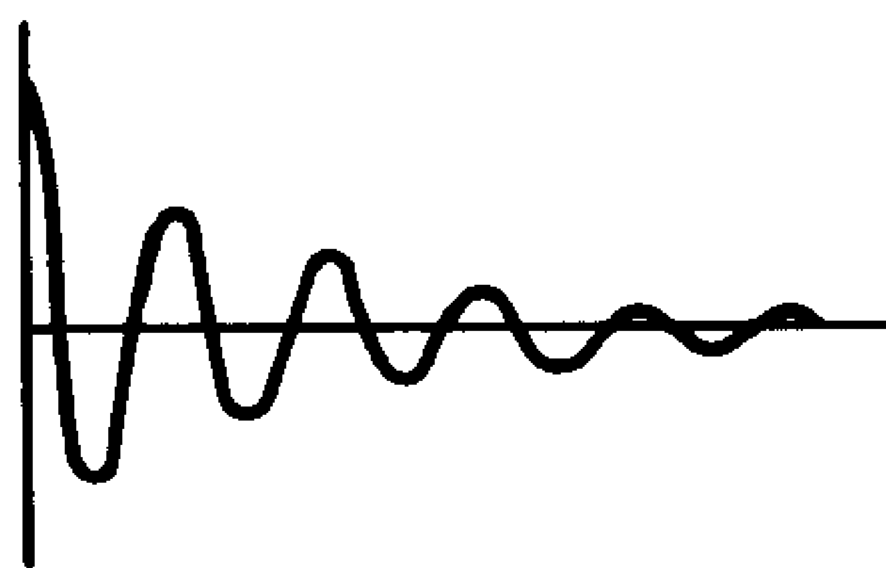


图 22-2

2. 阻尼振动周期 T 要比无阻尼振动周期 $T\left(=\frac{2\pi}{\omega_0}\right)$ 略长,阻尼越大,周期越长.

为直观地反映阻尼振动的衰减特性,常用对数减缩 Λ、弛豫时间 τ 及品质因数 Q 来表徵. 在弱阻尼情况下,它们清楚地反映了振动系统的振幅及能量衰减的快慢,而且提供了粘性阻尼常量 b 的动态测量方法.

(1) 对数减缩 Λ

是指任一时刻 t 的振幅 $A(t)$ 和过一个周期后的振幅 $A(t+T)$ 之比的对数，即

$$\Lambda = \ln \frac{A_0 e^{-\delta t}}{A_0 e^{-\delta(t+T)}} = \delta T \qquad (22-6)$$

将 $\delta = \frac{b}{2m}$ 代入上式，得

$$b = \frac{2m\Lambda}{T} \qquad (22-7)$$

即测出 Λ，就能求得 δ 或 b.

(2) 弛豫时间 τ

它是振幅 A_0 衰减至初值的 $e^{-1}(=0.368)$ 倍所经历的时间. 即

$$A_0 e^{-\delta\tau} = A_0 e^{-1}$$

所以

$$\tau = \frac{1}{\delta} = \frac{T}{\delta} \qquad (22-8)$$

(3) 品质因数 Q

一个振动系统的品质因数又称 Q 值，是一个应用极为广泛的概念，它在交流电系统及无线电电子学中是一个很常见的术语. 品质因数是指振动系统的总能量 E 与在一个周期中所损耗的能量 ΔE 之比的 2π 倍，用 Q 表示，则

$$Q = 2\pi \frac{E}{\Delta E} \qquad (22-9)$$

阻尼振动中，能量的损耗是由于克服阻尼力作功而造成的，其作功的功率等于阻尼力的大小 bv 乘以运动速率 v，即等于 bv^2. 在振动时，bv^2 是一个变量，可用一个周期中的平均值作为这一周期中的平均效果. 这样，一个周期中的能量损耗 ΔE 等于一个周期中克服阻尼力作的功，所以

$$\Delta E = (bv^2)_{平均} T$$

而对于振动系统而言,一个周期中的平均动能等于平均势能,且均等于总能量的一半,即

$$\left(\frac{1}{2}mv^2\right)_{平均} = \left(\frac{1}{2}kx^2\right)_{平均} = \frac{1}{2}E$$

$$(v^2)_{平均} = \frac{E}{m}$$

因而

$$\Delta E = b\frac{E}{m}T \tag{22-10}$$

综合式(22-10)、(22-7)、(22-9),得出

$$Q = \frac{\pi}{\Lambda} \tag{22-11}$$

从以上的讨论可知,只要测出阻尼振动的对数减缩,就能求出反映阻尼振动特性的其它量,如 b、τ、Q.

实验内容

1. 测定滑块、弹簧组成的阻尼谐振子的对数减缩 Λ,弛豫时间 τ 及品质因数 Q.

[方法一] 利用半衰期求 Λ

半衰期是指阻尼振动的振幅从初值 A_0 减到$\frac{A_0}{2}$时所经历的时间,记为 T_h,则

$$\frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\delta T_h}$$

由此可得

$$T_h = \frac{\ln 2}{\delta}$$

参照式(22-6),可得

$$\Lambda = \frac{T\ln 2}{T_h} \tag{22-12}$$

用停表测出阻尼谐振子的振幅从 A_0 减小到$\frac{A_0}{2}$的时间 T_h 及周期 T,计算对数减缩 Λ,进而求出 τ 及 Q 值.

[方法二] 利用阻尼振动曲线求 Λ

用如图 22-3 所示的火花记录装置,记下滑块在导轨上的振动曲线,图中 c 为装在滑块并和滑块一起振动的火花电极,它和弹簧是导通的,弹簧的一端和高压火花发生器的高压输出端相连,火花记录纸在垂直于导轨方向作匀速运动,它是由记录纸传动机构驱动的. 在火花电极的相对面,另有一根轴 e,它和高压火花发生器的另一端相联,当滑块运动,记录纸在垂直于导轨方向匀速运动时,可由电火花在纸上记录下来滑块的振动曲线.

振动曲线上从某一振幅 A_0 开始第 i 个振幅为 A_i,则

$$A_i = A_0 e^{-i\delta T}$$

取对数

$$\ln A_i = \ln A_0 - i\delta T$$

作 $\ln A_i - iT$ 图线,将得一条直线,其斜率为 $-\delta$,求出 δ 后再由它求出 Λ、τ 和 Q 值.

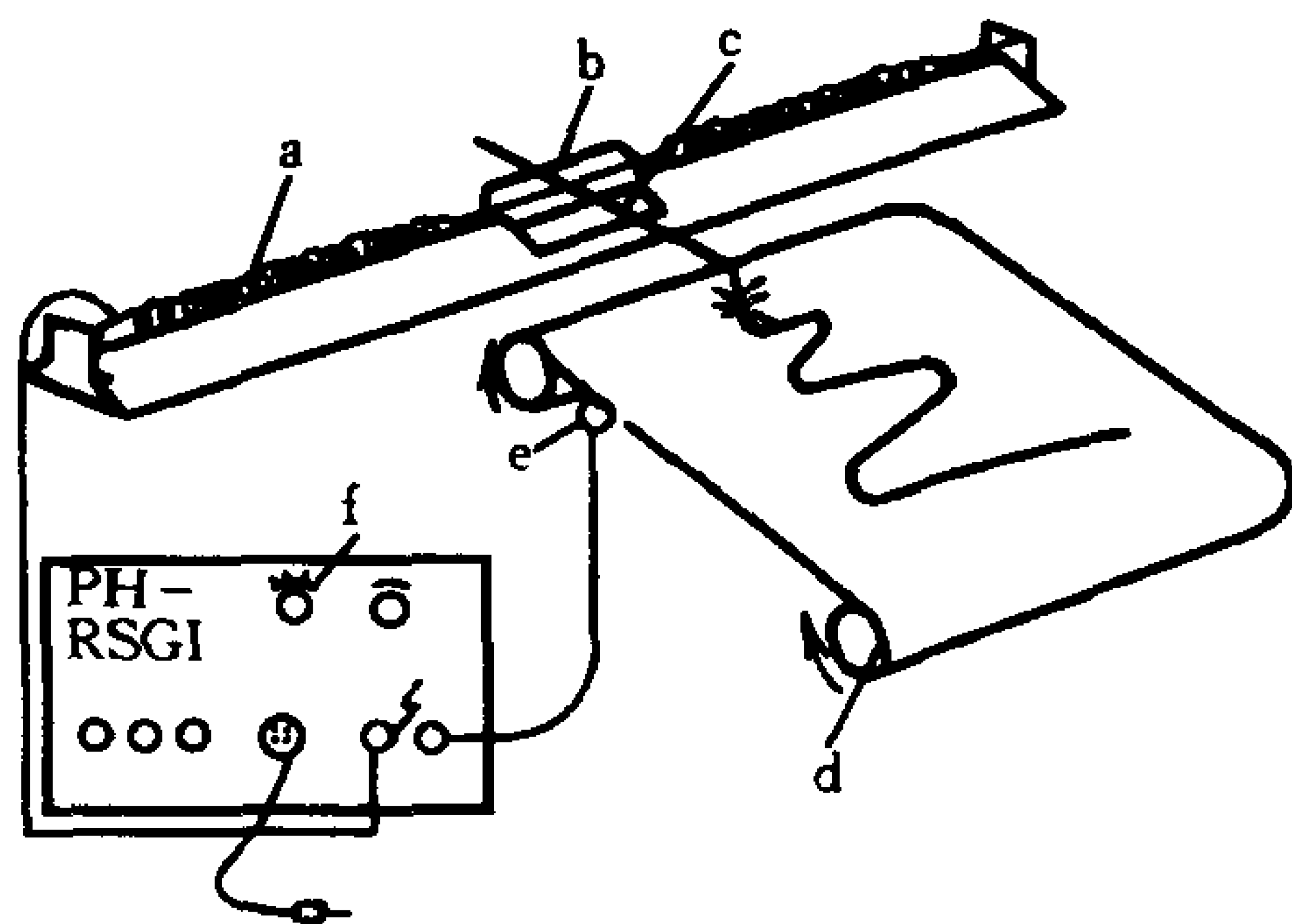


图 22-3

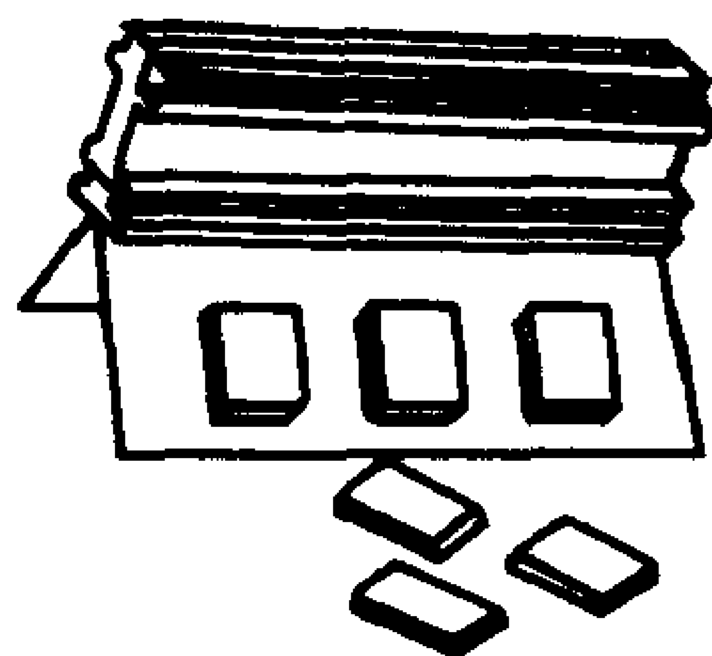


图 22-4

2. 研究磁阻尼对振动的影响

在滑块的两侧面对称地粘贴小的磁铁块(图 22－4),当滑块在导轨上运动时,磁铁和导轨(导体)相对运动,由此在导轨中感应涡电流,并对运动的滑块产生磁阻尼力的作用,从而使滑块的阻尼振动的振幅衰减更快.

分别在滑块的侧面加 2、4 块磁铁,求振动系统的阻尼常量 b、Λ 及 Q 值. 并由振动曲线分析磁阻尼力 F_M 和滑块运动速度是否成线性关系,即是否满足 $F_M = b_M v$? 式中 b_M 代表磁阻尼常量.

3. 考查振子质量及弹簧的劲度系数 k 对阻尼振动各常数的影响

在滑块上加上附加质量、改换不同劲度系数的弹簧再测 b、τ 及 Q 值,从对比中分析其影响.

回答问题

1. 阻尼振动周期比无阻尼(或阻尼很小时)振动周期长,你能否利用此实验装置设法加以证明?

2. 讨论在振动系统的 m 和 k 相同的情况下,阻尼的大小对对数减缩 Λ 及品质因数 Q 的影响.

3. 现有直径不同而质量相同的有机玻璃圆板,可安装在滑块上,圆板面和振动方向垂直,滑块在振动时在有机玻璃圆板的后面将产生空气的旋涡,这时有压差阻力作用在圆板上. 研究加上圆板后,振动系统粘性阻尼常量 b 将如何变化? b 值和圆板面积大小有何关系?

4. 分析讨论粘性阻力和磁阻尼力是否满足线性相加的关系?

实验二十三　受迫振动(扭摆法)

目的

1. 观察扭摆的阻尼振动,测定阻尼系数;

2. 研究在简谐外力矩作用下扭摆的受迫振动,描绘扭摆在不同阻尼情况下的共振曲线(即幅频特性曲线);

3. 描绘外加强迫力矩与受迫振动之间的位相差随频率变化的特性曲线(即相频特性曲线).

仪器和用具

扭摆共振仪(包括电源控制器),停表.

扭摆共振仪如图23－1所示,摆轮R为一铜环,它与盘形螺旋

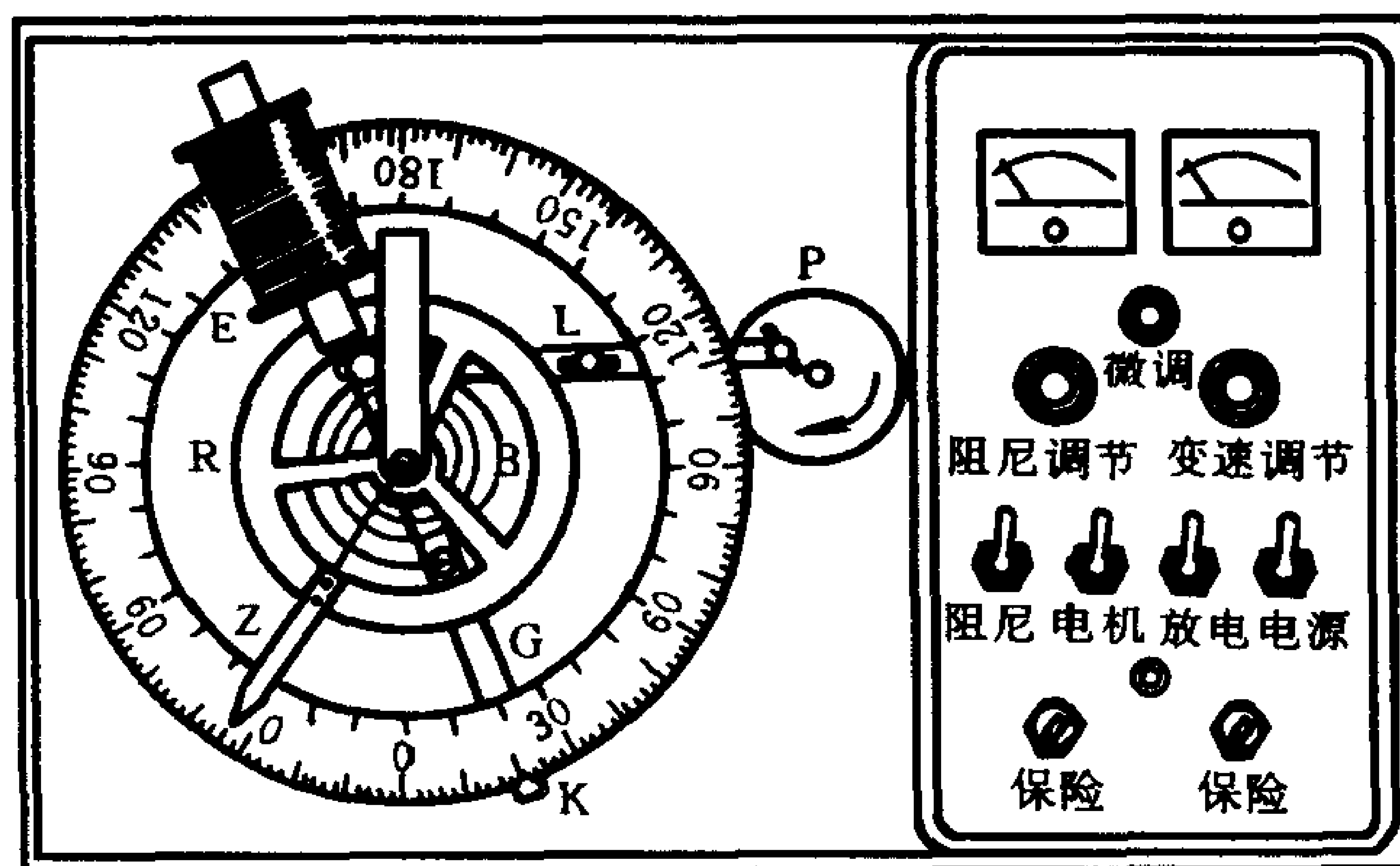


图 23－1

弹簧B的内端相连,并可绕铅直轴左右摆动,其角振幅或某一时刻的角位移 θ 可由指针Z在外环标尺上读出. 弹簧B的外端固定在杠杆G上,由它把外力矩传到扭摆上. 杠杆G与连杆L相连,L

的另一端与偏心轮 P 相连. 偏心轮的转速可由电机的调速机构进行调节. 外力矩的角振幅 A_0 可由杠杆 G 末端的指针 K 在标尺上读出.

阻尼的大小是由改变电磁铁 E 的电流来控制. 因为改变电磁铁的电流强度,磁场强度即发生变化,从而改变电磁阻尼的大小.

为了测量外加强迫力矩和受迫振动二者之间的位相差 φ,在环形标尺的零点下方设置了光电触发器,当指针 K 按规定方向通过平衡位置(零点)时,由光电触发器触发一高压脉冲,使摆轮指针 Z 的尖端立即在环形标尺上产生一放电火花,由火花的位置 θ 及相应的幅值就可以计算出 φ 值.

原理

1. 扭摆的阻尼振动

在有阻力矩的情况下,使扭摆由某一摆角开始做自由振动. 此时扭摆受到两个力矩的作用:一是弹性恢复力矩 $M_{弹}$,它与摆的扭转角 θ 成正比,即 $M_{弹} = -c\,\theta$(c 为扭转系数);二是阻力矩 $M_{阻}$,可近似认为它与摆动的角速度成正比,即 $M_{阻} = -r\dfrac{d\theta}{dt}$($r$ 为阻力矩系数). 若扭摆的转动惯量为 I,则根据转动定律可列出扭摆的运动方程:

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -c\theta - r\frac{d\theta}{dt} \tag{23-1}$$

即

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{r}{I}\frac{d\theta}{dt} + \frac{c}{I}\theta = 0 \tag{23-2}$$

令 $\dfrac{r}{I} = 2\delta$(δ 称为阻尼因数),$\dfrac{c}{I} = \omega_0^2$($\omega_0$ 称为固有角频率),则式(23-2)的解可分为三种情况讨论:

(1) $\delta^2 > \omega_0^2$　此时 $\theta = c_1 e^{-(\delta-\sqrt{\delta^2-\omega_0^2})t} + c_2 e^{-(\delta+\sqrt{\delta^2-\omega_0^2})t}$

为扭摆的过阻尼振动状态，c_1、c_2 由初始条件决定.

(2) $\delta^2=\omega_0^2$　此时 $\theta=(c'_1+c'_2t)e^{-\delta t}$，为扭摆的临界阻尼状态，$c'_1$、$c'_2$ 亦由初始条件决定.

(3) $\delta^2<\omega_0^2$　此时 $\theta=A_0e^{-\delta t}\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)=A_0e^{-\delta t}\cos\omega t$

(23-3)

为扭摆的阻尼振动状态. 其中 A_0 为扭摆的初始振幅，T 为扭摆作阻尼振动的周期，且 $\omega=\frac{2\pi}{T}=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}$.

对以上三种情况，扭摆的运动可分别由图 23-2 的曲线(1)、(2)、(3)表示，本实验只研究第(3)种情况，即扭摆的阻尼振动.

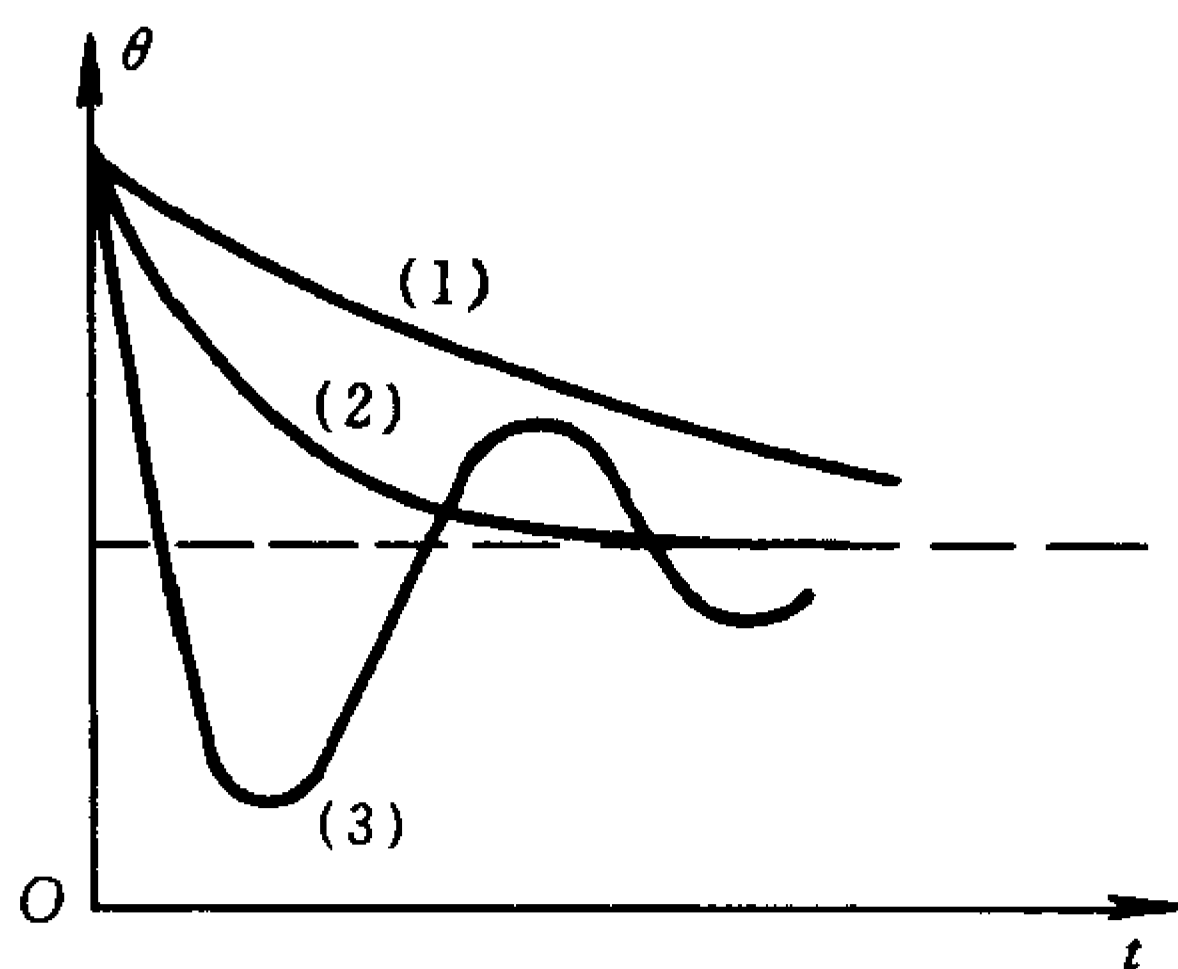


图 23-2

由式(23-3)可见，扭摆的振幅随着时间按指数规律衰减. 若测得初始振幅 A_0 及第 n 个周期时的振幅 A_n，并测得摆动 n 个周期所用的时间 nT，则有

$$\frac{A_0}{A_n}=\frac{A_0}{A_0\exp(-\delta nT)}=\exp(\delta nT)$$

所以

$$\delta=\frac{1}{nT}\ln\frac{A_0}{A_n} \tag{23-4}$$

2. 扭摆的受迫振动

当扭摆在有阻尼的情况下受到简谐外力矩作用时，就会作受迫振动. 设外加简谐力矩通过盘簧加到摆轮上，其频率是 ω，幅度为 M_0（$M_0=c\,\theta_0$，θ_0 为外力矩角幅），且有 $M_{外}=M_0\cos\omega t$，则扭摆的运动方程变为

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}+2\delta\frac{d\theta}{dt}+\omega_0^2\theta=h\cos\omega t \tag{23-5}$$

其中 $h=\dfrac{M_0}{I}$，在稳态情况下，式(23－5)的解是

$$\theta=A\cos(\omega t+\varphi) \tag{23-6}$$

其中 A 为角振幅，由下式表示：

$$A=\frac{h}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\delta^2\omega^2}} \tag{23-7}$$

而角位移 θ 与简谐外力矩之间的位相差 φ 则由下式表示：

$$\varphi=\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{2\delta\omega}{\omega^2-\omega_0^2}\right) \tag{23-8}$$

式(23－6)说明，扭摆在简谐外力矩作用下的运动也是简谐振动，它的振幅是 A，它的频率与外力矩的频率相同，但二者的位相差是 φ.

由式(23－7)可见，当 $\omega\to0$ 时，振幅 A 接近外力矩角幅 θ_0 $\left(因为\ h=\dfrac{M_0}{I}=\dfrac{c\theta_0}{I}=\omega_0^2\theta_0\right)$，随着 ω 的逐渐增大，振幅 A 将随之增加. 当 $\omega=\sqrt{\omega_0^2-2\delta^2}$ 时，振幅 A 有最大值，此时称为共振，此频率称为共振频率，即 $\omega_{共}=\sqrt{\omega_0^2-2\delta^2}$. 当 $\omega<\omega_{共}$ 或 $\omega>\omega_{共}$ 时，振幅都将减小，当 ω 很大时，振幅趋于零.

由式(23－8)可见，当 $0\leqslant\omega\leqslant\omega_0$ 时，有 $0\geqslant\varphi\geqslant-\dfrac{\pi}{2}$，即受迫振动的相位落后于外加简谐力矩的相位；在共振情况下，相位落后接近于 $\dfrac{\pi}{2}$，而在 $\omega=\omega_0$ 时（有阻尼时不是共振状态），相位才正好

落后$\frac{\pi}{2}$;当 $\omega > \omega_0$ 时,有 tg $\varphi > 0$,此时应有 $\varphi < -\frac{\pi}{2}$,即相位落后得更多;当 $\omega \gg \omega_0$ 时,φ 趋近于 $-\pi$,即接近于反相位. 在已知 ω_0 及 δ 的情况下,则可由式(23-8)计算出各 ω 值所对应的 φ 值.

实验时还可通过对摆轮振动的振幅和角位移的测量,求出各 ω 值对应的 φ 值. 每当指针 K 按规定方向通过零点时,即表示外加强迫力矩的相位是 $\omega t = 2n\pi + \frac{\pi}{2}$时,摆轮(即指针 Z)的相位为 $\omega t + \varphi = 2n\pi + \frac{\pi}{2} + \varphi$,根据式(14-6)可知

$$\theta = A\cos\left(2n\pi + \frac{\pi}{2} + \varphi\right) = A\sin(-\varphi)$$

式中 A 为指针 Z 的振幅,θ 为指针 K 按规定方向过零点时,指针 Z 的角位移. 对某一 ω,测出 A 及 θ 就可求出 φ 值,即

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= -\arcsin\frac{\theta}{A},(\omega \leqslant \omega_0 \text{ 时}) \\ \varphi &= -\pi + \arcsin\frac{\theta}{A}.\ (\omega \geqslant \omega_0 \text{ 时}) \end{aligned}\right\} \qquad (23-9)$$

为了便于理解,将上述两种情况下 $\omega t = 2n\pi + \frac{\pi}{2}$时的矢量图绘出,如图 23-3 所示.

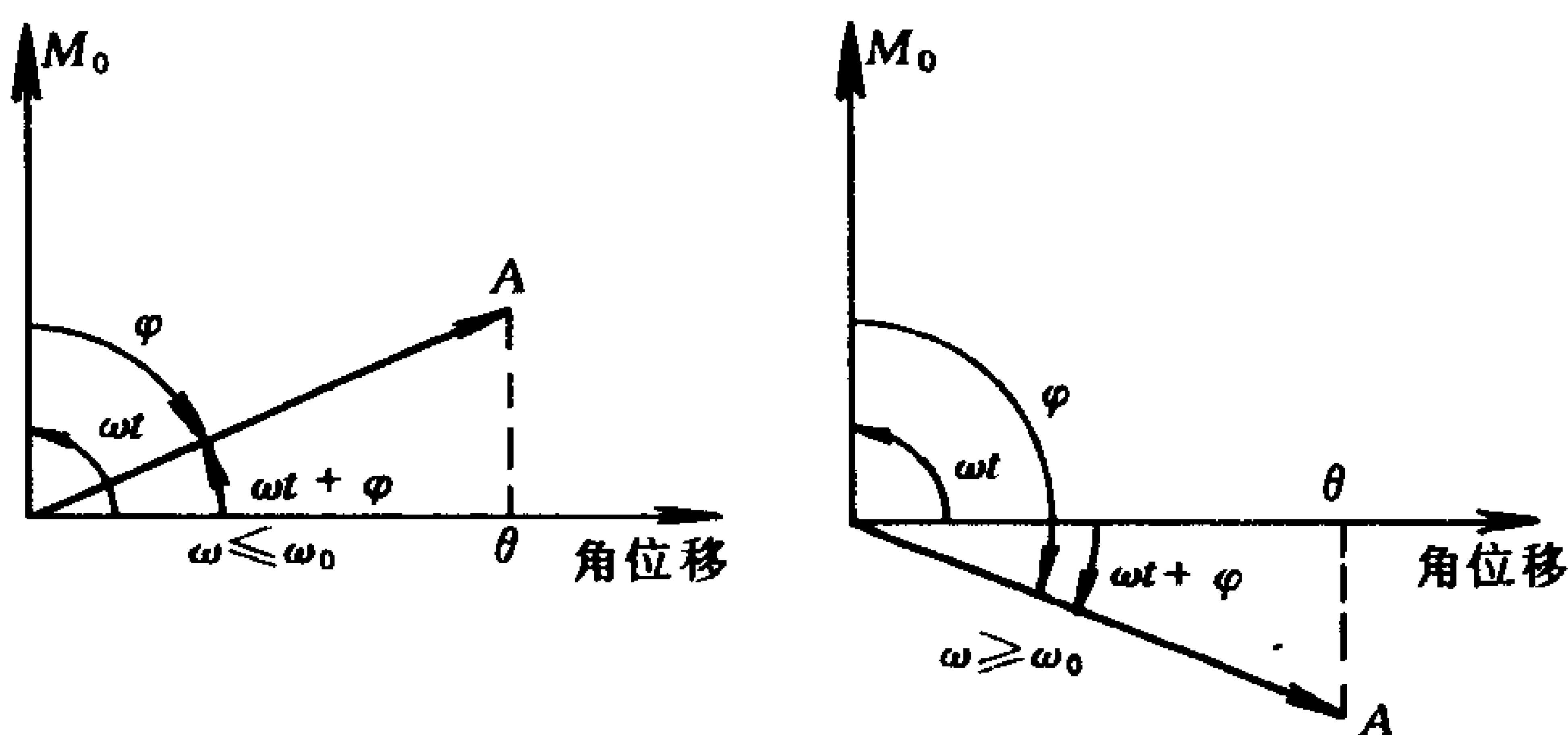


图 23-3

实验内容

1. 使指针 K 停在零点(仪器不通电),指针 Z 也指向零点. 其次将 Z 扳到 140°处松开,测量其连续振动 10 个周期的时间 t_0,则固有频率 $\omega_0\left(=\frac{20\pi}{t_0}\right)$即可求得.

2. 观察阻尼振动现象,测量阻尼因数 δ

给电磁铁通以电流 I_1(1.5～2.0 A),并取初始振幅 A_0 为 140°,测量摆轮连续振动 3 个周期的时间 $3T$ 和振幅 A_3,用式(23－4)计算阻尼因数 δ_1.

其次,将阻尼电流增至 I_2,同上法求出阻尼因数 δ_2.

3. 观察共振现象,测量在不同阻尼情况下,扭摆在受迫振动时的幅频特性和相频特性.

首先,在阻尼电流为 I_1 时进行测量. 各有关量的测量要求如下:

ω:给电动机通电,使扭摆作受迫振动,待振动稳定后,用停表测 10 个周期的时间,算出 ω.

A:取指针 Z 左右读数的平均值.

θ:当指针 K 按规定方向通过零点时,读取指针 Z 在标尺上"打火"的位置(测量时接通高压电源并注意安全!),即 θ 值. 可取连续 3 次读数的平均值.

上述测量要在 15 个以上的 ω 值中进行(大体上在 ω_0 的两侧各半数),要注意用微调测出振幅 A 的最大值及其对应的 ω 和 θ 值,在曲线弯曲部分测量点要密一些.

其次,用 I_2 的阻尼电流,测量各 ω 对应的 A 及 θ.

用各组 A 和 θ 的数据,和式(23－9),计算出各 ω 的 φ 值,以度(deg)为单位.

取$\frac{\omega}{\omega_0}$为横坐标,A 为纵坐标,画出两种阻尼情况下的幅频特

性曲线.

取$\frac{\omega}{\omega_0}$为横坐标,φ为纵坐标,画出两种阻尼情况下的相频特性曲线.

注意事项

1. 在每一阻尼条件下的测量过程中,要注意监视阻尼电流,如有变化应及时调整.

2. 读取θ值时,注意规定的方向,并事先细心调整光电管的位置,使指针K正好通过零点时,指针Z打火花.

回答问题

1. 试用简洁语言描述受迫振动的特点.

2. 用式(23-8)算出在阻尼因数为δ_1时,各ω对应的φ值,并与用式(23-9)求出的φ值进行比较,二者是否相同?如有差异试加以解释.

[附记]

此实验装置的打火系统时有故障,可去掉打火系统,在指针Z处加一发光二极管,由机内的继电器控制,代替打火系统.

实验二十四　弦振动的研究

目的

1. 观察弦振动时形成的驻波；

2. 用两种方法测量弦线上横波的传播速度，比较两种方法测得的结果；

3. 验证弦振动的波长与张力的关系.

仪器和用具

电振音叉（频率约为 100 Hz），弦线，分析天平，滑轮，砝码，低压电源，米尺.

原理

1. 弦线上横波传播速度（一）

如图 24－1 所示，将细弦线的一端固定在电振音叉上，另一端绕过滑轮挂上砝码. 当音叉振动时，强迫弦线振动（弦振动频率应当和音叉的频率 ν 相等），形成一列向滑轮端前进的横波，在滑轮处反射后沿相反方向传播，在音叉与滑轮间往返传播的横波的叠加形成一定的驻波，适当调节砝码重量或弦长（音叉端到滑轮轴间的线长），在弦上将出现稳定的强烈地振动，即弦与音叉共振. 弦共振时，驻波的振幅最大，音叉端为稍许振动的节点（非共振时，音叉端不是驻波的节点），若此时弦上有 n 个半波区，则 $\lambda = 2l/n$，弦上的波速 v 则为

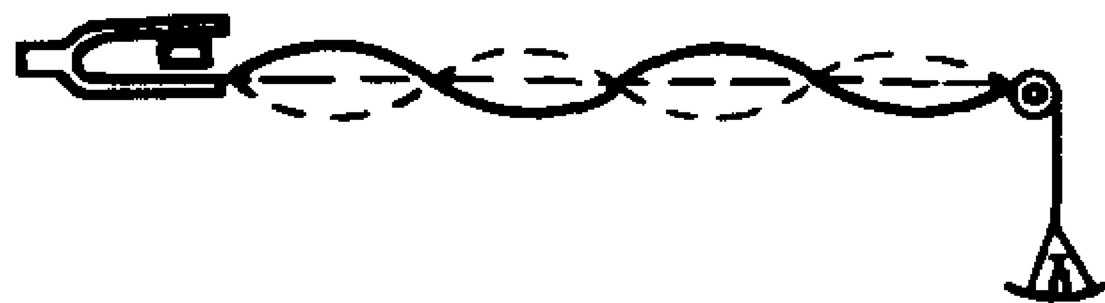


图 24－1

$$v = \nu\lambda \qquad (24-1)$$

或

$$v = \nu \frac{2l}{n} \qquad (24-1')$$

2. 弦线上横波传播速度(二)

若横波在张紧的弦线上沿 x 轴正方向传播,我们取 $\widehat{AB} = \mathrm{d}s$ 的微元段加以讨论(图 24-2). 设弦线的线密度(即单位长质量)为 ρ,则此微元段弦线 $\mathrm{d}s$ 的质量为 $\rho\mathrm{d}s$. 在 A、B 处受到左右邻段的张力分别为 F_{T1}、F_{T2},其方向为沿弦线的切线方向与 x 轴交成 α_1、α_2 角.

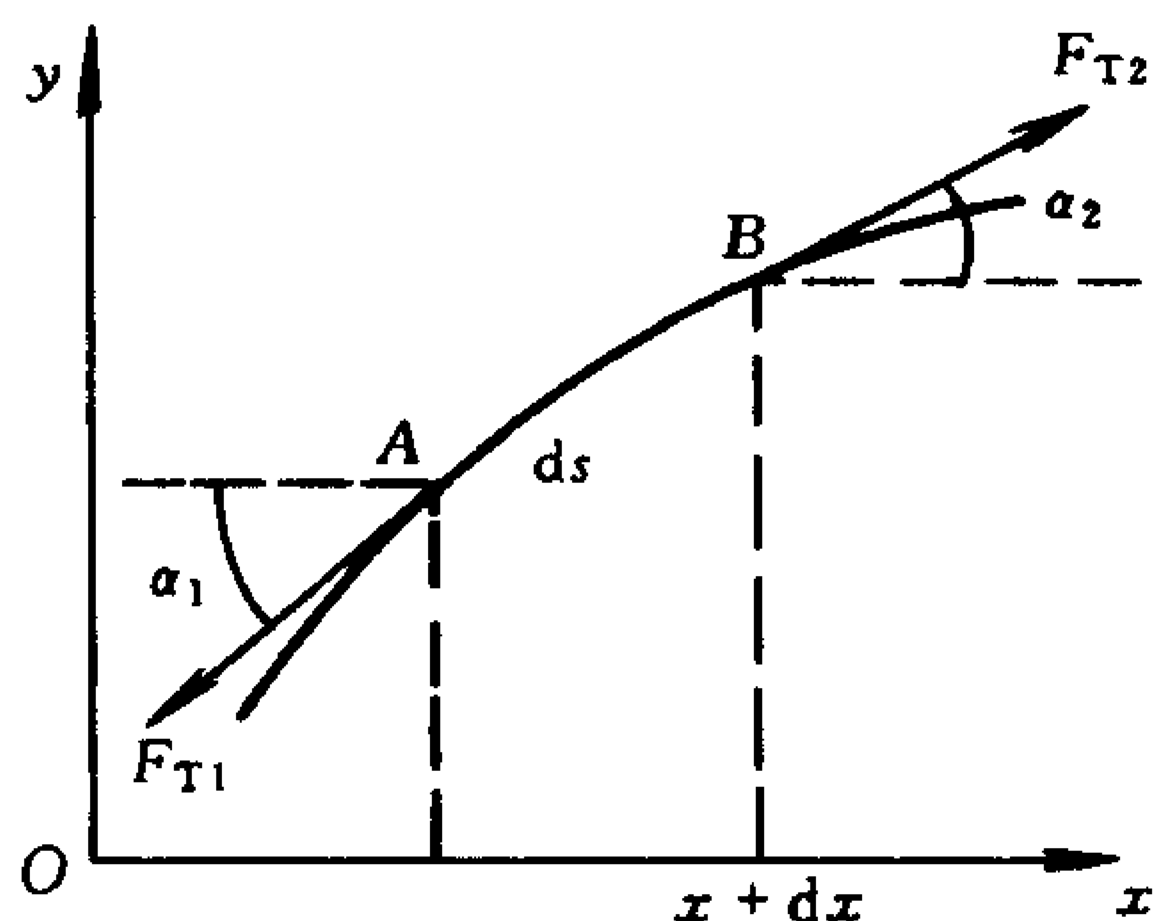


图 24-2

由于弦线上传播的横波在 x 方向无振动,所以作用在微元段 $\mathrm{d}s$ 上的张力的 x 分量应该为零,即

$$F_{T2}\cos\alpha_2 - F_{T1}\cos\alpha_1 = 0 \qquad (24-2)$$

又根根牛顿第二定律,在 y 方向微元段的运动方程为

$$F_{T2}\sin\alpha_2 - F_{T1}\sin\alpha_1 = \rho\mathrm{d}s\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} \qquad (24-3)$$

对于小的振动,可取 $\mathrm{d}s \approx \mathrm{d}x$,而 α_1、α_2 都很小,所以 $\cos\alpha_1 \approx 1$, $\cos\alpha_2 \approx 1$, $\sin\alpha_1 \approx \mathrm{tg}\,\alpha_1$, $\sin\alpha_2 \approx \mathrm{tg}\,\alpha_2$. 又从导数的几何意义可知 $\mathrm{tg}\,\alpha_1 = \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)_x$, $\mathrm{tg}\,\alpha_2 = \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)_{x+\mathrm{d}x}$,式(24-2)将成为 $F_{T2} - F_{T1} = 0$,即 $F_{T2} = F_{T1} = F_T$ 表示张力不随时间和地点而变,为一定值.

式(24－3)将成为

$$F_T\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x+dx} - F_T\left(\frac{dy}{dx}\right)_x = \rho dx \frac{d^2y}{dt^2} \qquad (24-4)$$

将$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x+dx}$按泰勒级数展开并略去二级微量,得

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x+dx} = \left(\frac{dy}{dx}\right)_x + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_x dx$$

将此式代入式(24－4),得

$$F_T\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_x dx = \rho dx \frac{d^2y}{dt^2}$$

即

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{F_T}{\rho}\frac{d^2y}{dx^2} \qquad (24-5)$$

将式(24－5)与简谐波的波动方程$\frac{d^2y}{dt^2} = v^2\frac{d^2y}{dx^2}$相比较可知:在线密度为$\rho$、张力为$F_T$的弦线上,横波传播速度$v$的平方等于

$$v^2 = \frac{F_T}{\rho}$$

即

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\rho}} \qquad (24-6)$$

3. 弦振动规律

将式(24－1)代入式(24－6),得出

$$\nu\lambda = \sqrt{\frac{F_T}{\rho}}$$

即

$$\lambda = \frac{1}{\nu}\sqrt{\frac{F_T}{\rho}} \qquad (24-7)$$

又将式(24－1′)代入式(24－6),整理后可得

$$\nu = \frac{n}{2l}\sqrt{\frac{F_T}{\rho}} \qquad (24-8)$$

式(24－7)表示，以一定频率 ν 振动的弦，其波长 λ 将因张力 F_T 或线密度 ρ 的变化而变化的规律.

式(24－8)又表示出，对于弦长 l、张力 F_T、线密度 ρ 一定的弦，其自由振动的频率不只一个，而是包括相当于 $n=1,2,3,\cdots$ 的 $\nu_1,\nu_2,\nu_3,\cdots$ 等多种频率，$n=1$ 的频率称为基频，$n=2,3$ 的频率称为第一、第二谐频，但基频较其他谐频强得多，因此它决定弦的频率，而各谐频则决定它的音色. 振动体有一个基频和多个谐频的规律不只是弦线上存在，而是普遍的现象. 但基频相同的各振动体，其各谐频的能量分布可以不同，所以音色不同. 例如具有同一基频的弦线和音叉，其音调是相同的，但听起来声音不同就是这个道理.

当弦线在频率为 ν 的音叉策动下振动时，适当改变 F_T、l 和 ρ，则可能和强迫力发生共振的不一定是基频，而可能是第一、第二、第三、…谐频，这时弦上出现 2,3,4,…个半波区.

实验内容

1. 测量弦的线密度

取 2 m 长和所用弦线为同一轴上的线，在分析天平上称其质量 m，求出线密度 ρ.

2. 观察弦上的驻波

根据已知音叉频率 ν(一般为 100 Hz)和已知线密度 ρ，求弦长在 20～30 cm 附近，若要弦的基频与音叉共振时，弦的张力 $F_T=?$

参照上述计算的 F_T 值，选适当的砝码挂在弦上(弦长在 130 cm 左右)，给电振音叉的线圈上通以 50 Hz，1～2 V 的交流电，使音叉作受迫振动，进行以下的观测：

(1) 使弦长从 20 cm 左右开始逐渐增加，当在 $n=1,2,3,4$ 个半波区几种情况下，弦共振时，分别测出弦长 l 并算出波长 λ.

(2) 使弦长 l 大于 $n=1$ 共振时的弦长，小于 $n=2$ 共振时的弦长，从这种情况振动的弦上，测出波长 λ，并和上面的测量相比较(注意，此时音叉端不是弦的节点).

3. 弦上横波的波长与张力的关系

增加砝码的质量，再细调弦长使出现共振，测出弦长 l，算出波长 λ. 重复测量取平均值. F_T 值改变 6～8 次.

将式(24－7)两侧取对数，得

$$\ln \lambda = \ln\left(\frac{1}{\nu\sqrt{\rho}}\right)+\frac{1}{2}\ln F_T \qquad (24-9)$$

即 $\ln \lambda$ 与 $\ln F_T$ 间是线性关系.

利用测量值，作 $\ln \lambda - \ln F_T$ 图线，求出图线的纵轴截距和斜率，将截距和 $\ln\left(\frac{1}{\nu\sqrt{\rho}}\right)$相比较，斜率和$\frac{1}{2}$相比较，说明其差异是否过大?

4. 比较两种波速计算值

从以上测量中，选取合适的数据，代入式(24－1)和式(24－6)中，计算出理论上应当相等的两个速度值，说明其差异是否显著?

5. 从测量记录中，选一组数据代入式(24－8)，计算出弦振动的频率，说明它和已知音叉频率的差异是否显著?

注意：音叉的振幅尽可能小些为好. 因为测量时音叉端被看成节点.

回答问题

1. 增大弦的张力时，如线密度 ρ 有变化，对实验将有何影响?能否在实验中检查 ρ 的变化?

2. 将线密度为 ρ 的细铜线用张力 F_T 拉紧，其上通以频率为 f 的交流电，在弦的中间放置一永久磁铁，如图 24－3. 说明在什

么条件下，弦上出现明显振动？它的频率和弦上交流电频率 f 有何关系？

3. 图 24－3 的装置上，弦的两端如果所加简谐波交流信号的频率是可变的，将频率从很低慢慢增到较高时，弦上的振动将会如何变化？

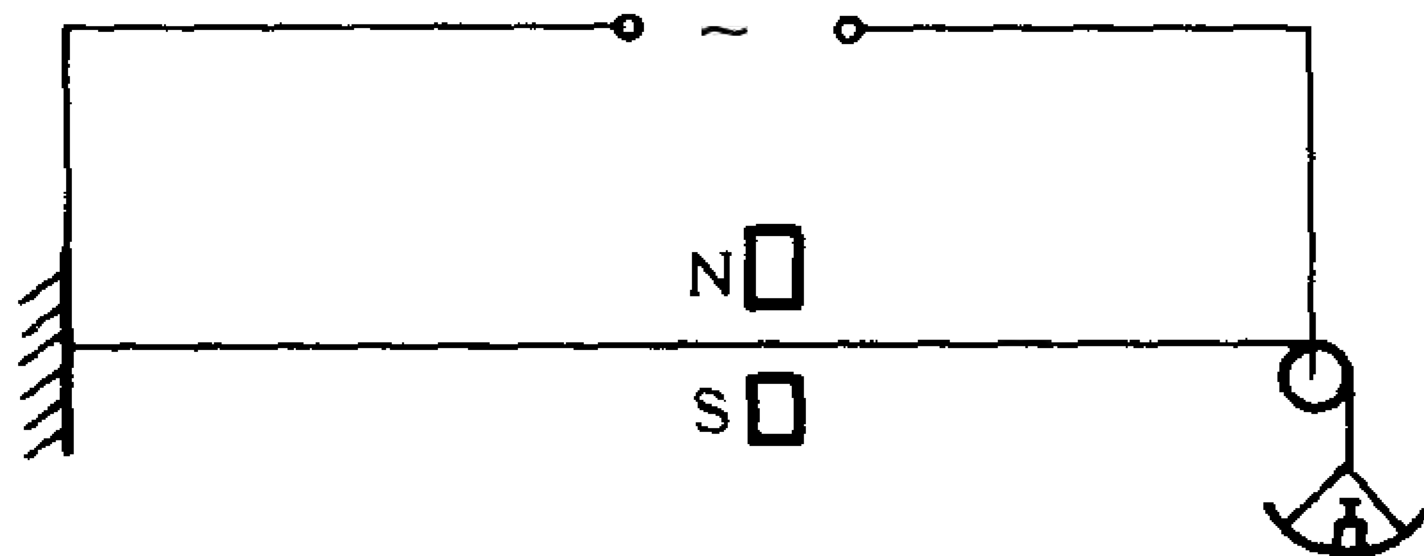


图 24－3

实验二十五　声速的测量(超声)

目的

1. 在超声中用振幅极值法测量声速；
2. 用空气中声速求空气的比热容比.

原理

声速是描述声波在媒质中传播快慢的一个物理量. 其测量方法可分为两类：一类是根据公式 $v=\frac{s}{t}$，测出声波传播路程 s 所需的时间 t，去求声速 v；另一类是利用公式 $v=\nu\lambda$，测量声波的频率 ν 和波长 λ 去求声速 v. 在此实验中用后一类方法.

由于现在常采用交流电讯号来激励发声器，这时所发声波频率即电讯号频率，可用频率计测量. 声波波长的测量则采用振幅(指声压振幅)极值法去测量.

1. 振幅极值法

振幅极值法测量是基于如下的原理，由发射器(声源)发出的平面波，经空气传播到相距一定距离的接收器，如果接收面与发射面平行，入射波即在接收面上垂直反射，在接收面上的反射波到达发射面上时又可反射回去，这样，在发射面与接收面之间，往返声波多次叠加. 当发射面与接收面之间的距离 l 为 $\lambda/2$ 的整数倍时，其声压的极大值随距离呈周期性变化，相邻两声压极大值之间的距离为 $\lambda/2$.

因此，若保持声源的频率 ν 不变，改变接收器与发射源间的距离 l，则在一系列特定的距离上，可测得接收器处声压振幅为极大值的位置 $l_1,l_2,l_3,\cdots$(图 25－1)，而相邻两次极大值之间的距离满足下式：

$$|l_{i+1} - l_i| = \lambda/2 \tag{25-1}$$

由此可求出声波波长 λ，再结合声波频率 ν 去计算声速 v.

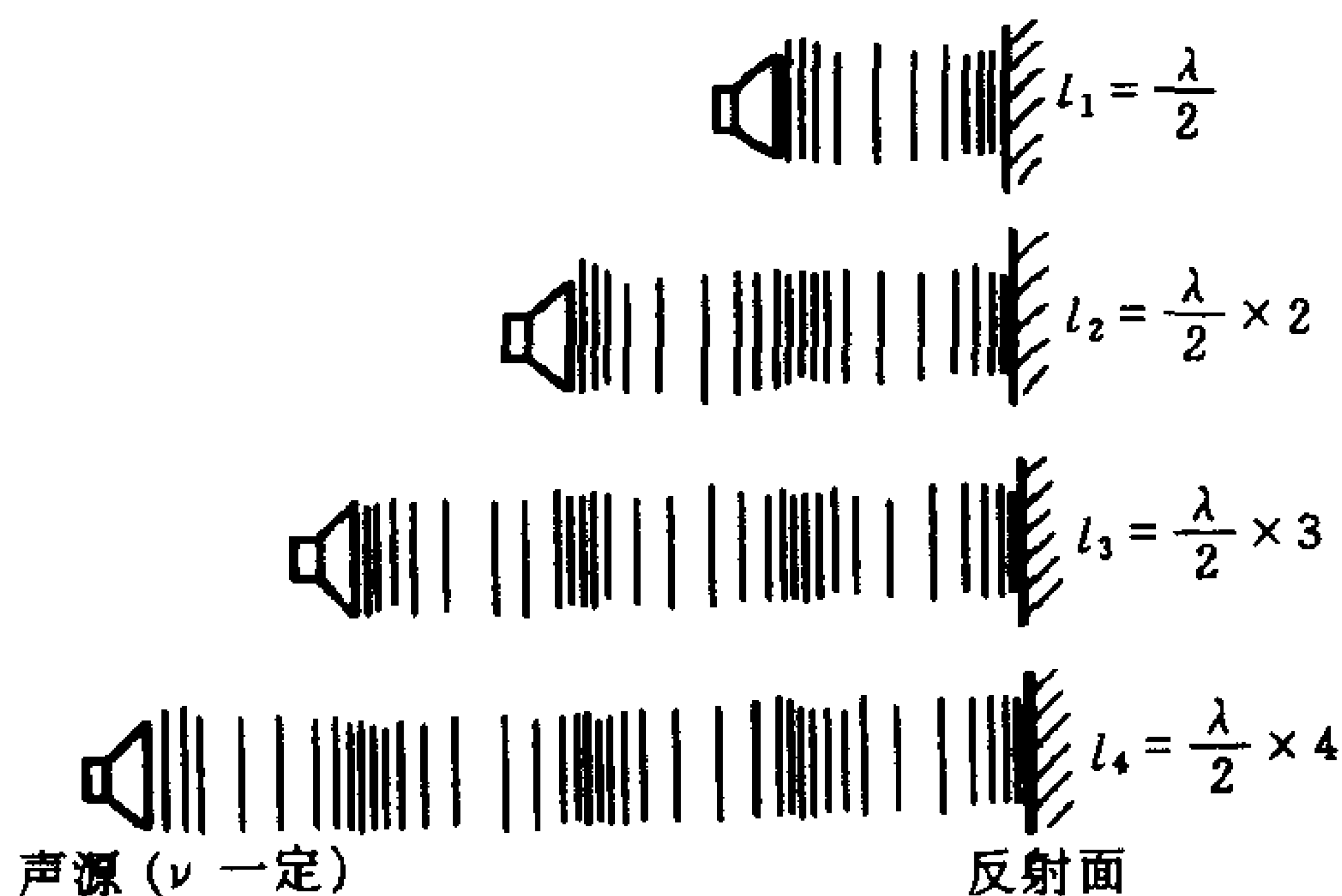


图 25－1

2. 声速与气体比热容比之间的关系

声波在理想气体中的传播过程，可以认为是绝热过程，因此传播速度可以表示为

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}} \tag{25-2}$$

式中 R 为摩尔气体常量($R=8.314$ J/mol·K)，γ 是气体的比热容比，它是气体的比定压热容 c_p 与比定容热容 c_V 之比，即 $\gamma = c_p/c_V$，μ 为气体的摩尔质量，由此式可得

$$\gamma = \frac{v^2\mu}{RT} \tag{25-3}$$

测出热力学温度 T 时的声速，即可求出 γ 值.

若测声速的目的不是求 γ，则由式(25－2)可计算某温度时，空气媒质中声速的理论值. 以 t 表示摄氏温度，$T_0 = 273.15$ K，所以 $T = T_0 + t = T_0\left(1 + \frac{t}{T_0}\right)$代入式(25－3)，则得

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT_0}{\mu}\left(1 + \frac{t}{T_0}\right)}$$

$$= v_0\sqrt{1+\frac{t}{T_0}} \qquad (25-4)$$

v_0 为 0 ℃时的声速，对于空气媒质，$v_0 = 331.45$ m/s. 若同时考虑到空气中水蒸汽的影响，声速公式应为

$$v = v_0\left[\left(1+\frac{t}{T_0}\right)\left(1+\frac{0.319\,2p_w}{p}\right)\right]^{1/2} \qquad (25-5)$$

式中 p 为大气压，p_w 为空气中水蒸汽分压强，而 $p_w = e \cdot H$，其中 e 为测量温度下空气中水蒸汽的饱和蒸汽压，H 为相对湿度.

仪器和用具

低频信号发生器，数字频率计，压电陶瓷超声换能器（一对），游标卡尺，同轴电缆，示波器.

本实验装置如图 25－2 所示，在量程为 50 cm 的游标卡尺的量爪上，相向安装两个固有频率相同的压电超声换能器. 移动游标并借助其微动装置就可精密地调节两换能器之间的距离 l.

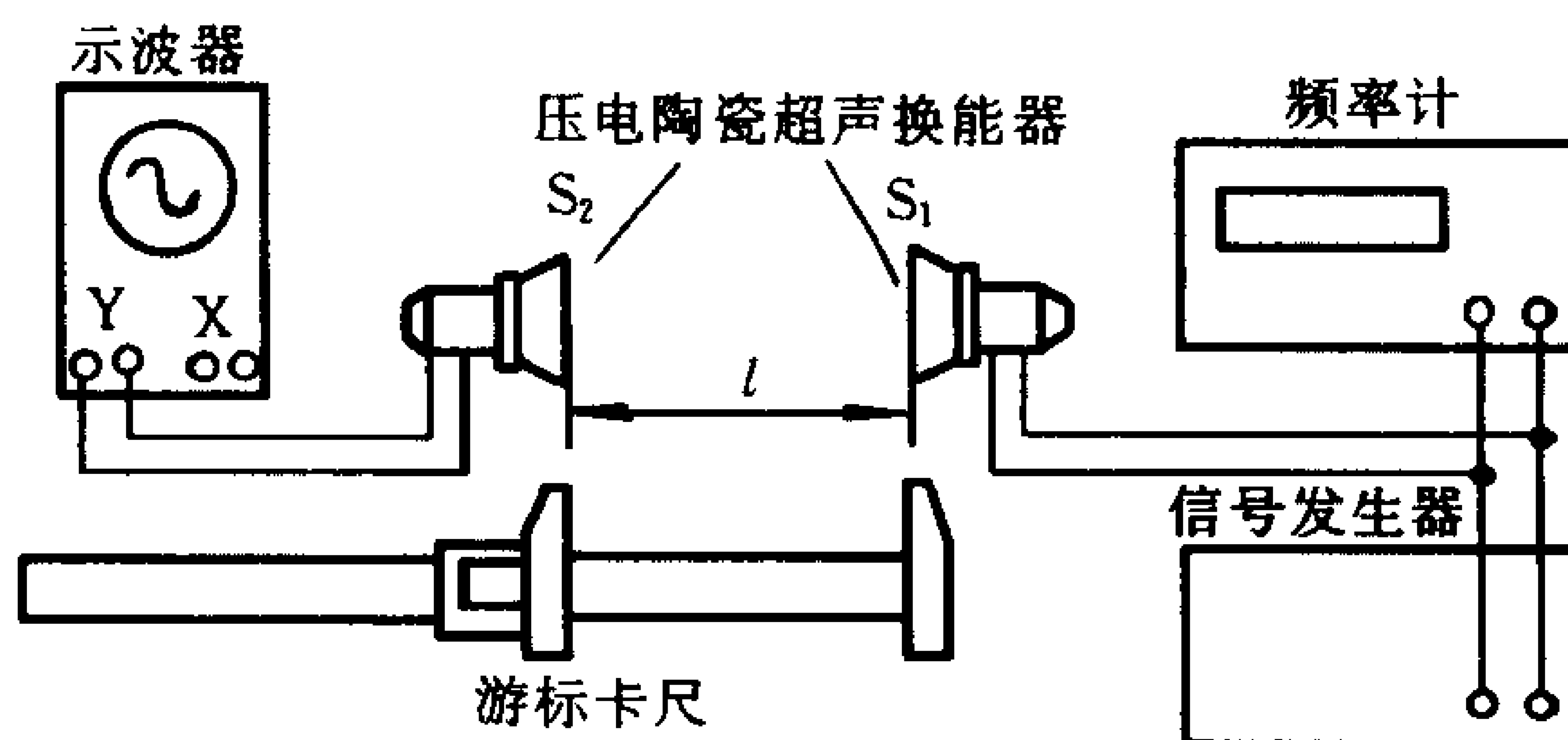


图 25－2

压电式超声换能器是在压电陶瓷片的前后两表面胶粘上两块金属组成的夹心型振子. 头部用轻金属做成喇叭形，尾部用重金属做成锥形，中部为压电陶瓷圆环（例如钛酸钡压电陶瓷），环中间穿过螺丝固定. 这种结构的换能器，既能将正弦交流信号变成压电材料纵向的机械振动，使压电陶瓷成为声波的波源；反过来，也

可以使声压变化转换为电压的变化，即用压电陶瓷作为声波的接收器．而用轻重金属做成的夹心结构，增大了辐射面积，增强了振子的耦合作用，使发射的声波方向性强，平面性好．

实验内容

1．调整测试系统的谐振频率

按图 25－3 联接电路，其中信号发生器与频率计的联线要用衰减电缆，以保证交流信号电压的幅值在频率计输入信号的幅度范围内．调节谐振频率的目的是因为在此频率下，接收器能接收到最大的信号．调节的方法是将两换能器彼此靠近到约 5 cm 左右，调节信号源的频率并转动接收器，使示波器上的电压信号达到最大值，此时，信号源的输出频率，即等于测试系统的谐振频率．谐振频率的大致值因换能器而异，可在 20～100 kHz 的范围内．信号发生器的输出电压值一般在 24 V 左右即可．

2．用振幅极值法测声速

调试系统工作在谐振频率，调节示波器，在荧光屏上显示出稳定波形．连续改变接收器 S_2 到 S_1 的距离，测出相继出现 10 个极大值的位置 x_i，用分组求差法求出波长 λ，并记下频率计读数 ν、室温 t、气压 p 和相对湿度 H．

3．根据以上的测量，求出声速，并和依据式(25－5)计算值相比较．

估算声速测量的不确定度，分析测量结果．

[附记]

[1] 示波器

示波器是将电讯号显示成为图像的仪器．其核心是示波管，如图 25－3 所示．灯丝 F 和阴极 K 用以发射电子，栅极 G 控制每秒钟内到达荧光屏上的电子数目，以调节光点的亮度；第一、第二阳极(A_1、A_2)的作用和光学中的透镜相似，使电子聚焦在荧光屏上，而第二阳极还可以使电子加速．从灯丝到阳极的整体称为电

子枪,用以发射电子束.

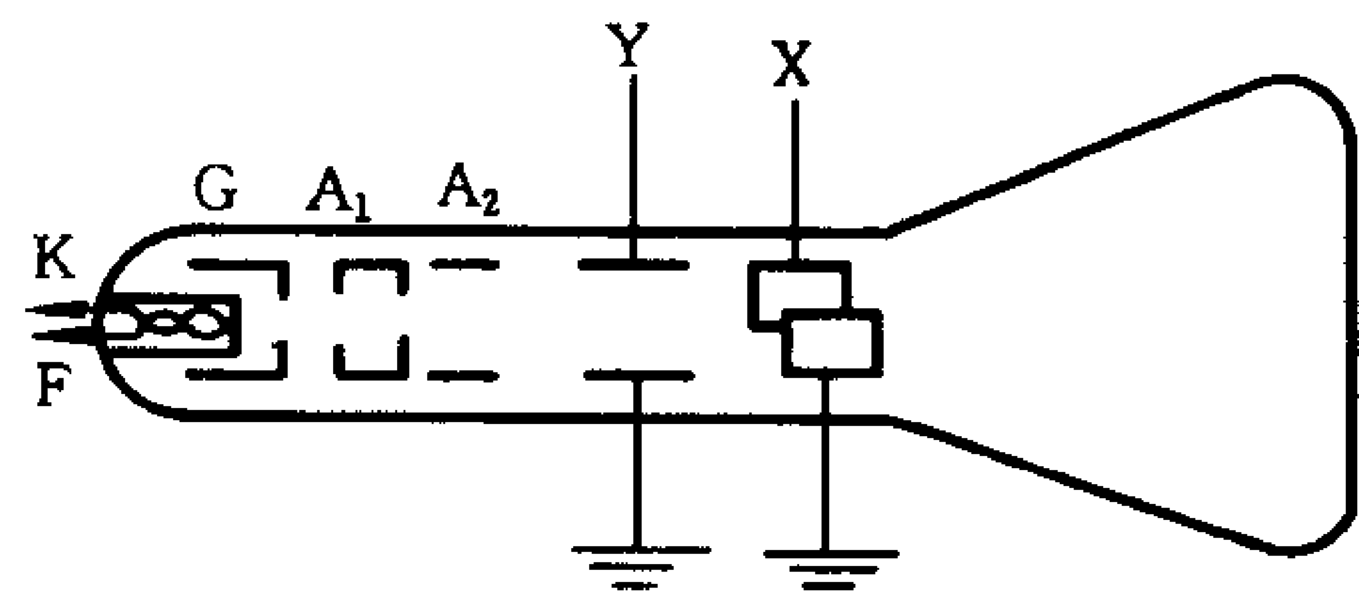


图 25-3

由电子枪射出电子束,穿过互相垂直的 X、Y 两对偏转板,达到示波管正面的荧光屏上,并激发该处荧光物质发光.

在垂直方向的 Y 偏转板上加正电压时,屏上亮点将和电压成比例的向上偏移. 同样,在水平方向的 X 偏转板上加正电压时,电子将向前进方向左侧偏转. 在 Y 偏转板上加交变电压时,屏上亮点将拉成一条竖直线,亮线的长度和交变电压的最大值成比例. 要想观察某一电讯号的电压变化规律,可将该讯号加到 Y 轴输入端(即将讯号加到 Y 偏转板上);而在 X 偏转板上,加上由示波器内部电路供给的和时间成正比的扫描用电压(这时示波器的控制 X 轴衰减的旋钮要转到"扫描"位置上). 调节示波器扫描微调旋钮使示波器内部的扫描电压和 Y 轴输入讯号同步,荧光屏上将显现出稳定的波形图(图25-4(a)),即Y轴输入讯号的电压变化规律

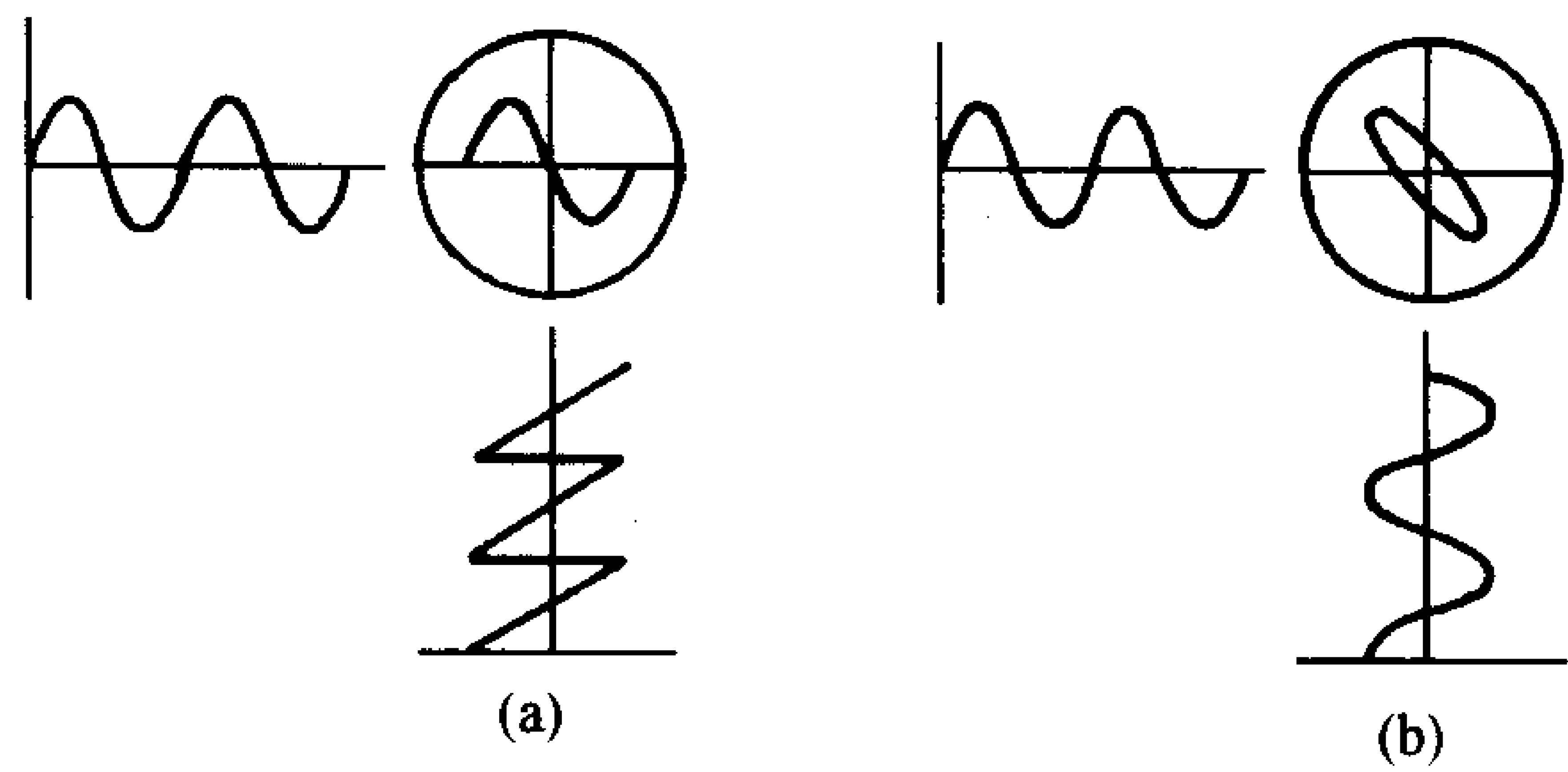


图 25-4

图. 当在X、Y偏转板上都加上正弦交流电压时(此时控制X轴衰减的旋钮离开“扫描”位置),屏上显示的将是两个互相垂直的简谐振动合成后的轨迹图,由于二交流电压的频率和初相位的差异,将显示出各种不同的图形,这种图形称为利萨如图形. 图25-4(b)显示出频率相同而初相位不同的两个正弦电压合成的图形(椭圆),这时若初相位相同或相反则是一直线. 图25-5为SB-10型示波器的面板图.

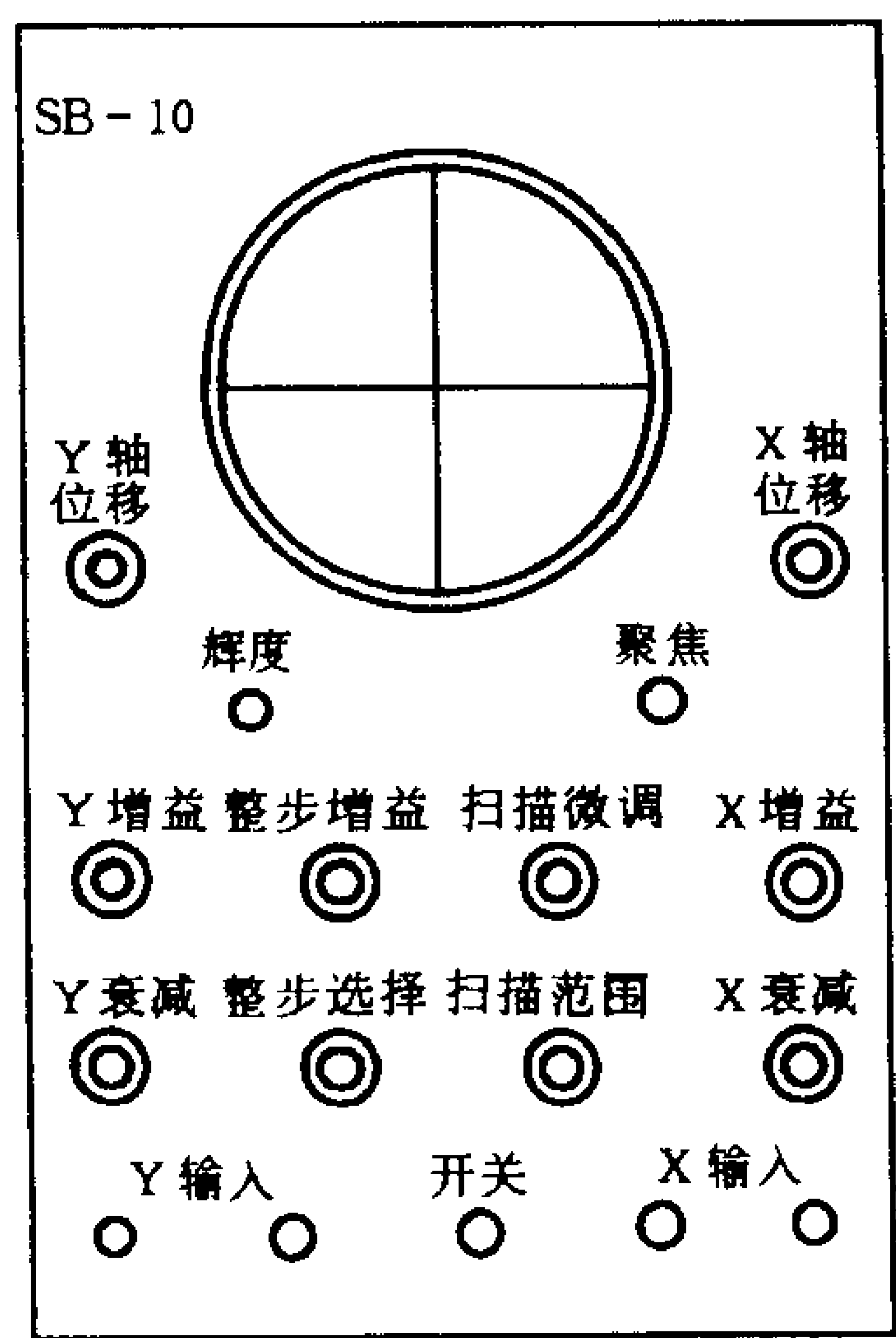


图25-5

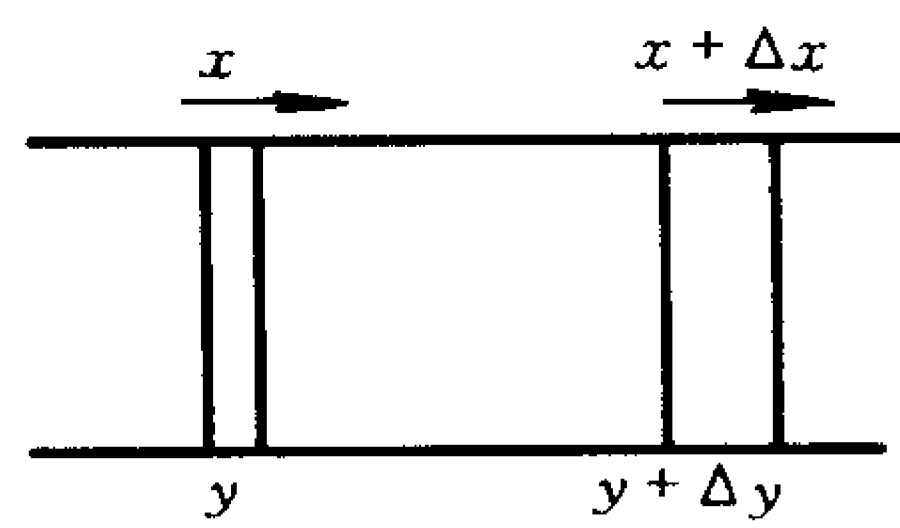


图25-6

[2] 理想气体中的声速

设想一长的气体柱,其横截面积为 S,压强为 p,密度为 ρ. 当声波在气体中传播时,气体的各处在迅速交替出现压缩和膨胀,由于变化甚快,可以认为压缩和膨胀是绝热地进行着. 现在考虑位于 y 到 $y+\Delta y$ 的一小段气柱,在某时刻 t,由于传播的声波使Y面移动一位移 x,另一面 $y+\Delta y$ 的位移为 $x+\Delta x$(图25-6). 此时小气柱两侧的压强变为 $p(y)$和 $p(y+\Delta y)$,压力为 $Sp(y)$和 $Sp(y+\Delta y)$. 于是,作用在小气柱上的净力 F 为两侧压力之差,

即 $S[p(y)-p(y+\Delta y)]$. 又由于压强差等于压强变化之差 $[p(y)-p]-[p(y+\Delta y)-p]$, 设压强变化分别为 $\delta p(y)$ 和 $\delta p(y+\Delta y)$, 根据牛顿第二运动定律, 则

$$S[\delta p(y)-\delta p(y+\Delta y)]=\rho S\Delta y\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} \qquad (25-6)$$

式中 $\rho S\Delta y$ 为小段气柱的质量. 由于 Δy 甚小, 所以

$$\delta p(y)-\delta p(y+\Delta y)=-\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}(\delta p)\right]\Delta y$$

将此代入式(25-6), 得出

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}(\delta p)=-\rho\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} \qquad (25-7)$$

根据绝热过程, 已知

$$\frac{\delta p}{p}=-\gamma\frac{\delta V}{V}$$

式中 γ 为气体的比热容比. 在此 $\delta V=S\Delta x$, $V=S\Delta y$ 代入上式可得

$$\delta p=-\gamma p\frac{\Delta x}{\Delta y}$$

当 Δx, Δy 甚小时, 可写成

$$\delta p=-\gamma p\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}y}$$

将此式代入式(25-7), 得出

$$-\gamma p\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}y^2}=-\rho\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}$$

即

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\gamma p}{\rho}\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}y^2} \qquad (25-8)$$

此即在压强为 p、密度为 ρ、比热容比为 γ 的理想气体中, 沿 y 方向传播声波的波动方程, 而声速 v 的平方等于

$$v^2=\frac{\gamma p}{\rho}$$

所以

$$v=\sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \tag{25-9}$$

将理想气体状态方程式

$$p=\frac{1}{\mu}\rho RT$$

代入上式,得

$$v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}$$

此即为(25－2)式.

实验二十六　声速的测量(可闻声)

目的

在可闻声中用振幅极值法(参见实验二十五)及相位比较法测量声速.

仪器和用具

低频信号发生器,数字频率计,声速测量装置,信号放大器,示波器.

声速测量装置如图 26－1 所示,它由扬声器、耳塞机、米尺和玻璃管组成.扬声器作为声源.用耳塞机作为接收器是着眼于它的

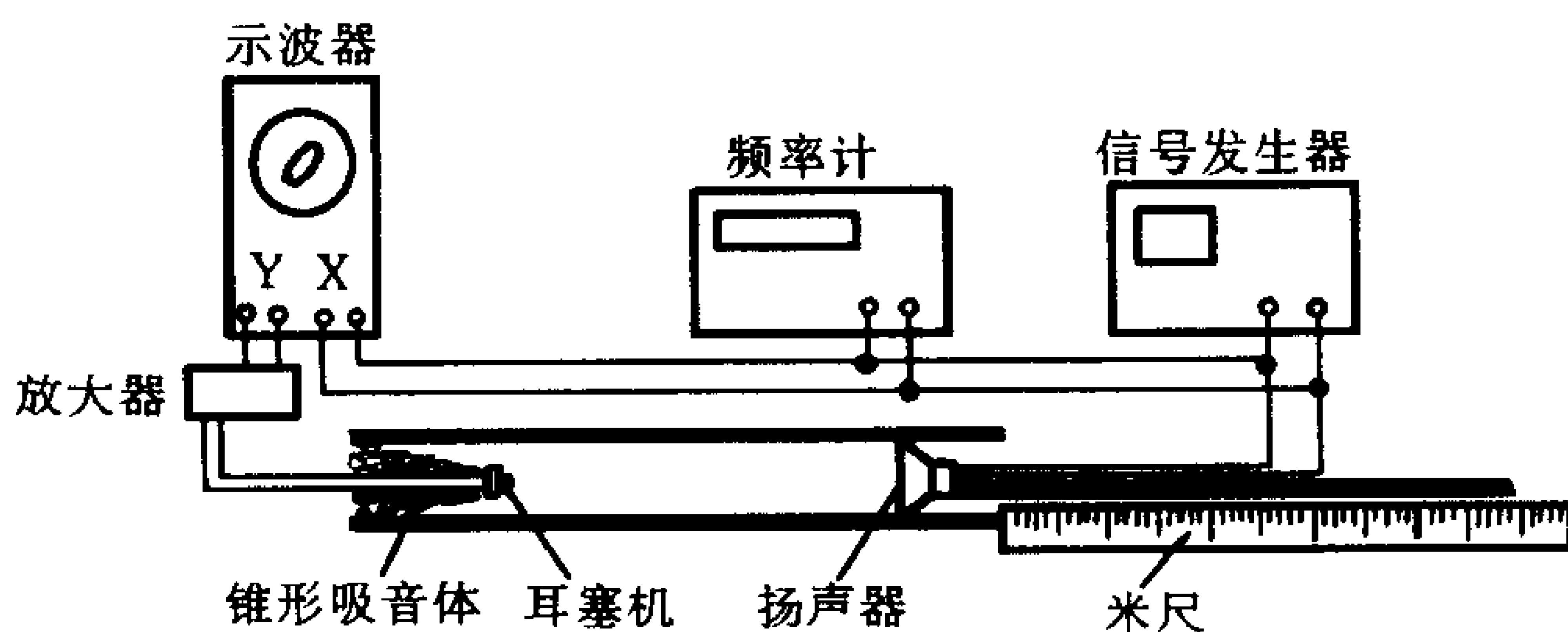


图 26－1

体积小,对声场的干扰较小(如能用小的晶体或电容送话器就更好),玻璃管(或用塑料管、金属管)是为了减少声波发散造成的强度衰减,也可降低外界声响的干扰. 另外如将玻璃管两端封闭充以某种气体,则可用来测量在该气体中的声速.在耳塞机后加一圆锥形吸音体(用兔毛等柔软多孔性材料制作)是为了减少对声波的反射,以利于在行波中进行测量. 如用振幅极值法测量时,则要在耳塞机处放一反射挡板. 用耳塞机接收时输出的电信号较弱,要用交流放大器(100～200 倍)放大后送入示波器. 扬声器的位置

可由米尺读出.

关于示波器,参阅实验二十五的附记[1].

原理

阅读实验二十五的“原理”部分及附记[2].

实验内容

一、相位比较法

1. 将信号发生器的输出端接到扬声器和示波器的Y轴输入端(图26-1). 因为扬声器的阻抗很小,所用信号发生器如无功率输出端,就要在信号发生器与扬声器之间加一功率放大器或输出变压器. 信号的频率取在2000～4000 Hz之间.

将耳塞机的输出经放大后送入示波器的Y轴输入端. 另将信号发生器的输出直接和示波器的X轴输入端相接.

接通各仪器的电源后,适当调节信号发生器输出信号的强度,将在示波器的荧光屏上出现一椭圆或斜直线.

2. 将扬声器从接近耳塞机处(不要太靠近)向外移动,依次记下示波器上出现斜直线时,扬声器的相应位置. 其次,将扬声器从距耳塞机最远处,向里移动,同样进行上述测量.

将上述测量再重复一次,并求各相应位置的平均值.

3. 改变两次信号的频率,同上述步骤进行测量.

4. 记下各次频率计读数以及室温、大气压和相对湿度.

5. 将各位置读数取平均值,用分组求差法求出各频率对应的波长λ,求出声速并计算其标准不确定度。

二、振幅极值法

1.在耳塞机处加一反射挡板(图26-2),拆掉信号发生器与示波器间的联线,将耳塞机输出经放大后送入Y轴输入端. X轴

衰减器转到“扫描”位置处.

通电后,调节示波器使示波器荧光屏上出现稳定的波形图.

2. 移动扬声器,记录荧光屏上波形图幅度极大的位置.

其他的测量内容和要求,完全和相位比较法相同.

3. 求出声速及不确定度.

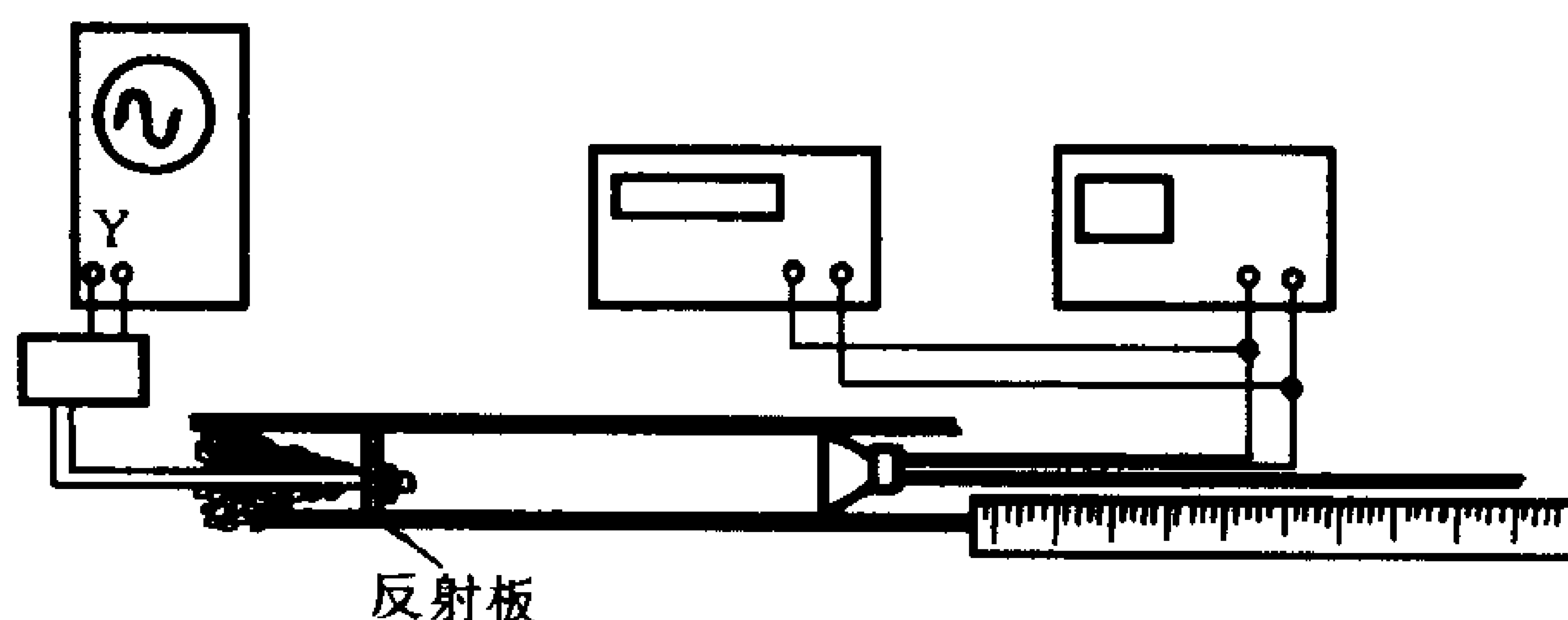


图 26-2

回答回题

1. 用振幅极值法.测声速时,在改变振源和接收器间距离过程中,示波器上显示的图形有时极大,有时极小,说明极大或极小时气柱处于什么状态?

2. 气柱的长度不同,其振动频率也不同?那么此实验中为何不同长度的气柱能和同一频率的振源发生共振呢?

实验二十七　液体粘度的测量
（毛细管法）

目的

用毛细管法测定水的粘度．

仪器和用具

毛细管（长约 50 cm，内径约 0.1 cm）及架，压强计，恒水位槽，物理天平，停表，烧杯，温度计，分析天平，移测显微镜，纯净水银．

原理

在流体内部，不同流速层的交接面上，有切向相互作用力，流速大的一层受到的力和速度方向相反，即使之减速；流速小的一层受到的力和速度方向相同，即使之加速．这样相互作用的结果，使相对运动减慢．流体的这种性质就是粘性．这一对力称为内摩擦力．

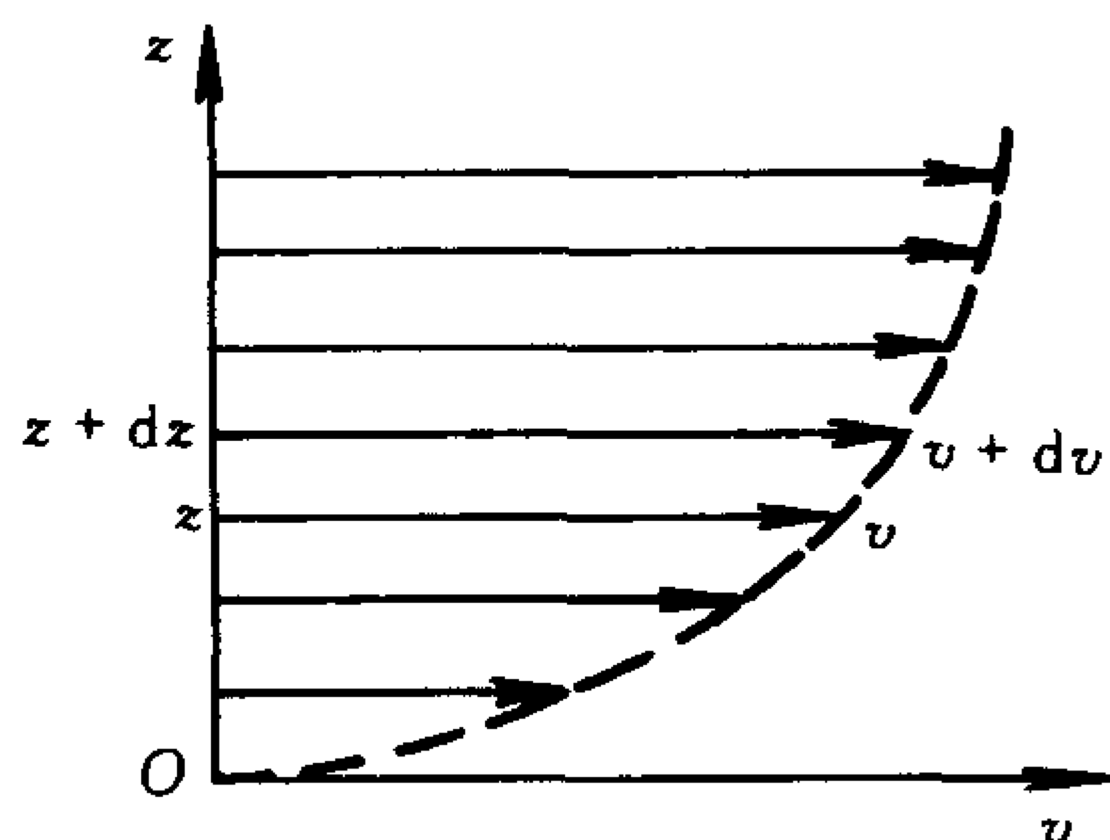


图 27－1

由实验可知，内摩擦力 F 与两层间的接触面积 S 成正比，还和该处的速度梯度 $\frac{dv}{dz}$ 成正比，即

$$F = \eta S \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}z} \tag{27-1}$$

比例系数 η 称为流体的粘度,单位是 Pa·s 或 $\mathrm{N \cdot s \cdot m^{-2}}$.

粘度为 η 的流体,在内径均匀的细管中作层流运动时,在 t 秒间流过的流体体积

$$V = \frac{\pi R^4}{8L\eta}(p_1 - p_2)t \tag{27-2}$$

式中 R 为毛细管半径,L 为管长,p_1、p_2 为管两端的压强. 此式称为泊肃叶公式. 将上式改写为

$$\eta = \frac{\pi R^4 t}{8LV}(p_1 - p_2) \tag{27-3}$$

上式右侧各量均可测得,因此液体的粘度即可求得.

在推导泊肃叶公式时,是认为管两端的压强差($P_1 - P_2$)和粘性阻力相互抵消,实际上,这里忽略了流体在毛细管中流动的动能也是由于压强差的作用才获得的. 因此克服粘性阻力的有效压强差比($p_1 - p_2$)要小些. 理论分析(参阅附记)表明,有效压强差 Δp 和实际压强差之间的关系是

$$\Delta p = p_1 - p_2 - \frac{\rho V^2}{\pi^2 R^4 t^2}$$

其中 ρ 为流体的密度,而泊肃叶公式中($p_1 - p_2$)应为有效压强差 Δp,所以式(27-3)应改写成

$$\eta = \frac{\pi R^4 t}{8LV}\left(p_1 - p_2 - \frac{\rho V^2}{\pi^2 R^4 t^2}\right) \tag{27-4}$$

为了适合测量时的实际情况,上式应作些变动:(1) 压强差 $p_1 - p_2$,应改为液体柱压强计的液柱高度差($h_1 - h_2$)(图 27-2),即 $p_1 - p_2 = \rho g(h_1 - h_2)$,(本实验中,压强计中的液体和被测液体是同一液体,所以密度 ρ 相同.)(2) 在多次测量时,不可能使各次的流出时间 t 相同,因而各次 V 也不同,但各次的单位时间流出的体积 $\frac{V}{t}$ 则应相同. 体积不易量准,改为测流出的质量,设单

位时间流出液体的质量为 Q，则$\frac{Q}{\rho}=\frac{V}{t}$. 在考虑上述变动之后，将式(27－4)改写成

$$\eta=\frac{\pi R^4\rho}{8LQ}\left[\rho g(h_1-h_2)-\frac{Q^2}{\rho\pi^2R^4}\right] \qquad (27-5)$$

为了测定毛细管半径 R，可将毛细管洗好干燥后，吸入一段长约 4 cm 的纯净水银，用移测显微镜测水银柱长 l（测量水银柱两端凸出部分的间距），而后将水银倾入小烧杯中（烧杯质量为 m_0），用分析天平称出烧杯和水银的总质量 m，则

$$\pi R_1^2 l\rho_{Hg}=m-m_0$$

式中 ρ_{Hg}为水银的密度. 从此式可导出毛细管半径

$$R_1=\sqrt{\frac{m-m_0}{\pi l\rho_{Hg}}} \qquad (27-6)$$

上述计算是将水银柱作为圆柱体考虑的，而实际上在清洁的毛细管中水银柱两端为半球形，所以上述对水银体积的计算偏大，多计算的体积等于$\left(\pi R_1^2\times R_1-\frac{2}{3}\pi R_1^3\right)\times 2=\frac{2}{3}\pi R_1^3$，考虑体积修正之后，可得

$$\pi R^2 l\rho_{Hg}-\frac{2}{3}\pi R_1^3\rho_{Hg}=m-m_0$$

则毛细管半径

$$R=\left[\frac{m-m_0+\frac{2}{3}\pi R_1^3\rho_{Hg}}{\pi l\rho_{Hg}}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (27-7)$$

式中的 R_1 为用式(27－6)求出的半径的近似值，在计算修正项时完全可以用 R_1 代替 R.

实验内容

1. 将纯净水银吸入毛细管中（长约 4 cm，由教师在课前装好，两端用少许脱脂棉塞上），将毛细管平放在移测显微镜的载物台

上，使水银柱和显微镜移动方向一致．测出水银柱两端的位置，注意防止移测显微镜的回程误差．

改变水银柱在毛细管中的位置，重复进行几次测量．从各次测量求出水银柱长度的平均值 l．

2．用分析天平称出小烧杯的质量 m_0 之后，将毛细管中水银慢慢倾入其中再测质量 m．

计算出毛细管的半径 R．

注意 水银是有毒的，使用时要特别注意不要将其弄撒，撒在地板上的水银不易完全清除，而水银蒸发得很慢，将使实验室长期遭受汞蒸气污染！

3．将毛细管、压强计和恒水位槽如图 27－2 连接好，毛细管要保持水平．调恒水位槽的高度以便限制出口流量，使毛细管两端压强差大于 20 cm 水柱高．

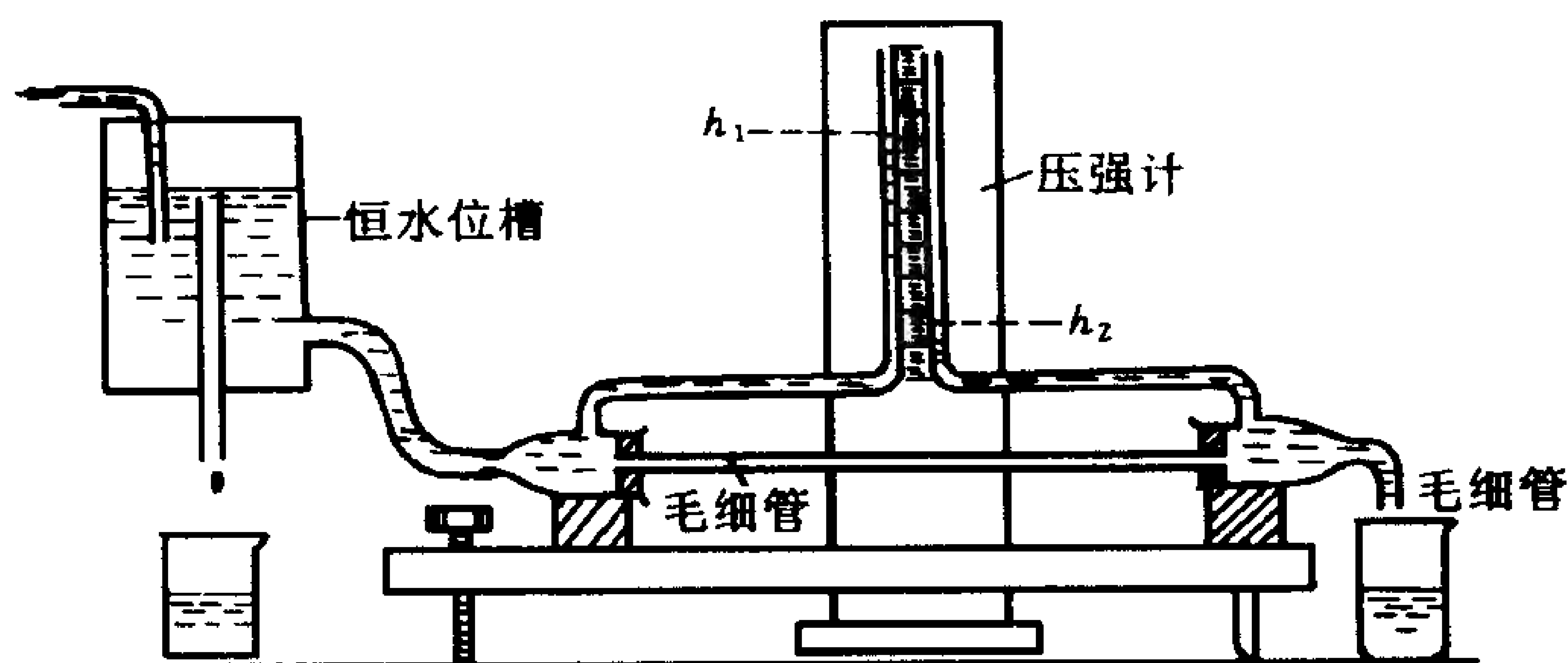


图 27－2

测量用水要在煮沸后放凉使用，以减少水中空气气泡．

4．用物理天平称衡在时间 t 间流出水的质量，并算出 Q 值．重复 4 次，取 Q 的平均值．（t 取多大要在试测一次后确定．）

测量时要经常注意恒水位器的溢流管是否有水流出，压强计的水位是否稳定，每次测 Q 值时都要同时读出压强计水位 h_1 和 h_2 以及水温$\left(测到\frac{1}{10}℃\right)$．

水的粘度随水温的改变而有明显变化，在常温下测量，水温改变0.1℃时，粘度的差异就将显现出来，因此对 Q 值的测量要敏捷，不要拖长时间，以防水温改变的影响过大.

流出口上可挂一条棉线，使水沿线流下，以免水滴累积过大.

5. 计算出在温度 t 时水的粘度及测量的标准不确定度.

回答问题

1. 怎样判断毛细管中的水流是层流？压强差增大到一定数值后，将由层流转变为湍流，这在实验中将有怎样的表现？

2. 式(27－4)中的修正项在什么情况下可以忽略？

[附记]

[1] 泊肃中公式的推导

取一长为 L、粗细均匀的细管，水平放置，使液体在管中稳定流过. 将管中的液体柱分为与管轴一致的圆管状液层，各层受到来自内层与流动方向相同的内摩擦力 F，受到来自外层与流动方向相反的内摩擦力 $-(F+\mathrm{d}F)$. 设半径为 r 的管状液体薄层的流速为 v，则

$$F = -2\pi r L\eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r} \qquad (27-8)$$

$$\mathrm{d}F = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}r}\mathrm{d}r = -2\pi L\eta \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\right)\mathrm{d}r$$

设管端的压强分别为 p_1 和 p_2，则此圆管状薄液层上作用的外力为 $2\pi r\mathrm{d}r(p_1-p_2)$. 因为液体处于稳流状态，所以此外力必定和作用于此液层的内摩擦力 $-\mathrm{d}F$ 相互平衡，即

$$2\pi r\mathrm{d}r(p_1-p_2) + 2\pi L\eta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\right)\mathrm{d}r = 0$$

所以

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\right)\mathrm{d}r = -\frac{p_1-p_2}{L\eta}r\mathrm{d}r$$

将此式积分，得出

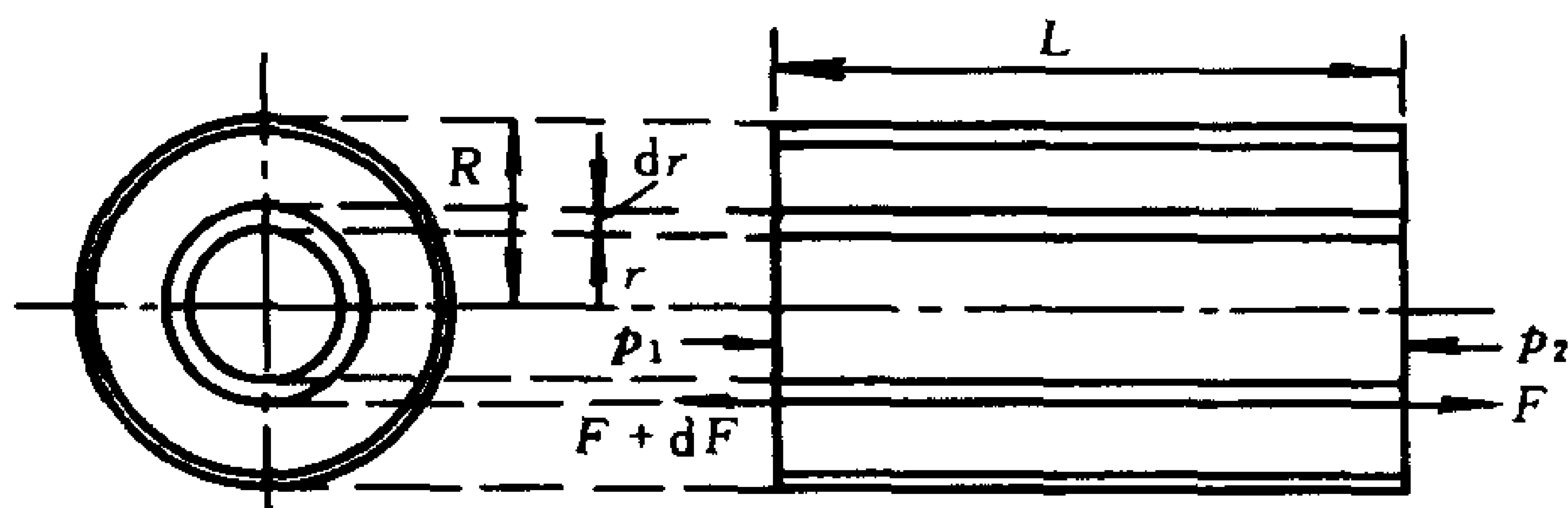


图 27－3

$$r\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}=-\frac{p_1-p_2}{2L\eta}r^2+c_1$$

在 $r=0$ 时，此式也成立，因此可知 $c_1=0$. 因而

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}=-\frac{p_1-p_2}{2L\eta}r$$

将此式积分，得出

$$v=-\frac{(p_1-p_2)r^2}{4\eta L}+c_2 \qquad (27-9)$$

设毛细管半径为 R，而在毛细管壁处的液体不流动，即 $[v]_{r=R}=0$，所以

$$c_2=\frac{(p_1-p_2)R^2}{4\eta L}$$

将此关系代入式(27－9)，可得

$$v=\frac{p_1-p_2}{4\eta L}(R^2-r^2) \qquad (27-10)$$

上式表示距轴心 r 处流速的大小. 设在时间 t 间从管中流出的液体体积为 V，则

$$V=\int_0^R 2\pi vtr\mathrm{d}r=\frac{(p_1-p_2)\pi t}{2\eta L}\int_0^R r(R^2-r^2)\mathrm{d}r$$

则可得出泊肃叶公式为

$$V=\frac{\pi R^4}{8\eta L}(p_1-p_2)t \qquad (27-11)$$

［2］泊肃叶公式的修正

在 Δt 时间内,在压强差 p_1-p_2 作用下,将体积 $V=\dfrac{Q}{\rho}\Delta t$ 的液体压入管中,压强差作的功为 $(p_1-p_2)\dfrac{Q}{\rho}\Delta t$. 在管的入口处液体获得的动能,一直保持到从管的出口流出去. 对于半径为 r 厚为 Δr 的管层每秒流入的液体体积为 $v2\pi r\mathrm{d}r$,它具有的动能是 $\dfrac{1}{2}\rho v2\pi r\mathrm{d}rv^2$,参照式(27-10),可知

$$v=\frac{\Delta p}{4\eta L}(R^2-r^2)$$

式中 Δp 为与液体粘性阻力相平衡的有效压强差.

每秒钟内从毛细管流出液体的总动能 E_k 等于

$$E_k=\int_0^R\pi\rho v^3 r\mathrm{d}r=\pi\rho\left(\frac{\Delta p}{4\eta L}\right)^3\int_0^R(R^2-r^2)^3 r\mathrm{d}r$$

$$=\pi\rho\left(\frac{\Delta p}{4\eta L}\right)^3\frac{R^8}{8}$$

从式(27-11)可得

$$Q=\frac{\rho\pi R^4\Delta p}{8\eta L}$$

所以

$$E_k=\frac{Q^3}{\pi^2R^4\rho^2} \qquad (27-12)$$

实际压强差每秒所作之功 $(p_1-p_2)\dfrac{Q}{\rho}$ 等于克服粘性阻力所作之功 $\Delta p\dfrac{Q}{\rho}$ 和每秒内流出液体所带走的动能 E_k 之和,即

$$(p_1-p_2)\frac{Q}{\rho}=\Delta p\frac{Q}{\rho}+\frac{Q^3}{\pi^2R^4\rho^2}$$

或

$$\Delta p=p_1-p_2-\frac{Q^2}{\pi^2R^4\rho}$$

因此,泊肃叶公式在考虑流出液体带走的动能后应修改成为

$$Q = \frac{\pi R^4 \rho}{8\eta L}\left(p_1 - p_2 - \frac{Q^2}{\pi^2 R^4 \rho}\right) \qquad (27-13)$$

或

$$\eta = \frac{\pi R^4 t}{8LV}\left(p_1 - p_2 - \frac{\rho V^2}{\pi^2 R^4 t^2}\right) \qquad (27-14)$$

实验二十八　液体粘度的测量(落球法)

目的

根据斯托克斯公式用落球法测定油的粘度.

仪器和用具

玻璃圆筒(高约 50 cm,直径约 5 cm),停表,螺旋测微计,游标卡尺,分析天平,比重天平或比重计,温度计,小球(两种各 10 个,直径 1~2 mm),镊子,漏勺,待测液体(蓖麻油).

原理

当半径为 r 的光滑圆球,以速度 v 在均匀的无限宽广的液体中运动时,若速度不大,球也很小,在液体中不产生涡流的情况下,斯托克斯指出,球在液体中所受到的阻力 F 为

$$F = 6\pi\eta vr \tag{28-1}$$

式中 η 为液体的粘度,此式称为斯托克斯公式. 从上式可知,阻力 F 的大小和物体运动速度成比例.

当质量为 m、体积为 V 的小球在密度为 ρ 的液体中下落时,作用在小球上的力有三个,即:(1)重力 mg,(2)液体的浮力 ρVg,(3)液体的粘性阻力 $6\pi\eta vr$. 这三个力都作用在同一铅直线上,重力向下,浮力和阻力向上(图 28-1). 球刚开始下落时,速度 v 很小,阻力不大,小球作加速度下降. 随着速度的增加,阻力逐渐加大,速度达一定值时,阻力和浮力之和将等于重力,那时物体运动的加速度等于零,小球开始匀速下落,即

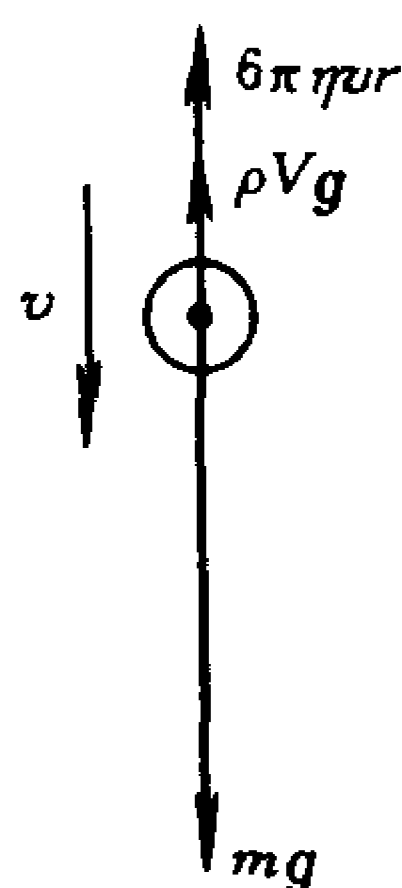


图 28-1

$$mg = \rho Vg + 6\pi\eta vr$$

此时的速度称为终极速度. 由此式可得

$$\eta = \frac{(m - \rho V)g}{6\pi r v}$$

将 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ 代入上式,得

$$\eta = \frac{m - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{6\pi r v} g \tag{28-2}$$

由于液体在容器中,而不满足无限宽广的条件,这时实际测得的速度 v_0 和上述式中的理想条件下的速度 v 之间存在如下关系:

$$v = v_0\left(1 + 2.4\frac{r}{R}\right)\left(1 + 3.3\frac{r}{h}\right) \tag{28-3}$$

式中 R 为盛液体圆筒的内半径,h 为筒中液体的深度,将式(28－3)代入式(28－2),得出

$$\eta = \frac{\left(m - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho\right)g}{6\pi r v_0\left(1 + 2.4\frac{r}{R}\right)\left(1 + 3.3\frac{r}{h}\right)} \tag{28-4}$$

其次,斯托克斯公式是假设在无涡流的理想状态下导出的. 实际小球下落时不能是这样理想状态,因此还要进行修正. 已知在这时的雷诺数 Re 为

$$Re = \frac{2 r v_0 \rho}{\eta} \tag{28-5}$$

当雷诺数不甚大(一般在 $Re<10$)时,斯托克斯公式修正为

$$F = 6\pi r v \eta\left(1 + \frac{3}{16}Re - \frac{19}{1\,080}Re^2\right) \tag{28-6}$$

则考虑此项修正后的粘度测得值 η_0 等于

$$\eta_0 = \eta\left(1 + \frac{3}{16}Re - \frac{19}{1\,080}Re^2\right)^{-1} \tag{28-7}$$

实验时,先由式(28－4)求出近似值 η,用此 η 代入式(28－5)求出 Re,最后由式(28－6)求出最佳值 η_0.

实验内容

实验装置如图 28－2 所示，在圆筒油面下方 7～8 cm 和筒底上方 7～8 cm 处，分别设标记 N_1 和 N_2，对 N_1、N_2 间距离 l，油筒内半径 R，油的深度 h，选取适当仪器去测量.

待测油的密度 ρ 用密度计或比重瓶去测量.

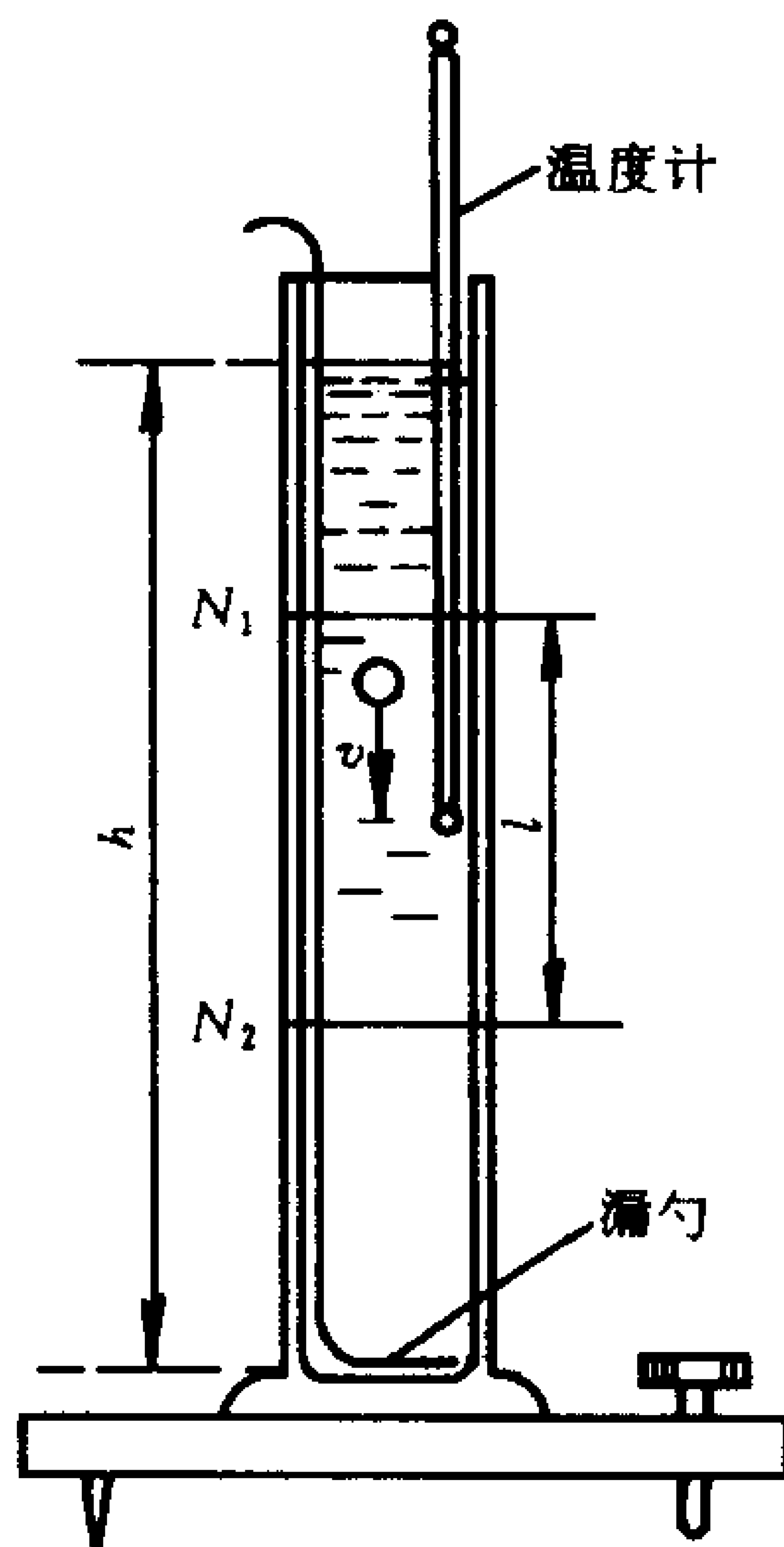


图 28－2

测量用的小球为钢球，用乙醚、酒精混合液洗净、擦干后，测量直径和质量(分别测 10 个球的直径取平均；同时测 10 个球质量，求出一个的质量). 测后将其浸在和待测液相同的油中待用.

借助铅锤将油筒调到铅直方向.

用镊子取一个小球，在油筒中心轴线处放入油中，用停表测出小球通过 N_1N_2 间的时间 t. 逐一测量，求出 t 的平均值，再求 v_0.

温度对粘度影响较大，测量前后各测一次温度.

换另一半径不同的球去测量.

求出结果和标准不确定度(按式(28－2)考虑即可,补正项的不确定度一般不大,可以略去不计).

回答问题

1. 如果用实验的方法求补正项$\left(1+2.4\frac{r}{R}\right)$的补正系数2.4,应如何进行?

2. 如果投入的小球偏离中心轴线,将出现什么影响?

实验二十九　表面张力系数的测定
（拉脱法）

目的

1. 用拉脱法测量室温下水的表面张力系数；
2. 学习约利秤的使用方法.

仪器和用具

约利秤，金属框及线，砝码，玻璃皿，温度计，游标卡尺，蒸馏水.

关于约利秤参阅绪论§2－8.

原理

液体的表面有如张紧的弹性薄膜，都有收缩的趋势，所以液滴总是趋于球形. 如图29－1中的肥皂薄膜，如果从中心将膜刺破，由于膜的收缩，线被拉成圆形. 这说明液体表面有如紧张的弹性薄膜，在表面内存在一种张力. 这种液体表面的张力作用，从性质上看，类似固体内部的拉伸胁强，只不过这种胁强存在于极薄的表面层内，而且不是由于弹性形变引起的，被称为表面张力.

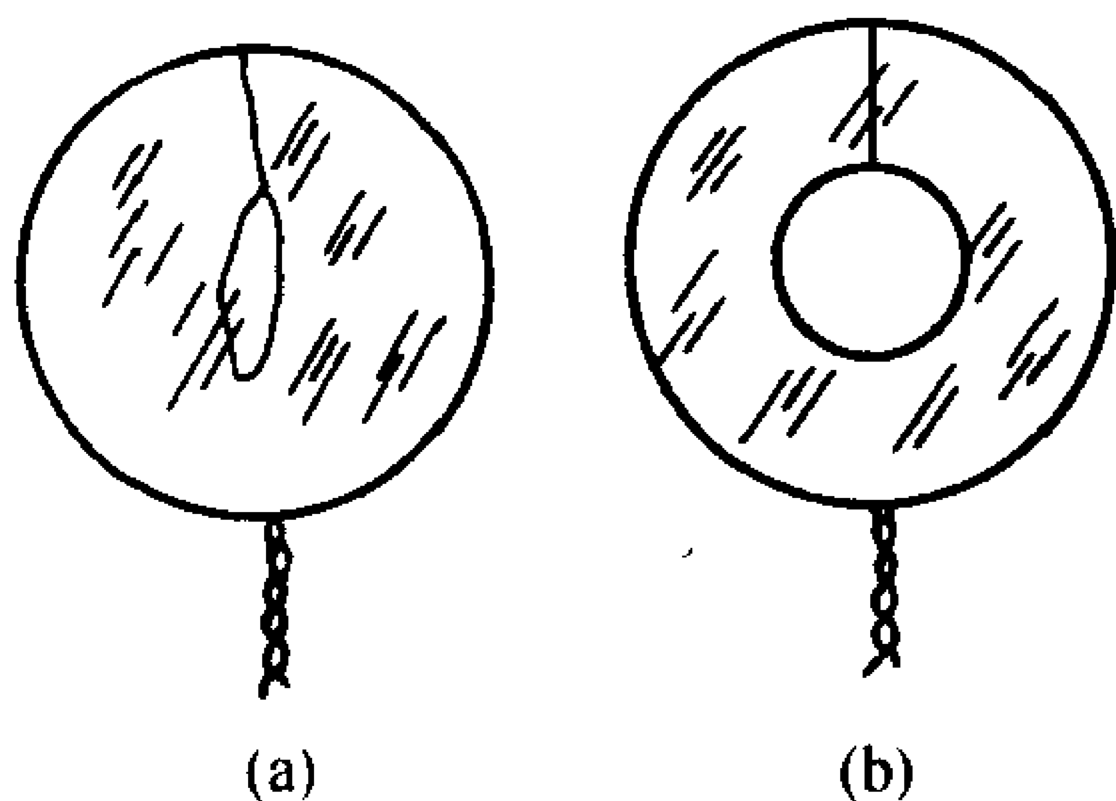


图29－1

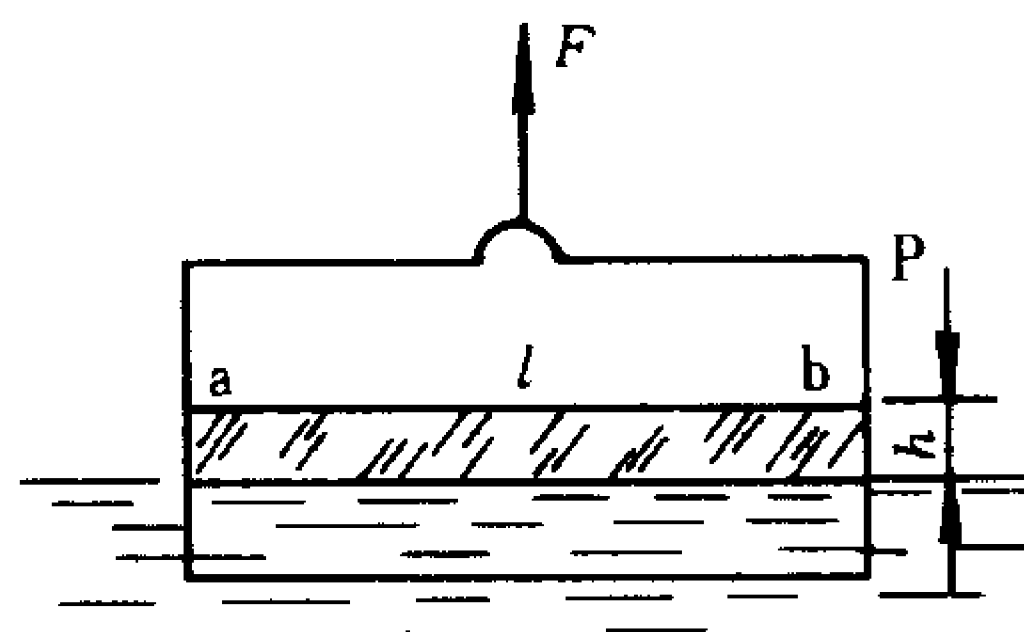


图29－2

设想在液面上作一长为 l 的线段，则张力的作用表现在线段两侧液面以一定的力 F 相互作用，而且力的方向恒与线段垂直，其大小与线段长 l 成正比，即

$$F = \gamma l \tag{29-1}$$

比例系数 γ 称为液体的表面张力系数，它表示单位长线段两侧液体的相互作用力．表面张力系数的单位为 $\mathrm{N \cdot m^{-1}}$．

如图 29－2，在一金属框 P 中间拉一金属细线 ab．将框及细线浸入水中后慢慢地将其拉出水面，在细线下面将带起一水膜，当水膜将被拉直时，则有

$$F = W + 2\gamma l + ldh\rho g \tag{29-2}$$

式中 F 为向上的拉力，W 是框和细线所受重力和浮力之差，l 为细金属线的长度，d 为细线的直径即水膜的厚度，h 为水膜被拉断前的高度，ρ 为水的密度，g 为重力加速度．$ldh\rho g$ 为水膜的重量，由于细线的直径 d 很小，所以这一项不大．水膜有前后两面，所以上式中表面张力为 $2\gamma l$．从式(29－2)可得

$$\gamma = \frac{(F - W) - ldh\rho g}{2l} \tag{29-3}$$

本实验用约利秤测量$(F - W)$之值，用上式计算表面张力系数 γ 之值．

实验内容

1．测量弹簧的劲度系数 k

如图 29－3 将劲度系数大约为 $0.2 \sim 0.3\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$的弹簧挂在约利秤上，调节支架的底脚螺旋，使十字线 G 的竖直线穿过平面镜支架上小圆孔的中心，这时弹簧将与 A 柱平行．

在秤盘上加 1.00 g 砝码，旋转 E 使弹簧上升，当 G 的横线、横线的像及镜面标线三者相重时为止(以下称三者相重合时 G 的位置为零点)．用游标读出标尺之值 L，以后每加 0.50 g 砝码测一次 L，直至加到 3.50 g 后再逐次减下来．将数据按所加砝码的多少

分成两组，用分组求差法，求出劲度系数 k 之值.

2. 测量 $(F-W)$ 和 h

扭动 E 使金属框 P 下降，P 上的横丝 ab 刚要和玻璃皿 H 中的水面接触，从主柱上的游标 V 读出 B 柱上的刻度值为 L_0. 旋转 S 使 H 中水面上升到横丝 ab 处(ab 和水面刚好相平). 再扭动 E，轻轻向上拉起弹簧直到水膜破坏为止，再读游标 V 处 B 柱之值为 L，则两次读数的差值 $(L-L_0)$，等于拉起水膜时弹簧的伸长加上水膜的高度，即

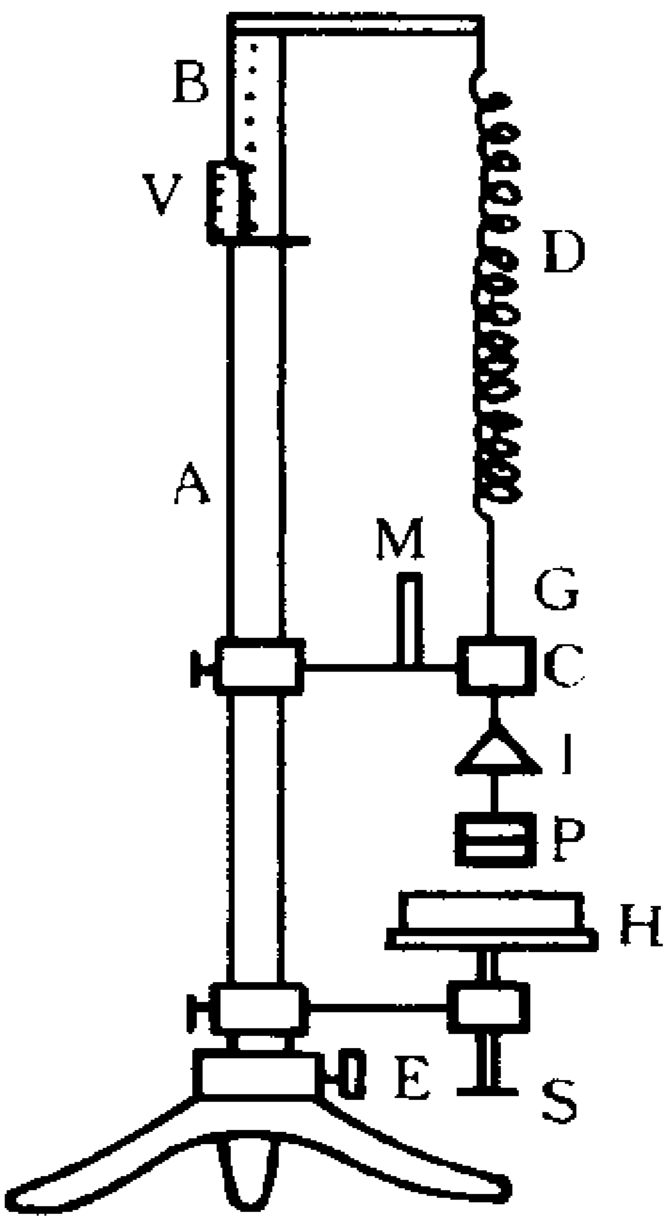


图 29-3

$$F-W=[(L-L_0)-h]k \tag{29-4}$$

重复若干次，求出 L_0 和 L 的平均值.

用一细长金属杆代替弹簧，同上去做拉断水膜的操作，这时的两次读数 L'_0 和 L' 之差等于水膜高度 h，即

$$h=L'-L'_0 \tag{29-5}$$

重复测量，求出 L'_0 和 L' 的平均值.

3. 测量细丝 ab 的长度 l 及直径 d.

4. 计算水的表面张力系数 γ 及标准不确定度. 注明实验时的水温.

5. 用拉平法测量 γ

拉平法就是在横丝 ab 浸入水中后，提升弹簧到横丝 ab 的下面刚好与水面相平时为止，即式(29-4)中 $h=0$.

比较两方法.

注意事项

1. 水的表面若有少许污染，其表面张力系数将有明显的变

化，因此，玻璃皿中的水及金属丝必须保持十分洁净，不许用手触摸玻璃皿的里侧和金属框，也不要用手触及水面.

每次实验前要用酒精擦拭玻璃皿和金属框，并用蒸馏水冲洗.

2. 测表面张力时，动作要慢，又要防止仪器受震动，特别是水膜要破裂时，更要注意.

回答问题

说明为使你测出的表面张力系数 T 能有三位有效数字，对所用弹簧的劲度系数应有何要求?

实验三十　表面张力系数的测定
(毛细管法)

目的

利用毛细管中水柱的升高,测量水的表面张力系数.

仪器和用具

测高仪,移测显微镜,毛细管,烧杯,温度计.

原理

将毛细管插入无限广延的水中,由于水对玻璃是浸润的,在管内的水面将成凹面.已知液体的表面在其性质上,和紧张的弹性薄膜相似.当液面为曲面时,由于它有变平的趋势,所以弯曲的液面对于下层的液体施以压力,液面成凸面时,这压力是正的,液面成凹面时,这压力是负的(图 30-1).在图 30-2 中,毛细管中的水面是凹面,它对下层的水施以负压,使管内水面下方 B 点的压强比水面上方的大气压小(图 30-2(a)),而在管外的平液面处,与 B 在同一水平面上的 C 点的压强仍与水面上方的大气压相等.当液体静止时,在同一水平面上二点的压强应相等,现在,同一水平面上的 B、C 二点的压强不等,因此,液体不能平衡,水将从管外流向管中使管中水面升高,直至 B 点和 C 点的压强相等为止(图 30-2(b)).



图 30-1

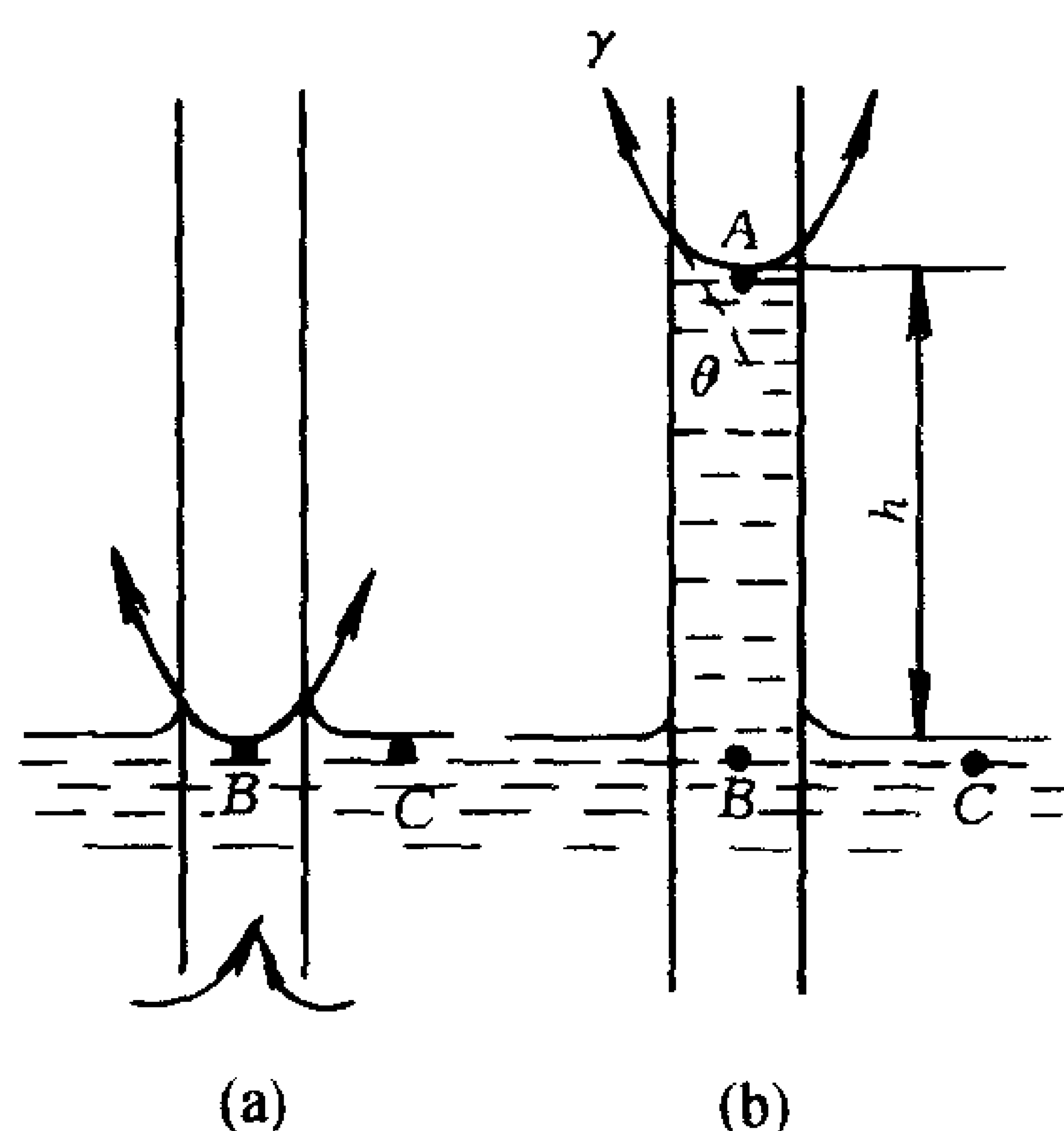


图 30－2

设毛细管的截面为圆形，则毛细管内的凹形水面可近似地看成为半径 r 的半球面，若管内水面下 A 点与大气压的压强差为 Δp，则水面平衡的条件当是

$$\Delta p \pi r^2 = 2\pi r \gamma \cos\theta \qquad (30-1)$$

式中 r 为毛细管半径，θ 为接触角，γ 为表面张力系数．如水在毛细管中上升的高度为 h，则

$$\Delta p = \rho g h$$

式中 ρ 为水的密度．将此式代入式(30－1)，可得

$$\rho g h \pi r^2 = 2\pi r \gamma \cos\theta$$

即

$$\gamma = \frac{\rho g h r}{2\cos\theta} \qquad (30-2)$$

对于清洁的玻璃和水，接触角 θ 近似为零，则

$$\gamma = \frac{1}{2}(\rho g h r) \qquad (30-3)$$

测量时是以管中凹面最低点到管外平液面的高度为 h，而在此高度以上，在凹面周围还有少量的水，因为可以将毛细管中的凹面看

成为半球形，所以凹面周围水的体积应等于 $(\pi r^2)r - \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \frac{1}{3}\pi r^3 = \frac{r}{3}(\pi r^2)$，即等于管中高为$\frac{r}{3}$的水柱的体积．因此，上述讨论中的 h 值，应增加$\frac{r}{3}$的修正值．于是式(30－3)成为

$$\gamma = \frac{1}{2}(\rho g r)\left(h + \frac{r}{3}\right) \qquad (30-4)$$

测量时毛细管是插入内半径为 r' 的圆柱形杯子的中心轴处，如以 r'' 表示毛细管的外半径，则毛细管中水上升的高度 h 要比在无限广延液体小些，因此要加一修正项，则式(30－4)为

$$\gamma = \frac{1}{2}\rho g r\left(h + \frac{r}{3}\right)\left(1 - \frac{r}{r' - r''}\right) \qquad (30-5)$$

实验内容

1．将一弯钩形并附有针尖的玻璃棒和毛细玻璃管夹在一起(图 30－3)，并插在盛水的烧杯中．上下升降烧杯使毛细管壁充分浸润，放稳烧杯使针尖在水面的稍下方．如图 30－3 所示，在烧杯中插入一 U 形虹吸管其下端胶管上有一夹子，可使烧杯中的水一滴滴地流出．从水面下方观察针尖及水面所成的针尖的像，在针尖及其像刚刚相接时，表示针尖正在水面处，拧紧虹吸管的夹子使水面稳定在这个位置．

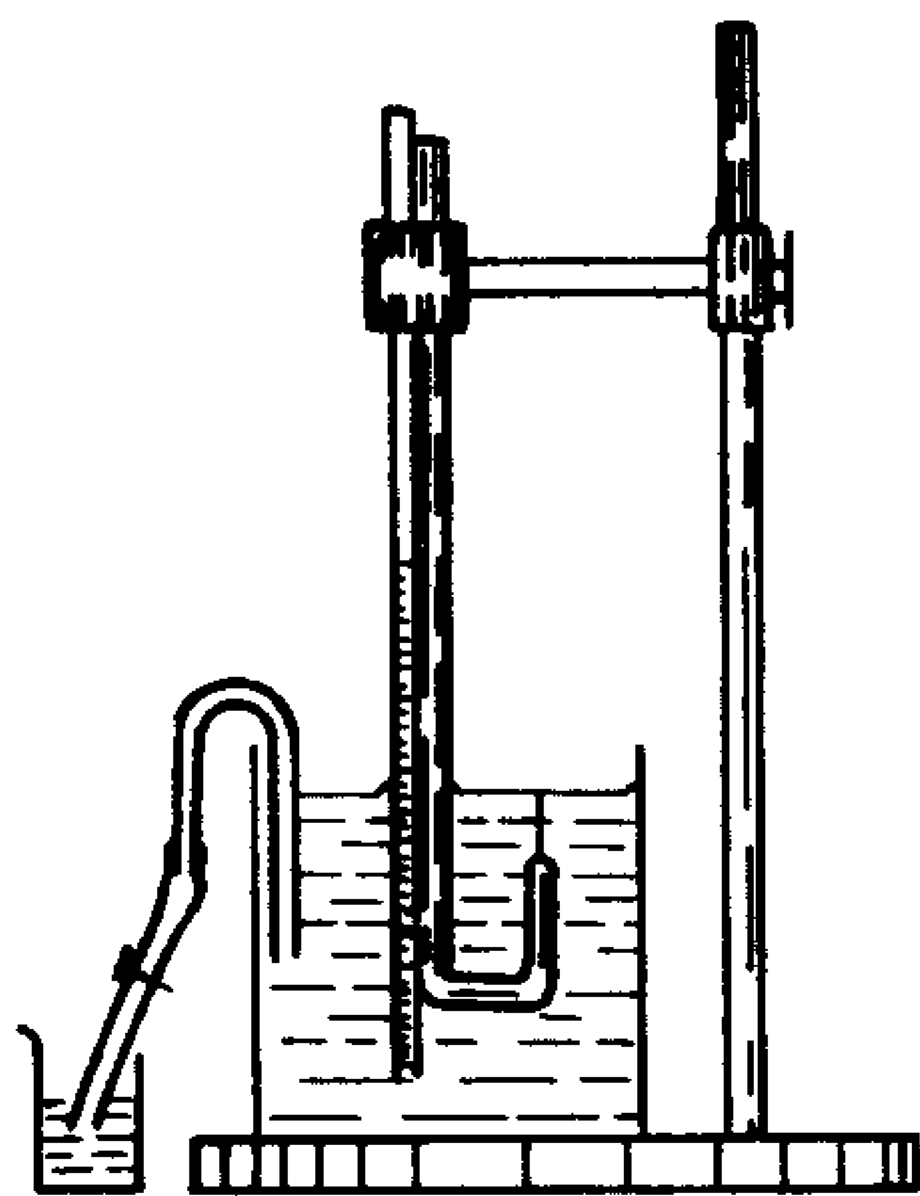


图 30－3

设置针尖的目的，是因为测量 h 时，直接测量外液面的位置不易测准，在如上安置针尖之后，测量出针尖到毛细管中凹面的高度差，即为所求的 h 值．

2. 在毛细管前方0.5～1 m远处安置测高仪，使其望远镜中叉丝横线在水平方向. 参照实验二十附记将测高仪调节好. 通过望远镜观察毛细管及针尖，使二者都能在望远镜的视野中. 上下移动望远镜使其叉丝的横线刚好和毛细管中凹水面的最低点相切，从测高仪上的游标读出望远镜的位置 a.

轻轻移开烧杯(不要碰动毛细管)，向下平移望远镜，使叉丝横线和针尖刚好相接，此时望远镜的位置为 b，则 $h=|a-b|$.

这一步骤要反复测4次.

3. 测量水的温度 t(单位用℃).

4. 用移测显微镜测毛细管半径 r. 将显微镜筒转到水平方向，毛细管也转到水平方向并使二者轴线一致. 用显微镜对准毛细管管口，在聚焦之后，测其孔洞的直径. 然后将毛细管转90°再测直径.

在毛细管另一端管口也进行同样测量. 最后求出平均半径 r.

5. 计算在温度 t(单位用℃)时水的表面张力系数及其标准不确定度.

计算不确定度时，可以略去修正项的不确定度。

注意事项

1. 实验时要特别注意清洁，不能用手接触水、毛细管的下半部和烧杯的里侧.

每次实验后要将毛细管浸在洗涤液中，实验前用蒸馏水充分冲洗，烧杯也要用酒精擦拭后冲洗好.

2. 步骤2中，在测完毛细管中凹水面位置后移开烧杯时，要注意不要碰动毛细管及针尖.

回答问题

1. 能否用毛细管法测量水银的表面张力系数?

2. 如用图 30－4 的装置，通过漏斗往 A 瓶中加水来增加管内的压强，将毛细管 B 中的水压到和外液面一样平，该时管中的压强可由压强计 C 测出. 能否用此装置测水的表面张力系数？压强计 C 是否要用和 B 一样的管，其中的液体是否一定要用水？

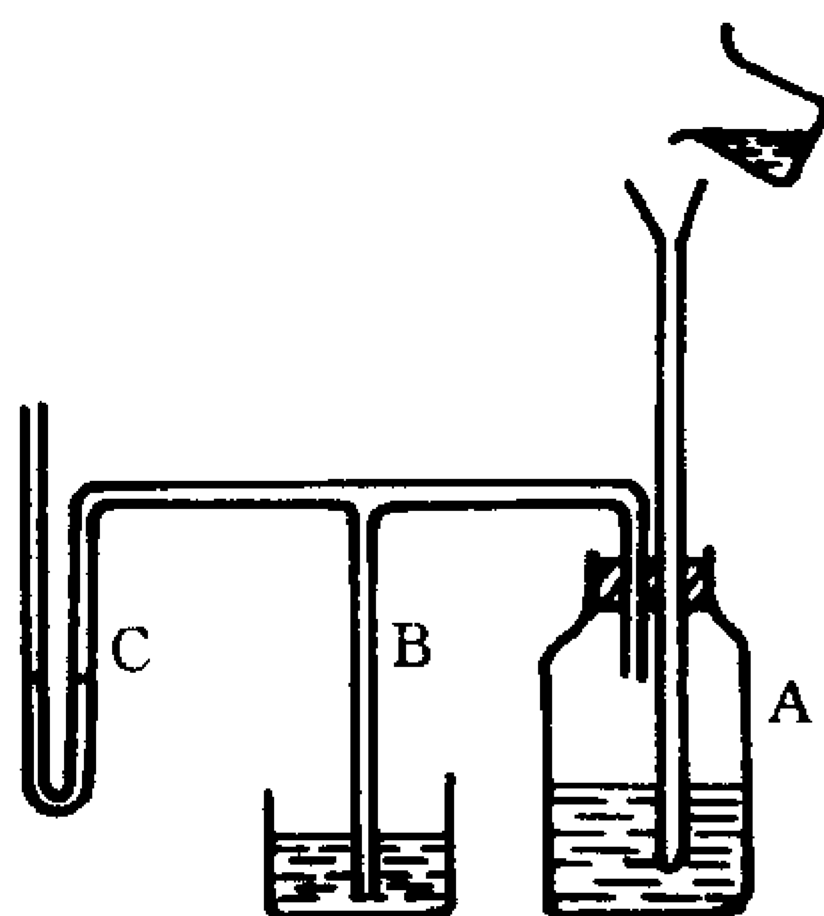


图 30－4

实验三十一　金属线胀系数的测量

目的

学习利用光杠杆测量金属棒的线胀系数.

仪器和用具

线胀系数测定装置,光杠杆,尺度望远镜,温度计,钢卷尺,游标卡尺,蒸汽发生器,待测金属棒(两根).

原理

固体的长度一般随温度的升高而增加,其长度 l 和温度 t 之间的关系为

$$l = l_0(1 + \alpha t + \beta t^2 + \cdots) \qquad (31-1)$$

式中 l_0 为温度 $t=0$℃时的长度,α、β、…是和被测物质有关的常数,都是很小的数值. 而 β 以下各系数和 α 相比甚小,所以在常温下可以忽略,则式(31－1)可写成

$$l = l_0(1 + \alpha t) \qquad (31-2)$$

此处 α 就是通常所称的线胀系数,单位是$℃^{-1}$.

设物体在温度 t_1(单位为℃)时的长度为 l,温度升到 t_2(单位为℃)时,其长度增加 δ,根据式(31－2),可得

$$l = l_0(1 + \alpha t_1)$$

$$l + \delta = l_0(1 + \alpha t_2)$$

由此二式相比消去 l_0,整理后得出

$$\alpha = \frac{\delta}{l(t_2 - t_1) - \delta t_1} \qquad (31-3)$$

由于 δ 和 l 相比甚小,$l(t_2 - t_1) \gg \delta t_1$,所以式(31－3)可近似写成

$$\alpha = \frac{\delta}{l(t_2 - t_1)} \qquad (31-4)$$

测量线胀系数的主要问题,是怎样测准温度变化引起长度的微小变化 δ. 本实验是利用光杠杆测量微小长度的变化. 实验时将待测金属棒直立在线胀系数测定仪的金属筒中(图 31－1),将光杠杆的后足尖置于金属棒的上端,二前足尖置于固定的台上.

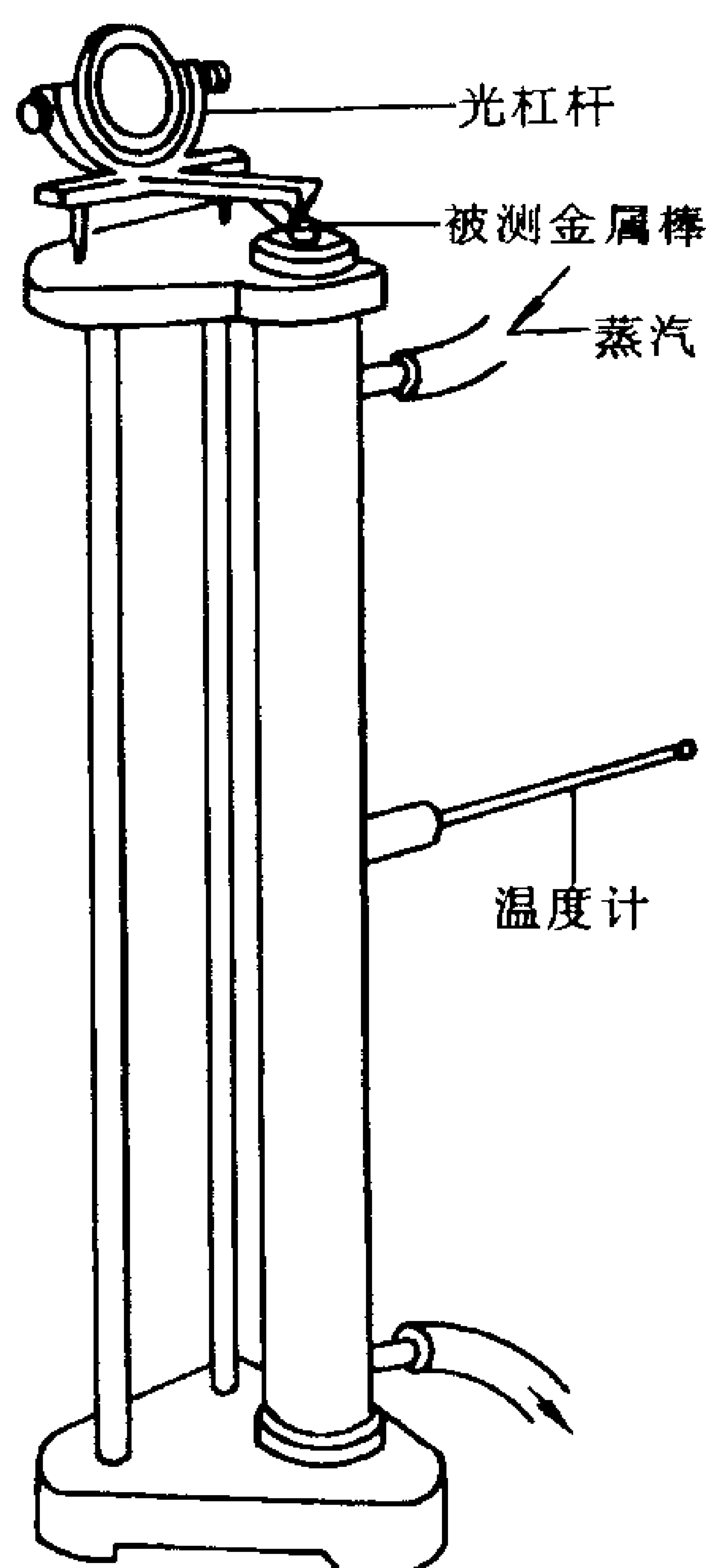


图 31－1

设在温度 t_1 时,通过望远镜和光杠杆的平面镜,看见直尺上的刻度 a_1 刚好在望远镜中叉丝横线(或交点)处,当温度升至 t_2 时,直尺上刻度 a_2 移至叉丝横线上,则根据光杠杆原理(参阅§2－4)可得

$$\delta = \frac{(a_2 - a_1)d_1}{2d_2} \qquad (31-5)$$

式中 d_2 为光杠杆镜面到直尺的距离,d_1 为光杠杆后足尖到二前足尖联线的垂直距离. 将式(31－5)代入式(31－4),则

$$\alpha = \frac{(a_2 - a_1)d_1}{2d_2 l(t_2 - t_1)} \qquad (31-6)$$

实验内容

1. 用米尺测量金属棒长 l 之后,将其插入线胀系数测定仪的金属筒中,棒的下端要和基座紧密相接,上端露出筒外.

2. 安装温度计(插温度计时要小心,切勿碰撞,以防损坏.)

3. 将光杠杆放在仪器平台上,其后足尖放在金属棒的顶端

上,光杠杆的镜面在铅直方向. 在光杠杆前 1.5~2.0 m 处放置望远镜及直尺(尺在铅直方向). 调节望远镜,看到平面镜中直尺的像(仔细聚焦以消除叉丝与直尺的像之间的视差).

读出叉丝横线(或交点)在直尺上的位置 a_1.

4. 记下初温 t_1 后,给蒸汽锅加热. 蒸汽进入金属筒中后,金属棒迅速伸长,待温度计的数值稳定几分钟不变后,读出叉丝横线所对直尺的数值 a_2 并记下温度 t_2.

5. 停止加热. 测出直尺到平面镜镜面间距离 d_2. 取下光杠杆及温度计.

6. 将光杠杆在白纸上轻轻压出三个足尖痕,用游标卡尺测其后足尖到二前足尖联线的垂直距离 d_1.

7. 取出金属棒,用冷水冷却金属筒之后安装另一根金属棒重复以上的测量.

8. 按式(31-6)求出二金属的线胀系数,并求出测量结果的标准不确定度.

注意事项

1. 线胀系数测定装置上的金属筒不要固定紧,否则金属筒受热膨胀将引起整个仪器变形,产生较大的误差.

2. 在测量过程中,要注意保持光杠杆及望远镜位置的稳定.

3. 温度计的读数 t_1、t_2 要在进行系统误差修正后,方可代入公式去计算 α,修正公式为

$$t = (t' - \Delta_0)a \qquad (31-7)$$

式中 t' 为测量时读数,Δ_0 为温度计在冰点时读数,a 为温度计刻度 1℃ 的实际值. t 为温度计读数 t' 时的实际温度值. 各温度计的 Δ_0 和 a 值已由实验指导教师测出标在仪器卡片上.

回答问题

将一线胀系数为 α 重 W(单位用 g)的金属块,悬在某液体中

称量时，液温为 t'（单位用℃）时视重为 W_1（单位用 g），液温为 t_2（单位用℃）时视重为 W_2（单位用 g），求液体的体胀系数？

（固体的体胀系数是其线胀系数的 3 倍.）

［附记］

［1］测量线胀系数的装置有许多种，图 31－2 是用流水加热的一种装置.

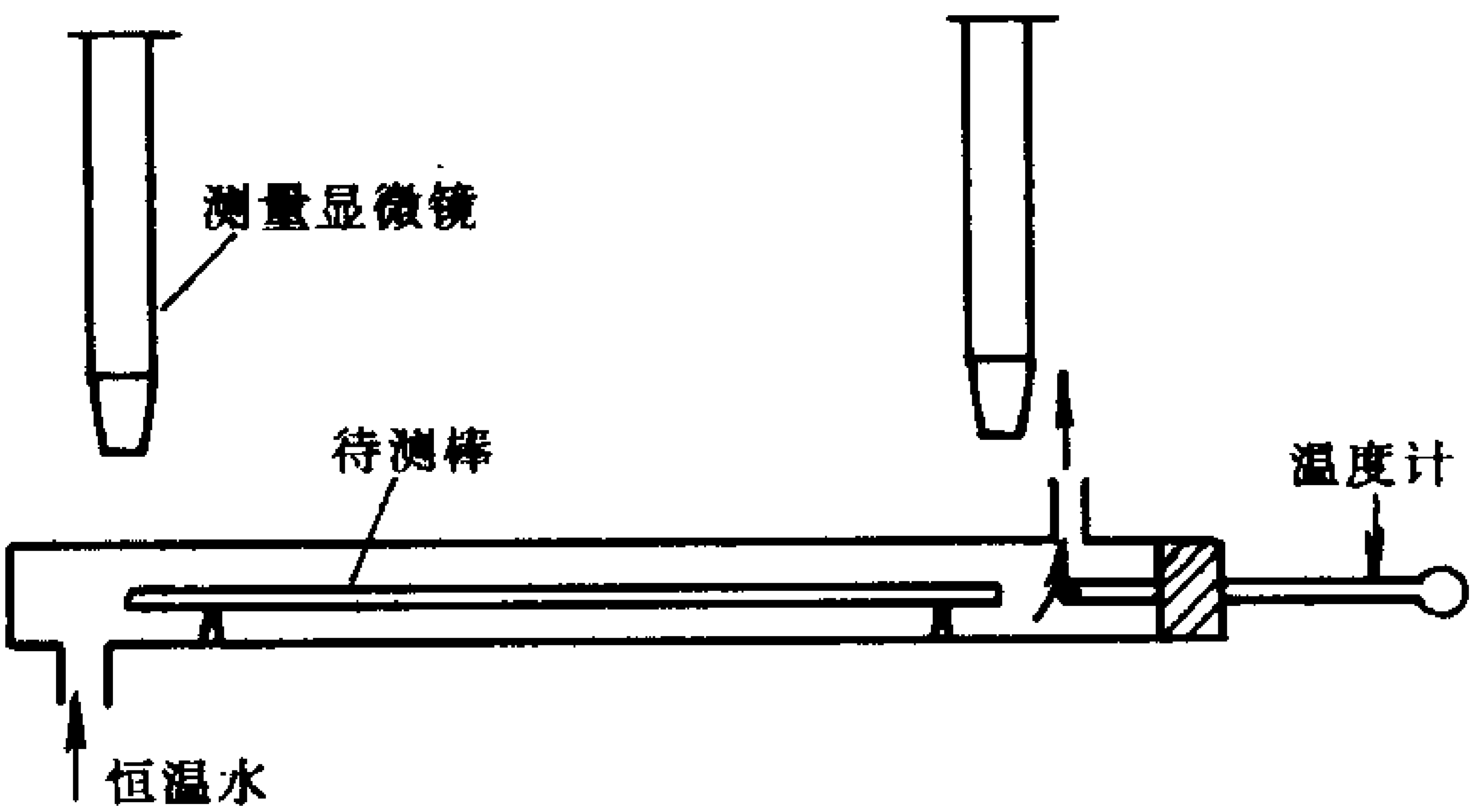


图 31－2

此类装置可测出不同温度时的伸长值 δ，从温度 t 和伸长 δ 的变化中，求出 α 值.

图 31－3 是一种电加热装置.

此类装置也可在加热过程中，测出不同温度时的伸长值.

温度测量可以用棒温度计，也可用铜－康铜温差电偶.

［2］测量微小长度变化，除去用光杠杆，也可以用千分表（图 31－4）. 使用时固定 G 管，使 N 端与被测棒上端相接，表盘上每分度为 0.01 mm.

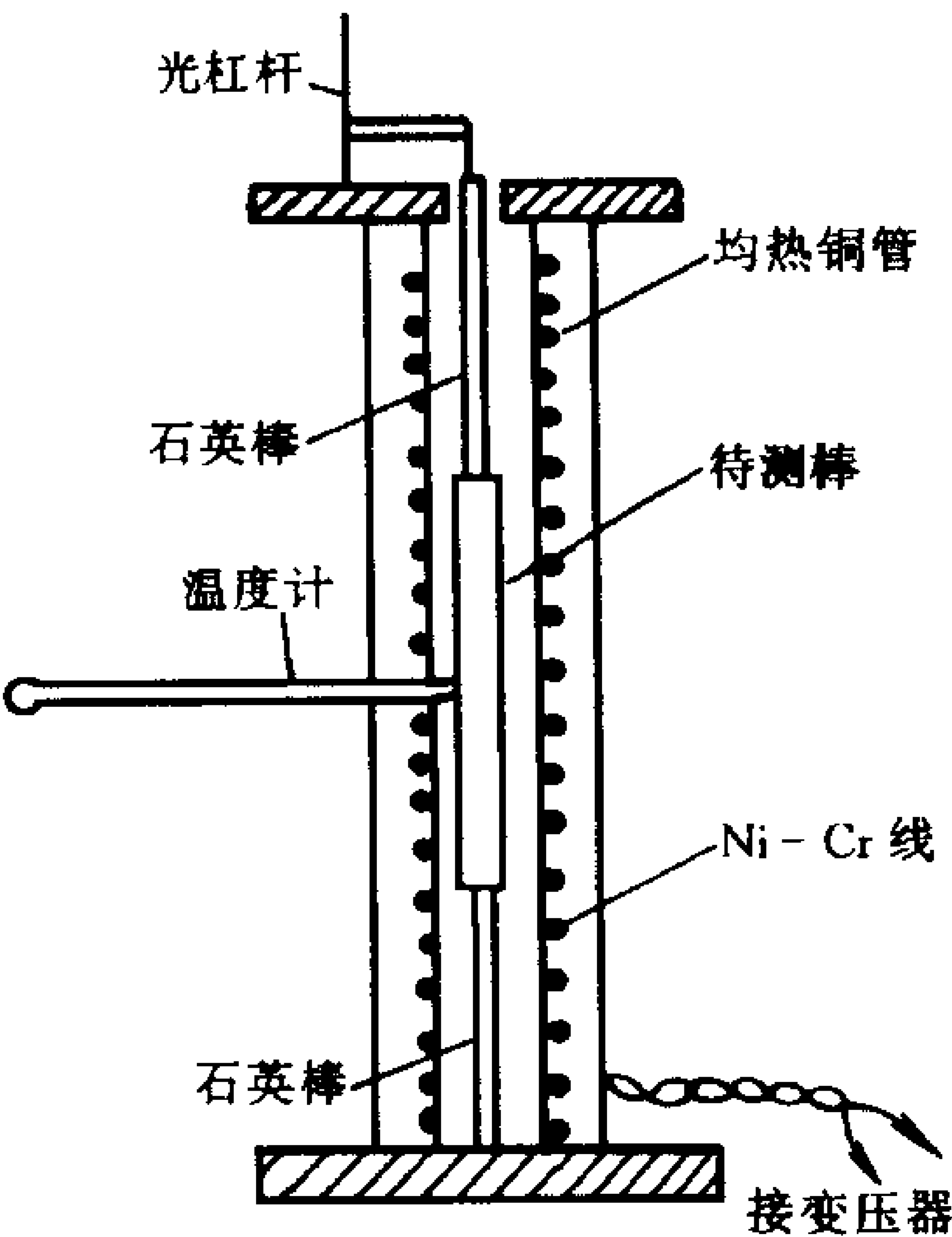


图 31－3

[3] 蒸汽发生器一般常使用金属的蒸汽锅在煤气炉或电炉上加热.也可自制如图 31－5 的内部加热式的蒸汽发生器.

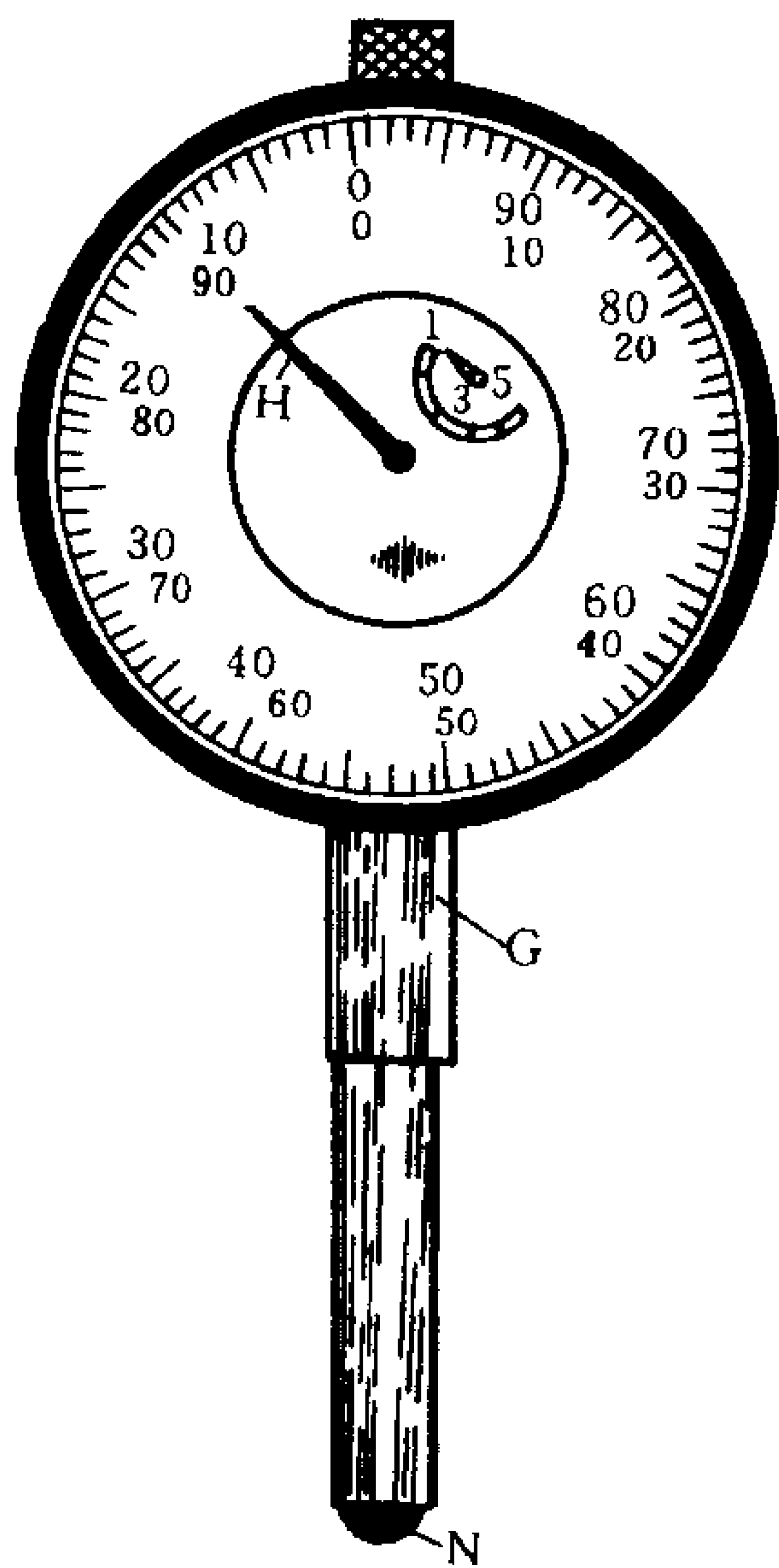


图 31－4

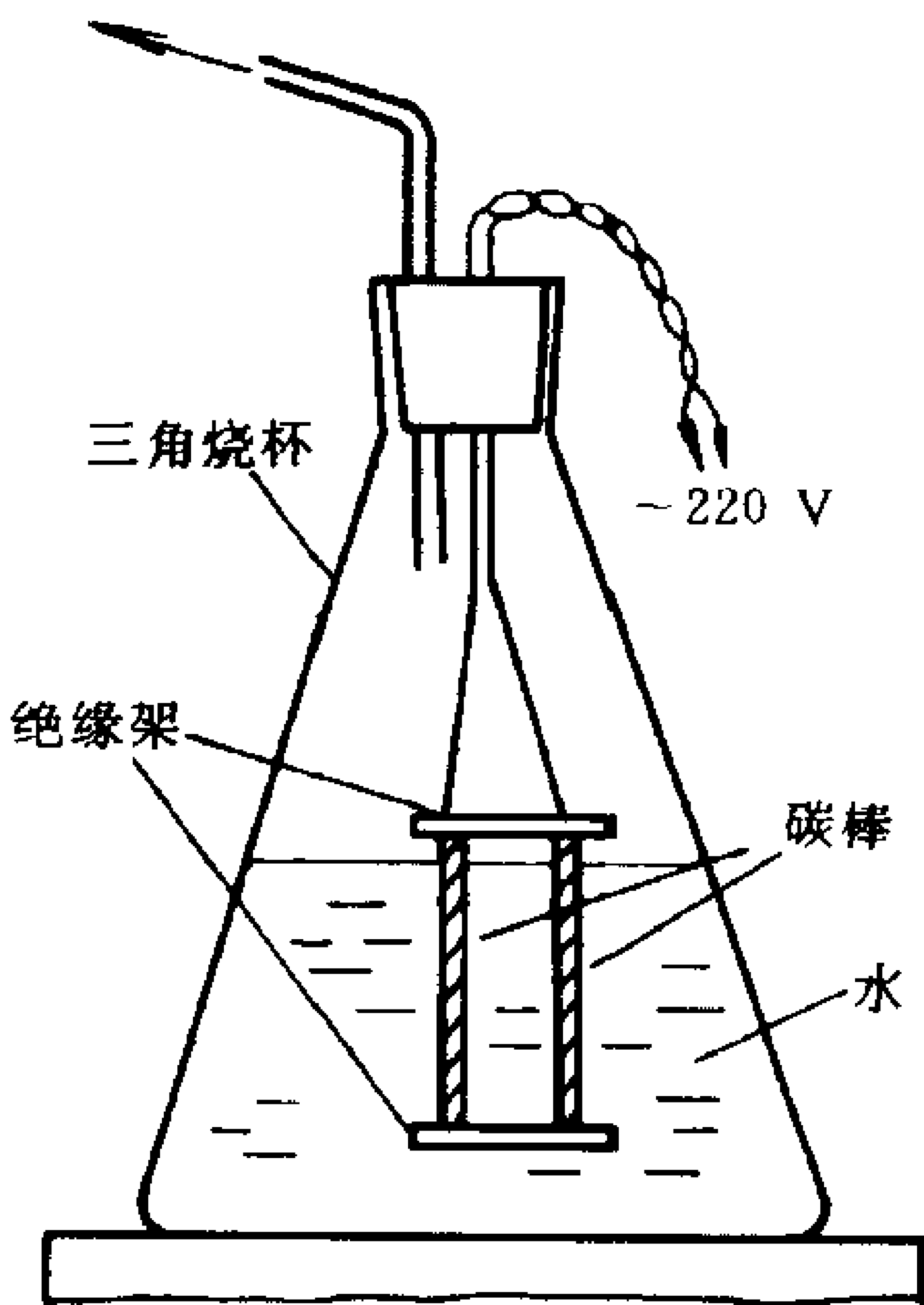


图 31－5

实验三十二　固体比热容的测量(混合法)

目的

1. 掌握基本的量热方法——混合法;
2. 测定金属的比热容.

仪器和用具

量热器,温度计$\left(\frac{1}{10}\,℃\right)$,物理天平,停表,加热器,小量筒,待测物(金属块).

量热器如图 32－1 所示,C 为量热器筒(铜制),T 为曲管温度计,P 为搅拌器,J 为套筒,G 为保温用玻璃棉.

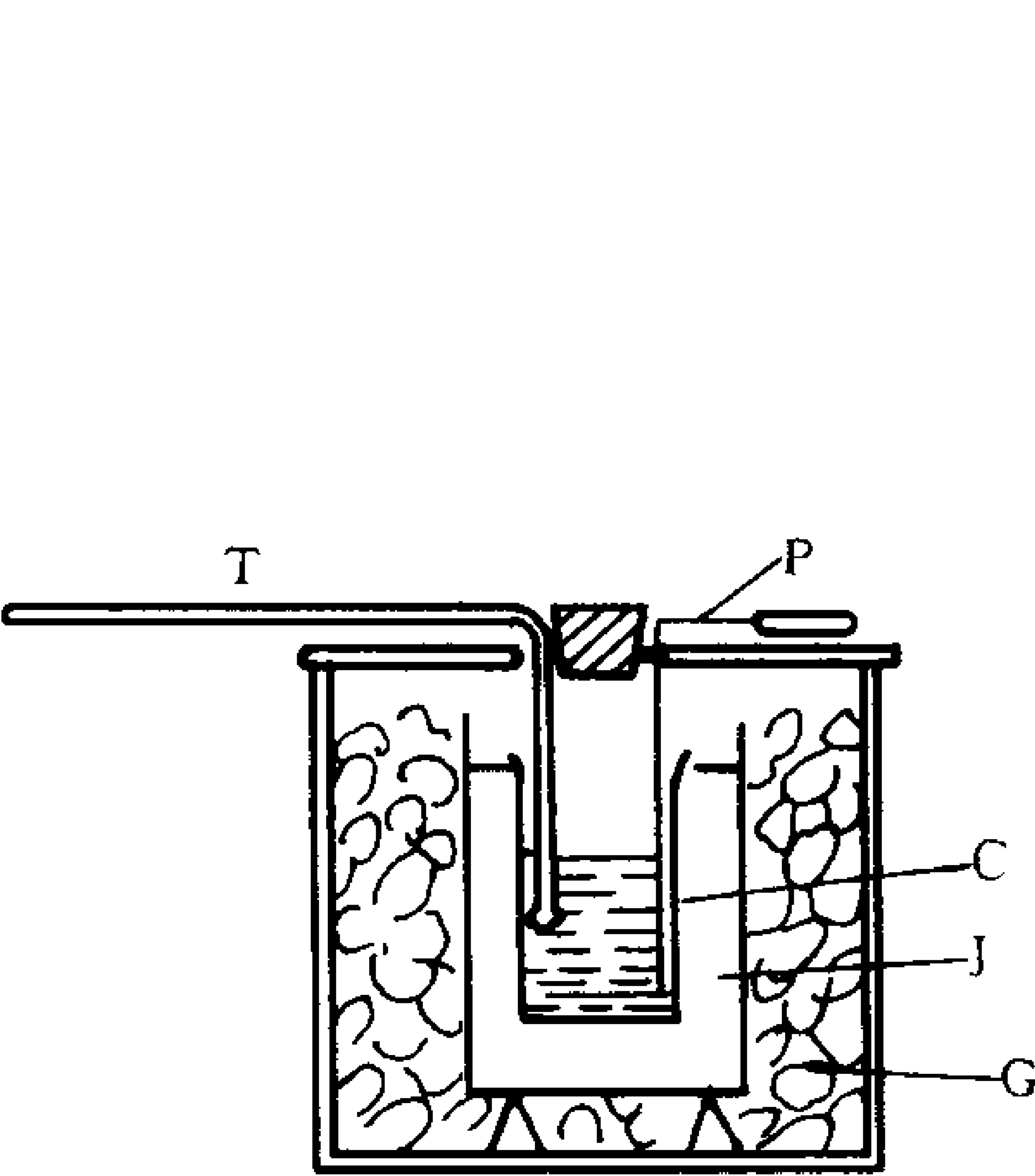


图 32－1

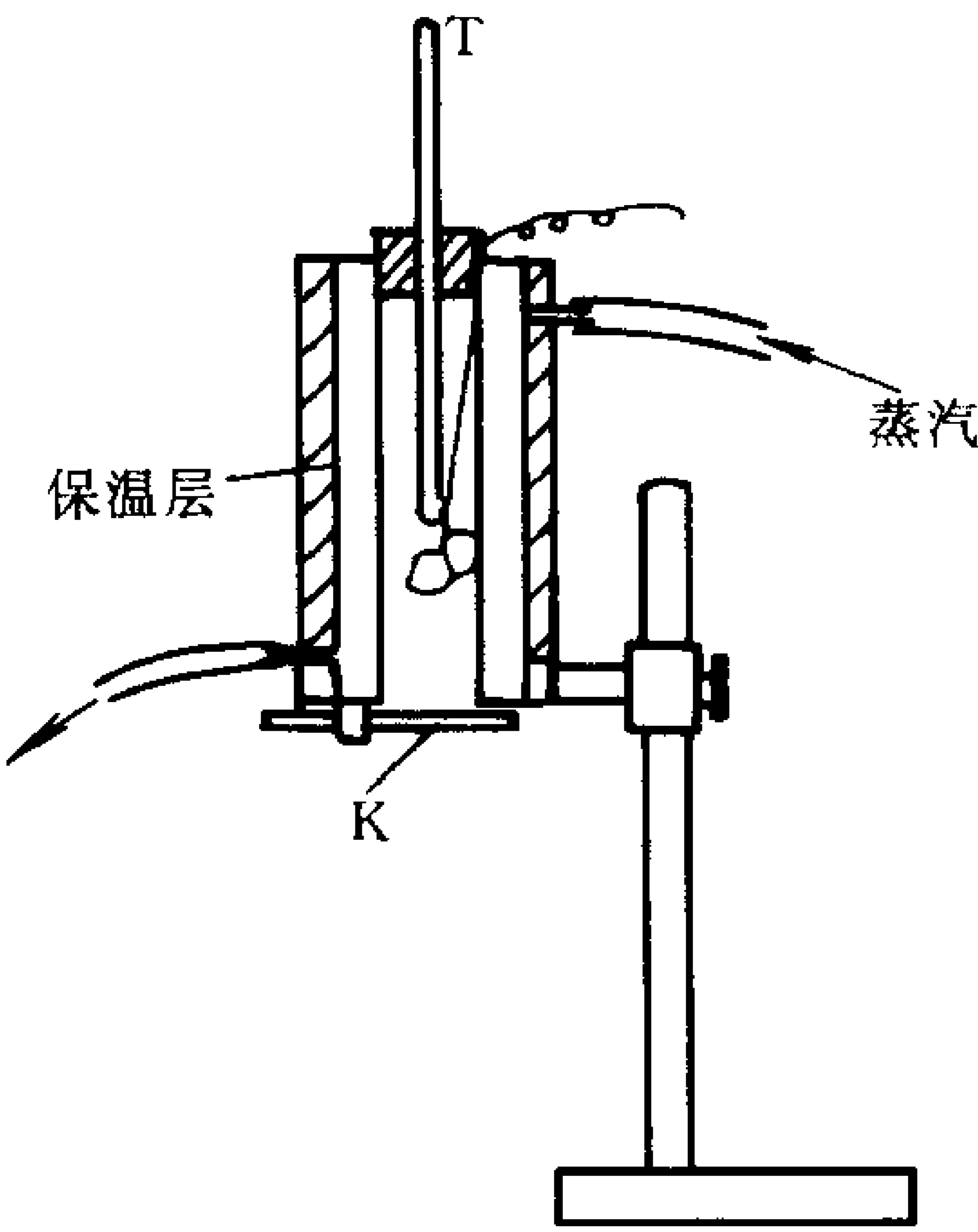


图 32－2

加热器如图 32－2 所示,待测物由细线吊在其中间的圆筒中,

由蒸汽锅发出的蒸汽通到加热器的套筒中给待测物加热．加热后将其下侧的活门 K 打开，就可将物体投入置于其下面的量热器中．为了减少加热器排出的水蒸汽，可将排汽管插入冰和水的盆中，使蒸汽凝结成水．

原理

温度不同的物体混合之后，热量将由高温物体传给低温物体．如果在混合过程中和外界没有热交换，最后将达到均匀稳定的平衡温度，在这过程中，高温物体放出的热量等于低温物体所吸收的热量，此称为热平衡原理．本实验即根据热平衡原理用混合法测定固体的比热．

将质量为 m、温度为 t_2 的金属块投入量热器的水中．设量热器（包括搅拌器和温度计插入水中部分）的热容为 C，其中水的质量为 m_0，比热容为 c_0，待测物投入水中之前的水温为 t_1．在待测物投入水中以后，其混合温度为 θ，则在不计量热器与外界的热交换的情况下，将存在下列关系：

$$mc(t_2-\theta)=(m_0c_0+C)(\theta-t_1) \qquad (32-1)$$

即

$$c=\frac{(m_0c_0+C)(\theta-t_1)}{m(t_2-\theta)} \qquad (32-2)$$

量热器的热容 C 可以根据其质量和比热容算出．设量热器筒和搅拌器由相同的物质（铜）制成，其质量为 m_1，比热容为 c_1，则

$$C=m_1c_1+C' \qquad (32-3)$$

式中 C' 为温度计插入水中部分的热容。C' 的值可由下式求出：

$$\{C'\}_{\mathrm{J\cdot ℃^{-1}}}=1.9\{V\}_{\mathrm{cm^3}}$$

式中 V 为温度计插入水中部分的体积。$\{C'\}_{\mathrm{J\cdot ℃^{-1}}}$ 表示 C' 以 $\mathrm{J\cdot ℃^{-1}}$ 为单位时的数值，而 $\{V\}_{\mathrm{cm^3}}$ 表示 V 以 $\mathrm{cm^3}$ 为单位时的数值．

量热器的热容 C 也可以用混合法测量. 即先将量热器中加入质量为 m'_0(以 g 为单位)的水,它和量热器的温度为 t'_1,其次将质量为 m''_0(以 g 为单位)温度为 t'_2 的温水迅速倒入量热器中,搅拌后的混合温度为 θ',则根据式(32-1),得

$$m''_0 c_0(t'_2-\theta') = (m'_0 c_0 + C)(\theta' - t'_1)$$

即

$$C = \frac{m''_0 c_0(t'_2-\theta')}{\theta' - t'_1} - m'_0 c_0 \qquad (32-4)$$

但是用混合法测量热器热容 C 时,要注意使水的总质量 $m'_0+m''_0$ 和实际测比热容时水的质量 m_0 大体相等,混合后的温度 θ' 也应和实测时的混合温度 θ 尽量接近才好.

上述讨论是在假定量热器与外界没有热交换时的结论. 实际上只要有温度差异就必然会有热交换存在,因此,必须考虑如何防止或进行修正热散失的影响. 热散失的途径主要有三:第一是加热后的物体在投入量热器水中之前散失的热量,这部分热量不易修正,应尽量缩短投放时间. 第二是在投下待测物后,在混合过程中量热器由外部吸热和高于室温后向外散失的热量. 在本实验中由于测量的是导热良好的金属,从投下物体到达混合温度所需时间较短,可以采用热量出入相互抵消的方法,消除散热的影响. 即控制量热器的初温 t_1,使 t_1 低于环境温度 t_0,混合后的末温 θ 则高于 t_0,并使 (t_0-t_1) 大体上等于 $(\theta-t_0)$. 第三要注意量热器外部不要有水附着(可用干布擦干净),以免由于水的蒸发损失较多的热量.

由于混合过程中量热器与环境有热交换,先是吸热,后是放热,至使由温度计读出的初温 t_1 和混合温度 θ 都与无热交换时的初温度和混合温度不同. 因此,必须对 t_1 和 θ 进行修正. 可用图解法进行,如图 32-3 所示.

实验时,从投物前五六分钟开始测水温,每 10 s 测一次,记下

图 32－3

投物的时刻与温度，记下达到室温 t_0 的时刻 τ_{t0}，水温达最高点后继续测五六分钟，在图 32－3 中，过 τ_{t0} 作一竖直线 MN，过 t_0 作一水平线，二者交于 O 点．然后描出投物前的吸热线 AB，与 MN 交于 B 点，混合后的放热线 CD 与 MN 交于 C 点．混合过程中的温升线 EF，分别与 AB、CD 交于 E 和 F．因水温达室温前，量热器一直在吸热，故混合过程的初温应是与 B 点对应的 t_1，此值高于投物时记下的温度．同理，水温高于室温后，量热器向环境散热，故混合后的最高温度是 C 点对应的温度 θ，此值也高于温度计显示的最高温度．

在图 32－3 中，吸热用面积 BOE 表示，散热用面积 COF 表示，当两面积相等时，说明实验过程中，对环境的吸热与放热相消．否则，实验将受环境影响．实验中，力求两面积相等．

此外，要注意温度计本身的系统误差．设温度计在冰点时读数为 Δ_0，温度计刻度值 1℃ 对应的真实值为 a，则温度计读数为 t'

时,其真实温度

$$t = (t' - \Delta_0)a \quad (32-5)$$

每支温度计的 Δ_0 和 a 值都标在仪器卡片上.

实验内容

1. 将蒸汽锅中加入半锅水,并和加热器连接好之后就开始加热.

2. 用物理天平称衡被测金属块的质量 m,然后将其吊在加热器当中的筒中加热. 筒中插入的温度计要靠近待测物.

3. 按式(32-3)或(32-4)去确定量热器的热容 C.

4. 用烧杯盛低于室温的冷水,称得其质量为 m_{01}. 将冷水倒入量热器$\left(约为其容积的\frac{2}{3}\right)$后再称得烧杯的质量为 m_{02},则量热器中水的质量 $m_0 = m_{01} - m_{02}$.

开始测水温并记时间,每 10 s 测一次,接连测下去.

5. 当加热器中温度计指示值稳定不变后,再过几分钟测出其温度 t_2,就可将被测物体投放入量热器中. 投放时,将量热器置于加热器的下面,打开量热器上部的投入口和加热器下侧的活门,敏捷地将物体放(不是投)入量热器中.

记下物体放入量热器的时间和温度.

进行搅拌并观察温度计示值,每 10 s 测一次,继续 5 min.

6. 按图 32-3 绘制 $t-\tau$ 图,求出混合前的初温 t_1 和混合温度 θ.

7. 将上述各测定值代入式(32-2)求出被测物的比热容及其标准不确定度. 比热容的单位为 $J\cdot kg^{-1}\cdot ℃^{-1}$.

水的比热容 c_0 为 $4.187\times10^3 J\cdot kg^{-1}\cdot ℃^{-1}$. 量热器(包括搅拌器)是铜制的,其比热容 c_1 为 $0.385\times10^3 J\cdot kg^{-1}\cdot ℃^{-1}$.

注意事项

1. 量热器中温度计位置要适中,不要使它靠近放入的高温物

体，因为未混合好的局部温度可能很高.

2. t_1 的数值不宜于比室温低得过多(控制在 2～3 ℃左右即可)，因为温度过低可能使量热器附近的温度降到露点，致使量热器外侧出现凝结水，而在温度升高后这凝结水蒸发时将散失较多的热量.

3. 搅拌时不要过快，以防止有水溅出.

回答问题

如果用混合法测液体的比热，说明实验应如何安排.

[附记]

温度计插入水中部分的热容可如下求出.已知水银的密度为 $13.6\,\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$，比热容为 $0.139\,\mathrm{J\cdot g^{-1}\cdot ℃^{-1}}$，其 $1\,\mathrm{cm^3}$ 的热容为 $1.89\,\mathrm{J\cdot cm^{-3}\cdot ℃^{-1}}$. 而制造温度计的耶那玻璃的密度为 $2.58\,\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$，比热容为 $0.83\,\mathrm{J\cdot g^{-1}\cdot ℃^{-1}}$，其 $1\,\mathrm{cm^3}$ 的热容为 $2.14\,\mathrm{J\cdot cm^{-3}\cdot ℃^{-1}}$，它和水银的很相近，因为温度计插入水中部分的体积不大，其热容在测量中占次要地位，因此可认为它们 $1\,\mathrm{cm^3}$ 的热容是相同的. 设温度计插入水中部分的体积为 V(以 $\mathrm{cm^3}$ 为单位)，则该部分的热容 C'的数值可取为$\{C'\}_{\mathrm{J\cdot ℃^{-1}}}=1.9\{V\}_{\mathrm{cm^3}}$. V 可用盛水的小量筒去测量.

[附] 电热法测固体的比热容

仪器和用具

量热器，温度计(2支，1/10 ℃)，物理天平，停表，安培计(0.5级，0～2 A)，伏特计(0.5级，0～15 V)，加热器，直流稳压电源，变阻器，待测物(圆柱形铝块2块)，小量筒，蒸馏水.

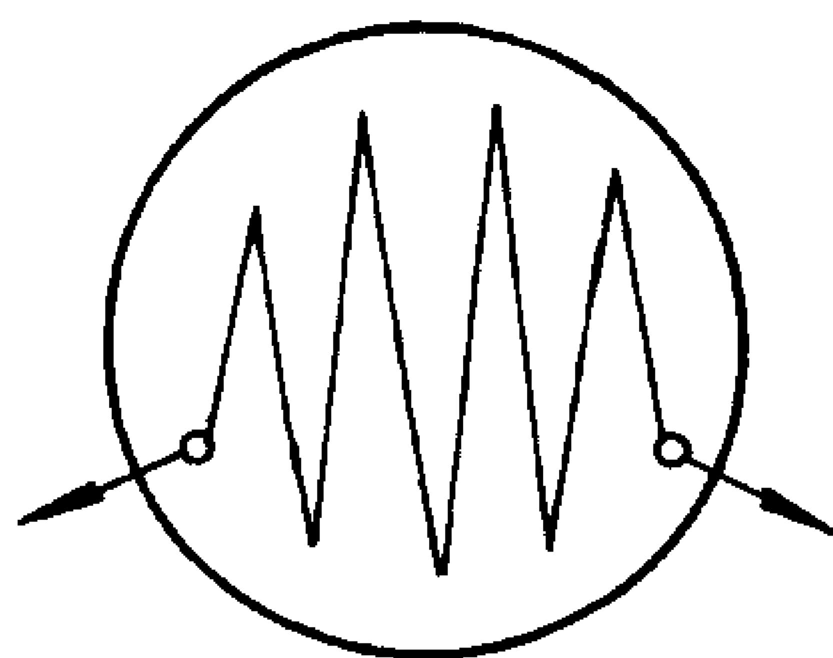


图 32-4

加热器(图32-4)，用一段细的电阻线(6～8 Ω)穿在一片塑料薄膜上，上下加一层薄膜绝缘.

原理

实验布置如图32-5，加热器夹在二圆柱体之间置于量热器中，注入水.联结电路，加热器两端电压为U电流为I，在时间τ内放出热量为$UI\tau$.其热量使量热器整体的温度由t_1升至t_2，假设量热器与外界无热交换，则下式成立：

$$UI\tau = (mc + m_0c_0 + m_1c_1 + C_1 + C_2)(t_2 - t_1) \tag{32-6}$$

m为被测物质量，c为其比热容，m_0为量热器中水的质量，c_0为水的比热容，m_1为量热器质量，c_1为其比热容，C_1为加热器热容，C_2为温度计插入水中部分的热容.

变换式(32－6)可得测量 c 的公式为

$$c = \frac{1}{m}\left(\frac{UI\tau}{t_2 - t_1} - m_0 c_0 - m_1 c_1 - C_1 - C_2\right) \qquad (32-7)$$

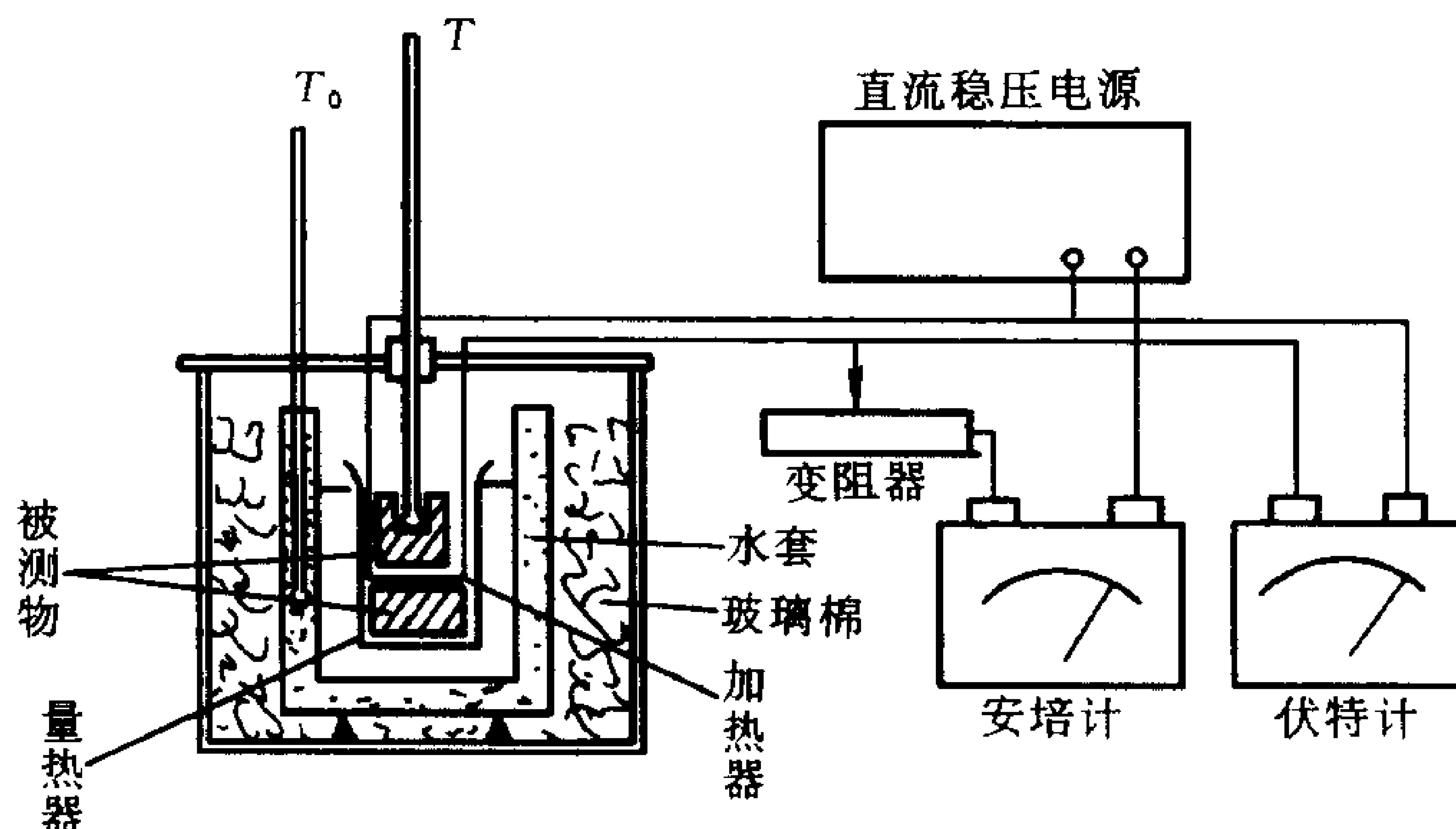


图 32－5

实际实验时，量热器的温度有较长的时间比环境温度高，因此实验过程必然有热散失，实际测得的 t_2 小于无热交换时之值，如用式(32－7)求 c 就必需对 t_2 进行修正，特别此实验时间较长，修正就更必要.

牛顿冷却定律指出，物体温度 t 与环境温度 t_0 相差较小时，在短时间 $d\tau$ 内由于物体表面辐射散失的热量 dQ 的速率与温差 $(t - t_0)$ 成比例，即

$$-\frac{dQ}{d\tau} = k_0(t - t_0) \qquad (32-8)$$

式中的 k_0 是由物体表面状态决定的常量，将上式改写成

$$dQ = -k_0(t - t_0)d\tau$$

设物体的热容为 C，在散失热量 dQ 之后，温度变化为 dt，则 $dQ = Cdt$，将此代入上式，并令 $k = k_0/C$，则

$$dt = -k(t - t_0)d\tau \qquad (32-9)$$

在时间 τ 到 τ' 的期间内，由散热引起的温度变化 Δt 为

$$\Delta t = -k\int_{\tau}^{\tau'}(t - t_0)\mathrm{d}\tau \qquad (32-10)$$

精确计算 Δt，需要知道温差 $(t-t_0)$ 和时间 τ 之间的函数关系. 由于 Δt 是一修正值，在此用图解法去处理.

实验时从通电开始，每 1 min 测一次 t 和 t_0（水套中的水温），断电后继续测 20 min. 以时间 τ 为横座标，温度为纵座标画出 $t-\tau$ 和 $t_0-\tau$ 两条温度变化曲线（图 32-6）. 用图解法求式（32-10）的积分值，即图线 t 和 τ 轴所包围的面积与图线 t_0 和 τ 轴包围面积之差. 分两步进行：

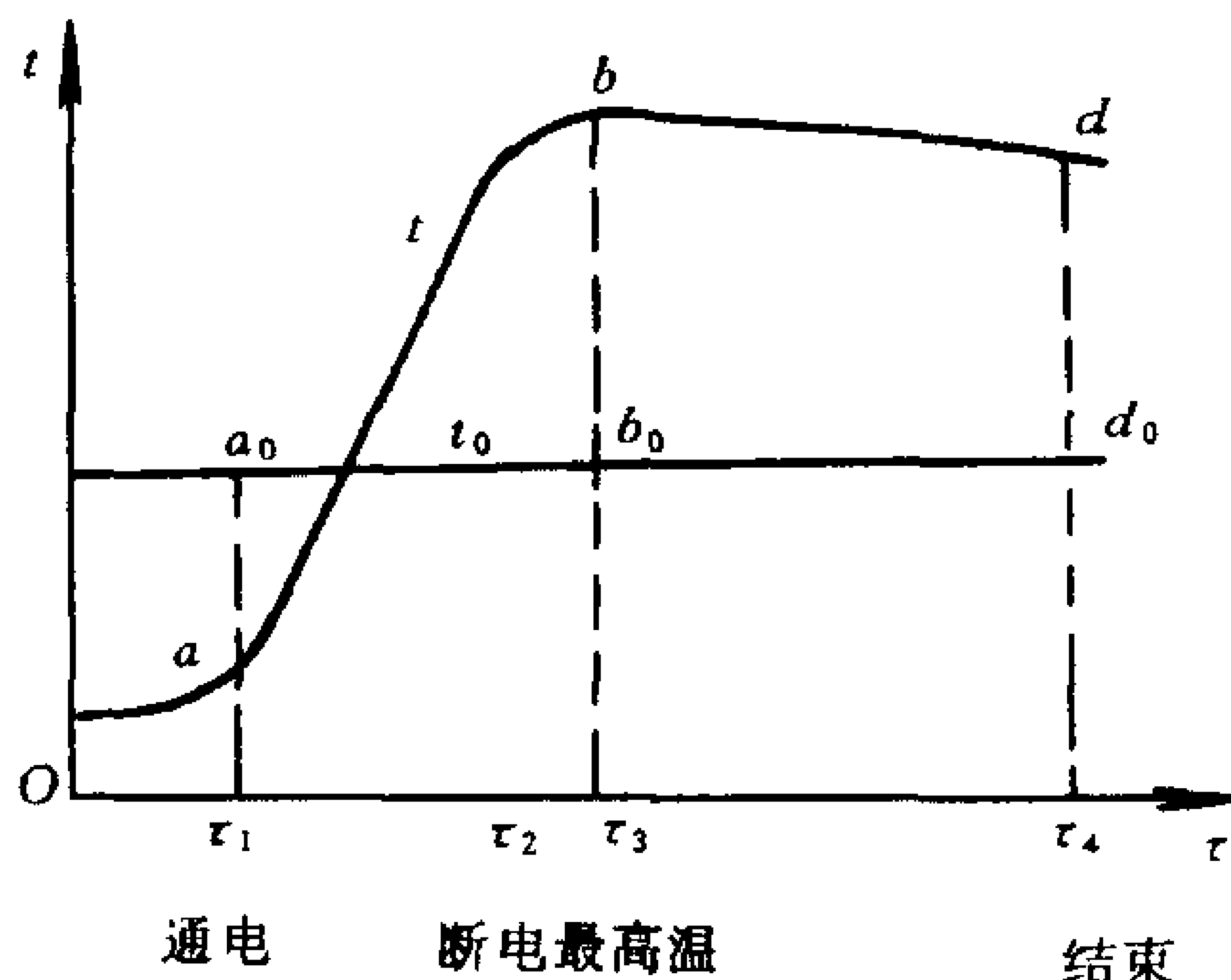


图 32-6

(1) 求 k 值

从量热器到达最高温度以后的曲线，查出 b、d 二点的温度 t_b、t_d 以及 bdd_0b_0 的面积 S_1，根据式（32-10）得

$$t_d - t_b = -k\cdot S_1$$

所以 $$k = (t_b - t_d)/S_1 \qquad (32-11)$$

(2) 求 Δt

利用从通电到最高温度这一段曲线，从 $ab\tau_3\tau_1$ 的面积 S_2 和 $a_0b_0\tau_3\tau_1$ 的面积 S_3，得

$$\Delta t = -k(S_2 - S_3) \qquad (32-12)$$

式中负号表示散热降低的温度，则式(32－7)中的 t_2 应为 $t_b-\Delta t$ (Δt 为负值).

实验内容

1. 测量被测物质量 m，量热器质量 m_1.

2. 将低于水套温度 3～4 ℃的冷水倒入量热器中，漫过被测物，水的质量为 m_0.

3. 联好电路，调节电流在 1.0～1.3 A 之间，调要快，调好后断电.

4. 用温度计 T、T_0 开始测温并开始计时，以后每经过 1 min 测一次温度，直到实验结束.

在第 2 min 末开始通电，记下伏特计和安培计指示值. 在量热器水温升高 7～8 ℃时断电，断电后继续测温 20 min.

5. 用小量筒测出温度计插入水中部分的体积 V，则 $\{C_2\}_{J\cdot℃^{-1}}=1.9\{V\}_{cm^3}$，$\{C_2\}_{J\cdot℃^{-1}}$ 表示 C_2 以 J·℃$^{-1}$ 为单位时的值，$\{V\}_{cm^3}$ 表示 V 以 cm^3 为单位时的值.

6. 从仪器卡片上抄下加热器的 C_1 值.

7. 绘制 $t-\tau$ 和 $t_0-\tau$ 图线，并根据式(32－11)、(32－12)求 k 及 Δt，最后求被测物比热容 c.

计算时，τ 为通电时间，t_2 为 $t_b-\Delta t$，$t_1=t_a$，其中 t_a、t_b 已按式(31－7)修正过.

水的比热容 c_0 取 4.187×10^3 J·kg^{-1}·℃$^{-1}$，量热器(铜制)的比热容 c_1 取 0.385×10^3 J·kg^{-1}·℃.

注意

1. 往量热器中倒水要仔细，防止撒在外面.

2. 调节电流一定在量热器中倒入水之后.

3. 时间要记准.

实验三十三　水的汽化热的测定

目的

用量热器测定水在沸腾时的汽化热.

仪器和用具

量热器,温度计$\left(\frac{1}{10}℃\right)$,冷凝器(铜制),天平,蒸汽发生器,蒸汽过滤器,小量筒.

实验装置的布置如图 33 - 1 所示,从蒸汽发生器 A 出来的蒸汽,经过蒸汽过滤器 B 将蒸汽中的小水滴分离出之后进入冷凝器 C. 在冷凝器中蒸汽凝结成水,放出的热量使量热器及其中的水和冷凝器的温度升高.

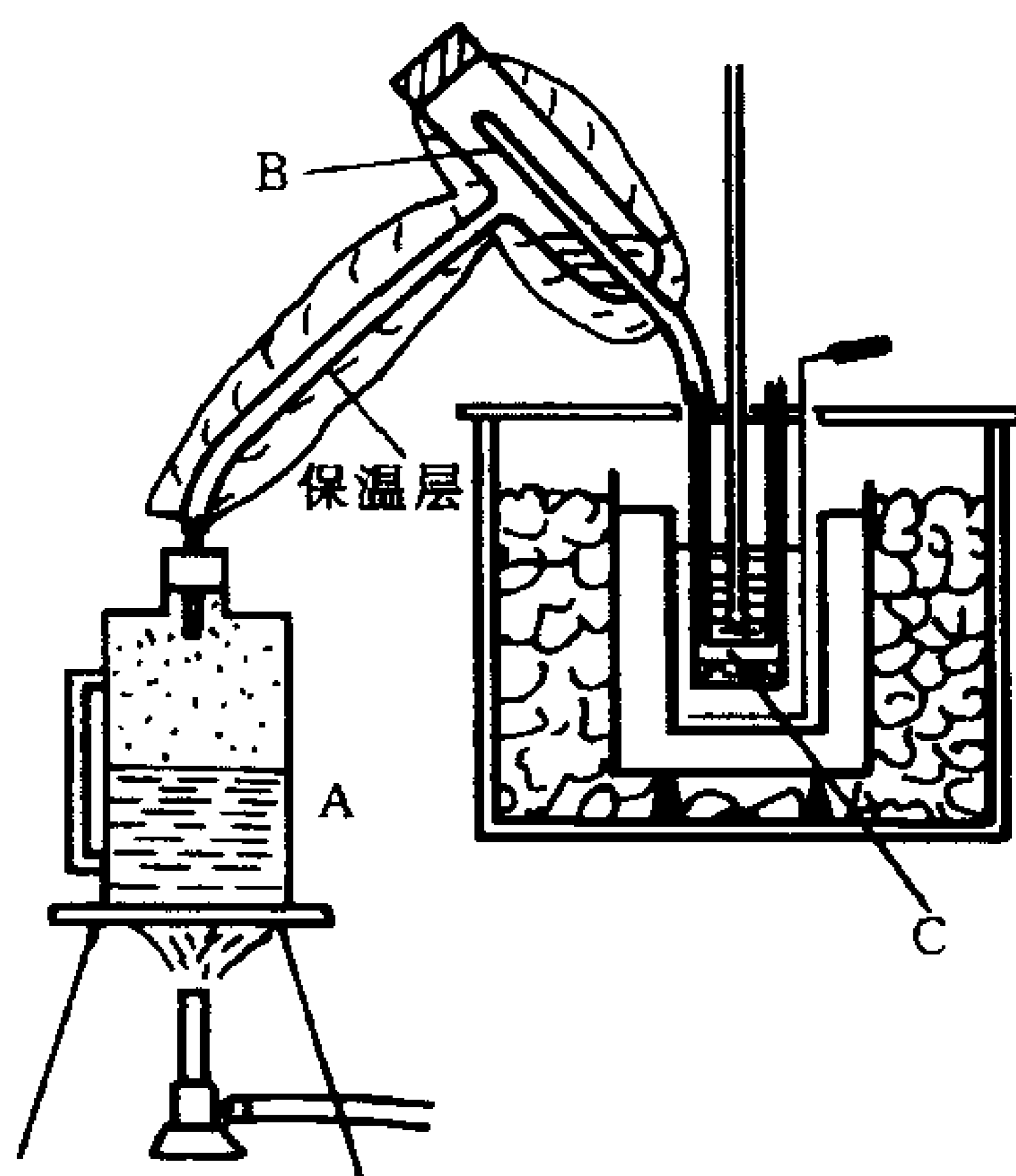


图 33 - 1

原理

物质由液态向气态转化的过程称为汽化. 在物质的自由表面上进行的汽化称为蒸发. 如果液体内部的饱和汽泡膨胀,以致上升到液面后破裂,这样的汽化过程称为沸腾.

在液体中总有一些运动速率大(即动能大)的分子飞离表面而成为气体分子,随着这些高速分子的逸出,液体的温度将要下降,若要保持温度不变,就需要外界不断地供给热量. 1 kg 的液体汽化时所吸收的热量就是该物质的汽化热. 汽化热与汽化时的温度有关,温度升高时汽化热减小. 因为随着温度的升高,液相与气相之间的差别将逐渐减小.

物质由气态向液态转化的过程称为凝结. 凝结时要放出在同一条件下汽化时所吸收的热量. 本实验即从测量凝结时放出的热量来测定水的汽化热.

设有质量为 m 沸点温度为 t_2 的蒸汽凝结成水并降温至 θ,蒸汽放出的热量使量热器整体的温度从 t_1 升至 θ,则蒸汽放出的热量为 $mL+m(t_2-\theta)c_0$,L 为水在沸点时的汽化热,c_0 为水的比热容,而量热器整体吸收的热量为$(m_0c_0+m_1c_1+m_2c_2+C')(\theta-t_1)$,$m_0$ 为量热器中原有水的质量,m_1 为量热器(包括搅拌器)质量,c_1 为其比热容,m_2 为冷凝器质量,c_2 为其比热容,C'为温度计插入水中部分的热容,C'的数值为$\{C'\}_{\mathrm{J\cdot ℃^{-1}}}=1.9\{V\}_{\mathrm{cm^3}}$,$V$为温度计插入水中部分的体积,$\{C'\}_{\mathrm{J\cdot ℃^{-1}}}$表示 C'以$\mathrm{J\cdot ℃^{-1}}$为单位时的数值,$\{V\}_{\mathrm{cm^3}}$表示 V 以 $\mathrm{cm^3}$ 为单位时的数值. 假设没有其他的热损失,则下式成立:

$$mL+m(t_2-\theta)c_0 \\ =(m_0c_0+m_1c_1+m_2c_2+C')(\theta-t_1) \tag{33-1}$$

即

$$L=\frac{1}{m}(m_0c_0+m_1c_1+m_2c_2+C')(\theta-t_1)-(t_2-\theta)c_0 \tag{33-2}$$

本实验就根据此式测量水的汽化热 L.

测量液体的汽化热，要使误差小于1%是很困难的. 误差的主要来源是：(1)向冷凝器通蒸汽时由管道传导的热量，(2)蒸汽中带来的小水滴，(3)量热器的散热. 虽然在装置上和测量时可采取一些措施，但精确修正是较困难的.

实验内容

1. 蒸汽发生器加水之后，连接上蒸汽过滤器，并给蒸汽发生器加热.

2. 分别称衡量热器质量 m_1 和冷凝器质量 m_2 后，将冷凝器放在量热器中.

3. 用烧杯盛冷水称出其质量 m'，将水倒入量热器中 $\left(\text{量热器高的}\frac{3}{4}\right)$ 后，再称出烧杯质量 m''，则倒入量热器中水的质量为 $m_0 = m' - m''$(最好使水温低于室温 5 ℃左右).

4. 将温度计插入量热器中. 开始测水温并计时，以后每 1 min 测一次. 当蒸汽从 B 喷出一段时间之后，将其和冷凝器接通，记录接通的时间并在不断搅拌中继续测温度.

设水的初温为 t_1，室温为 t_0，当水温和室温之差接近于 $t_0 - t_1$ 时停止通汽，并继续搅拌，注意测出最高的温度值 θ.

5. 取出冷凝器，擦干其外侧，称出其质量 m_2'，则凝结水的质量 $m = m_2' - m_2$. 但是考虑到在通蒸汽时，可能有一部分小水滴被带入凝结器中，而其凝结热却散在外面，为了修正其影响可用一小烧杯在 B 的喷气口外(离 B 适当远些，防止蒸汽喷到烧杯上)，接取和在实验中通汽相同时间内喷出的小水滴，设其质量为 δm，则凝结水的质量 $m = m_2' - m_2 - \delta m$.

6. 测量温度计插入水中部分的体积 V.

7. 计算汽化热 L 及其标准不确定度.

开始通汽时，水的初温 t_1 为通汽开始时温度计读数按式(0－

2-10)修正后之值，t_2 即当时大气压下水的沸点，可从附表中查出.

8. 按上述各步骤重复测一次.

回答问题

实验时凝结水的质量是不多的，能否设计一小型电加热器，将蒸汽发生器和过滤器结合在一起.

[附记]

《物理实验》1990 年第 6 期 256 页上有一新设计可参考.

实验三十四　冰的熔化热的测定

目的

1．用电加热法测定冰的熔化热；

2．学习消除测量系统热散失的影响．

仪器和用具

保温瓶，冰槽，电加热器，橡胶塞，玻璃管，直流电源，伏特计，安培计，停表．

原理

将一定量的冰水混合物装满在保温瓶中，给浸没在冰水中的电阻丝通以电流 I，设电阻丝两端的电势差为 U，则在 t 时间内，供给冰水混合物的热量 Q 等于

$$Q = UIt \tag{34-1}$$

若热量 Q 全部用来使质量为 m 的冰熔化为水，则冰的熔化热 L 为

$$L = \frac{Q}{m} \tag{34-2}$$

已知，在 0℃ 时冰的密度 $\rho_1 = 0.917\ \mathrm{g/cm^3}$，水的密度 $\rho_2 = 0.999\,87\ \mathrm{g/cm^3}$，质量为 m 的冰熔化为水时，体积减小 ΔV，则

$$\Delta V = V_{冰} - V_{水} = \frac{m}{\rho_1} - \frac{m}{\rho_2} = \frac{(\rho_2 - \rho_1)m}{\rho_1\rho_2} \tag{34-3}$$

所以

$$L = \frac{UIt(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_1\rho_2\Delta V} \tag{34-4}$$

为了测量 ΔV，实验装置如图 34－1 所示，预先将冰水混合物装满保温瓶，瓶口用橡胶塞密封，塞上插有一根细玻璃管 A 和另

一附有活塞 P 的粗玻璃管 B，细管上刻有一标记，粗管上有刻度．开始时，用 0℃ 的水注入细管，水柱上端刚好在标记处．实验过程中，冰熔化为水，体积缩小，水柱下降，操作活塞杆 C，使细管中的水柱保持在标记处，从活塞移动距离可测出 ΔV 值．为了使测量系统中的冰和水在恒定的压力与温度下进行，整个保温瓶浸在冰和水的浴糟中．

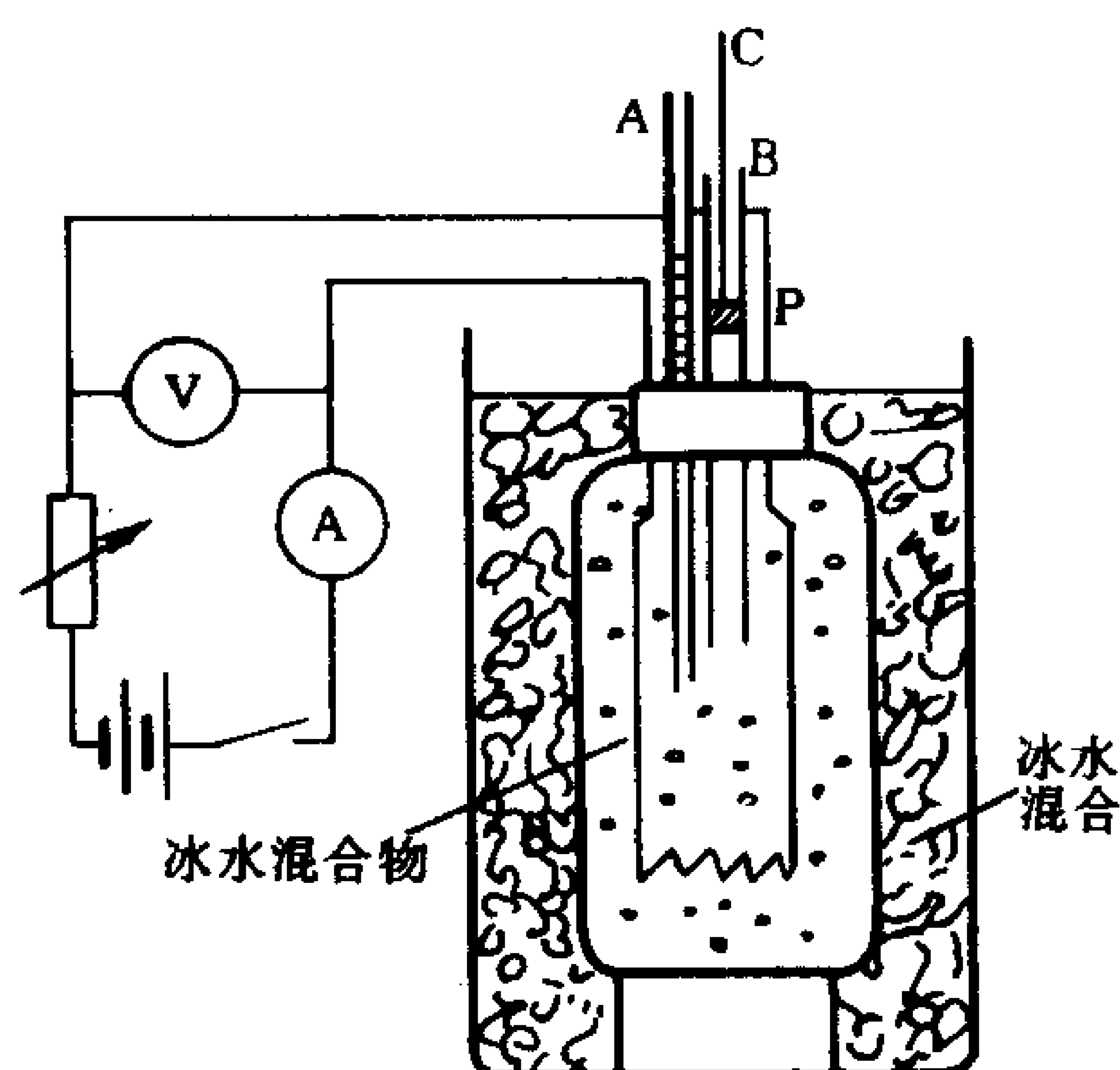


图 34－1

实验内容

1．将敲得很细的用蒸馏水冻的冰和 0 ℃ 的水充分混合，灌满保温瓶并密封，细管中水灌到标记处，将整个系统浸没在冰水浴槽中．

2．由于保温瓶中冰水混合物会从周围环境吸收热量，冰慢慢熔化，要随时调节活塞位置使细管中水柱位于标记处．

在通电前每隔 10 min 记录 1 次活塞位置与相应的时刻，测 5 ~6 次．

3．通电，注意调节活塞，记录活塞位置与时刻间隔约 30 s．观察电流、电压值有无变化并记录．

4．断电，继续记录几次．

5. 作 $\Delta V-t$ 图(活塞内径由实验室提供),参照实验三十二作散热修正,求出冰仪仅吸收电加热器释放热量 Q 的 ΔV 值.

6. 求出结果并评价.

实验三十五　水的沸点与压强关系的研究

目的

研究水的沸点随压强而变化的规律.

仪器和用具

1. 低于大气压时

烧瓶,冷凝器,压强计,抽气机,温度计.

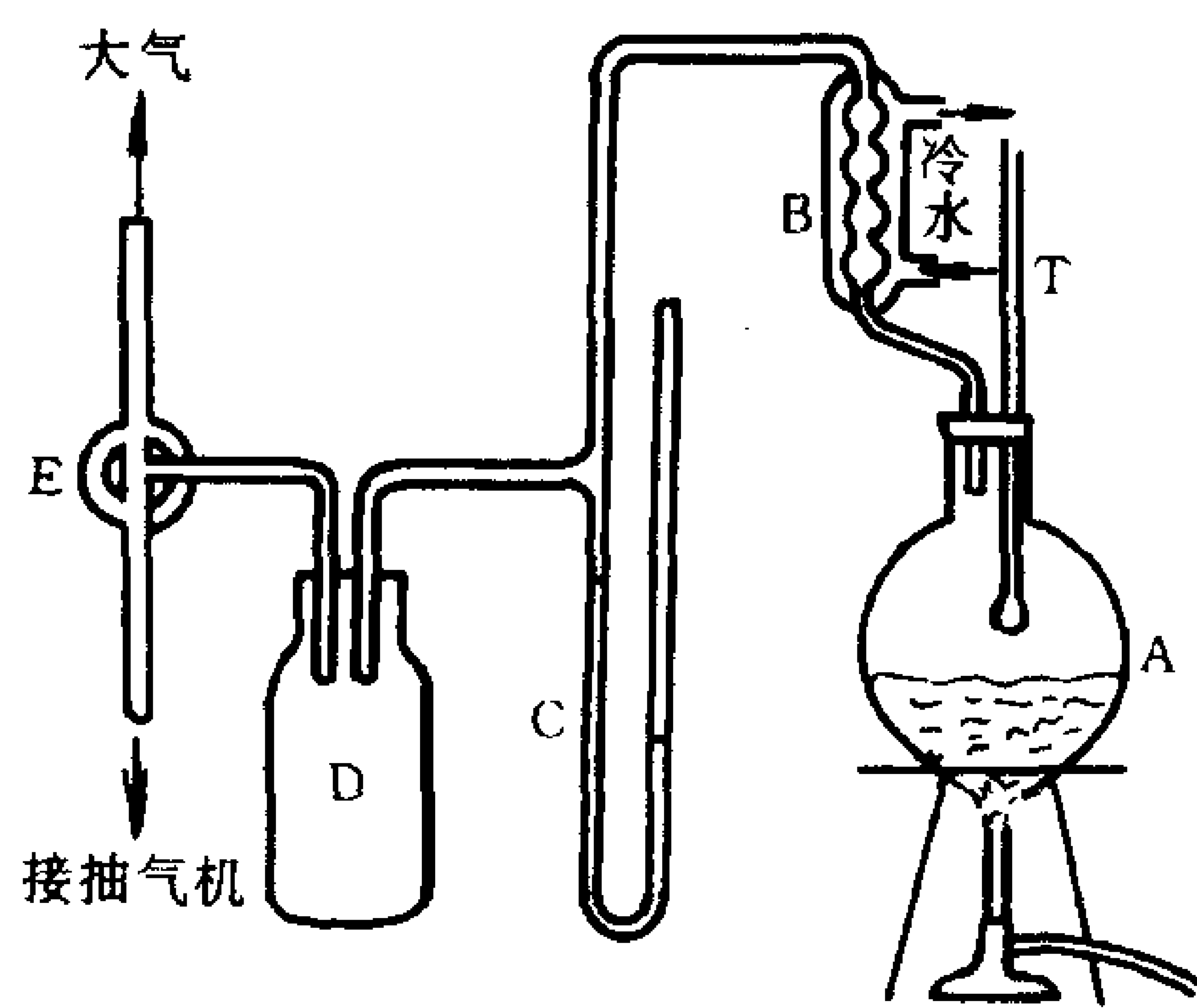


图 35－1

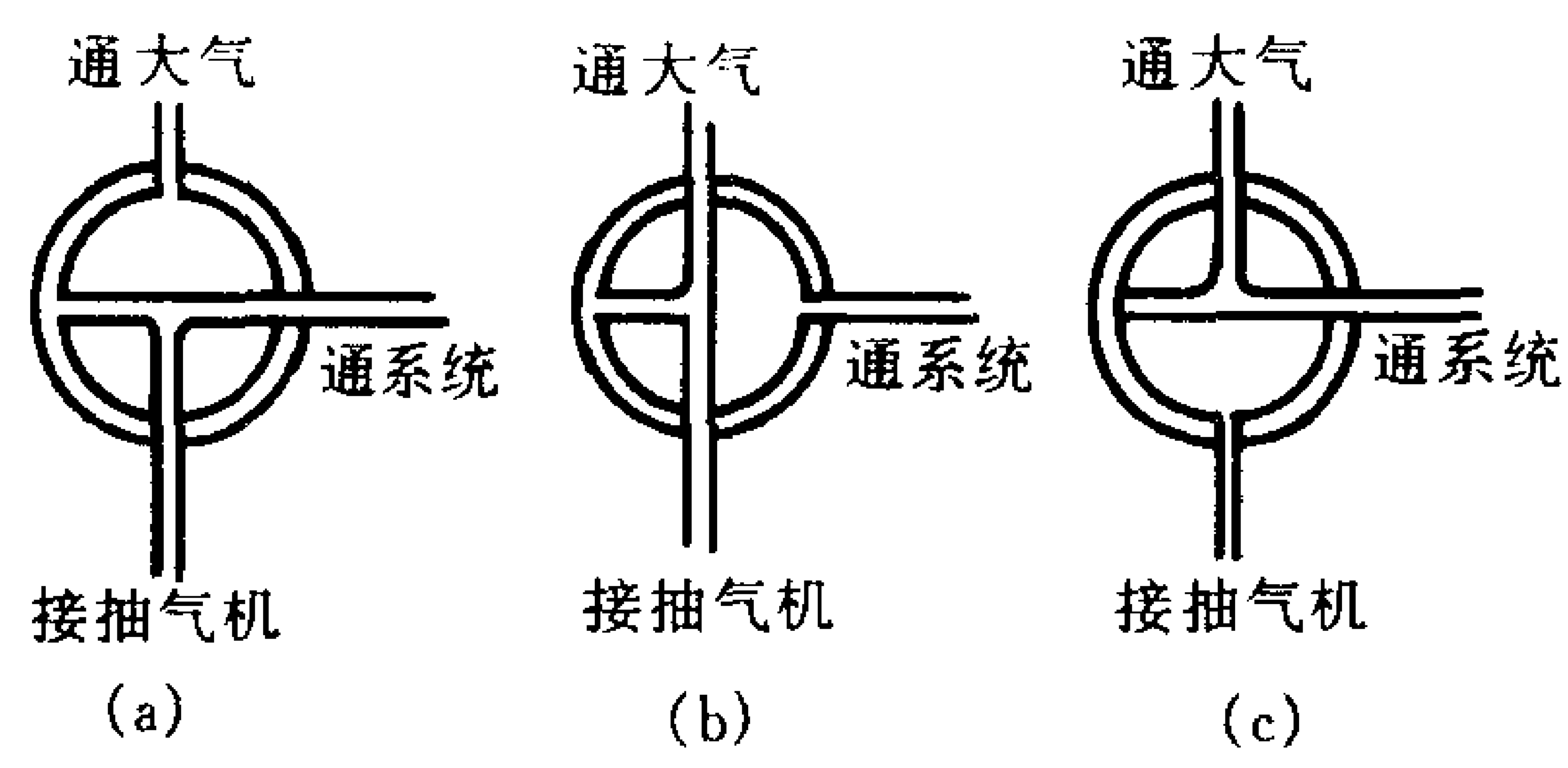


图 35－2

图 35-1 为装置示意图. A 为烧瓶,T 为温度计,B 为冷凝器,能将水蒸气凝结成水送回烧瓶 A 中,以保持系统内的压强不变,C 为压强计,D 为起稳压作用的玻璃瓶,E 为三通阀,其三端分别通测量系统、抽气机和大气(图 35-2).

2. 高于大气压时

高压锅,压强计(25 N/cm^2),温度计,滑轮及砝码(20 g 的 7 个). 仪器布置如图 35-3.

实验方法

当液体内部的饱和汽压与液体表面的压强相等时,液体开始沸腾,这时从液体内部产生大量气泡. 当液体表面压强增大时,沸点也随之升高,液体表面压强减小时,沸点也降低.

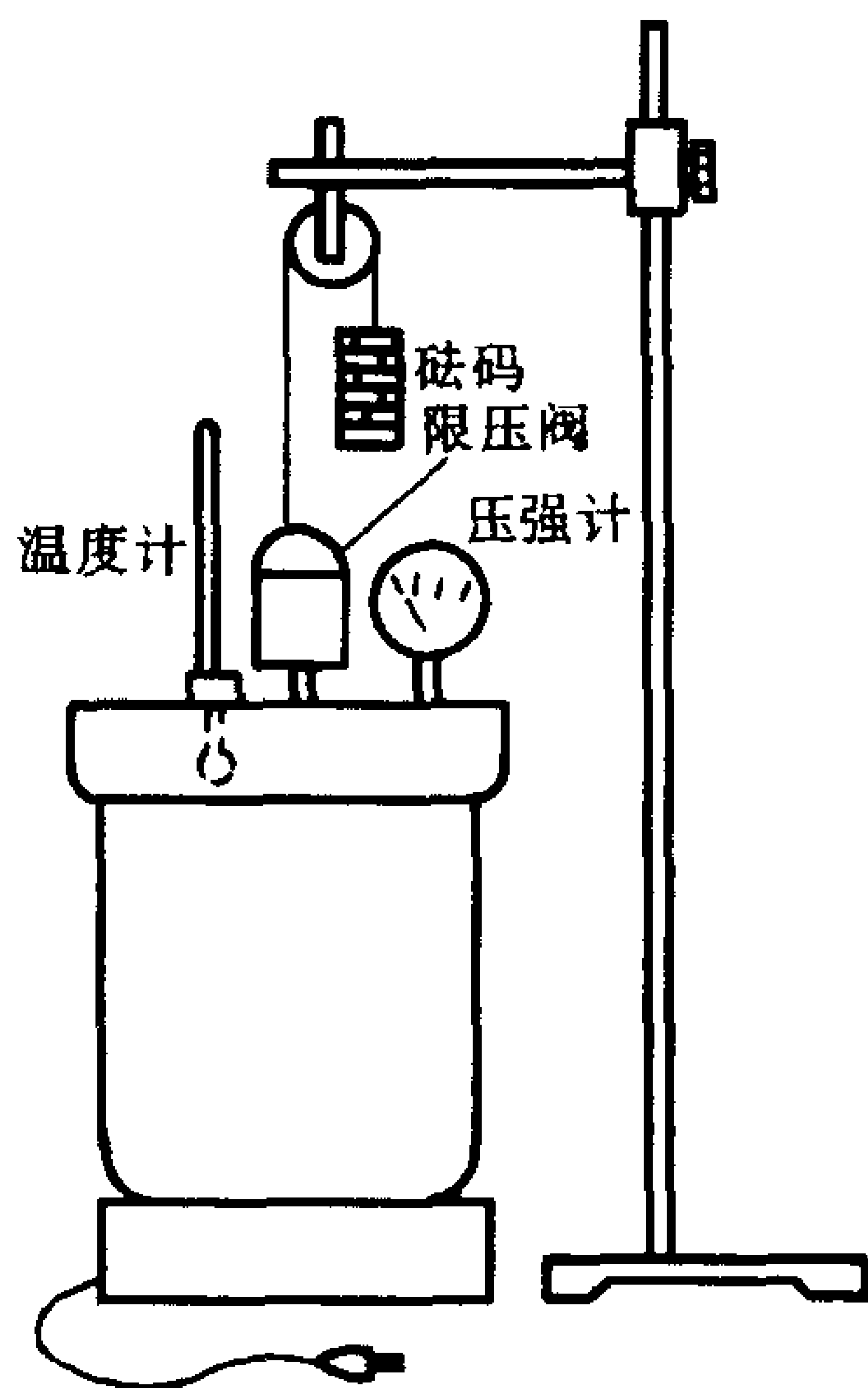


图 35-3

液体表面压强小于大气压时,研究沸点与压强关系使用如图 35-1 的装置. 先用抽气机降低密闭系统 ABCD 内的压强到某一值. 给烧瓶 A 加热,使其中水汽化,密闭系统中由于水蒸气的增加其压强将增大. 为了使系统的压强稳定在某一数值,冷凝器(由流水冷却)将进入其中的水蒸气凝结成水再送入烧瓶 A 中,这样继续加热烧瓶,其中的水将沸腾,由压强计和温度计测出沸腾时的压强和温度. 其次,转动三通阀,系统的压强改变后,再测其相应的沸点.

压强大于大气压时,沸点与压强的关系可用以下两种方法去研究.

1. 利用图 35-3 所示的高压锅装置,它是将压强计和温度计

固定在锅盖上，限压阀和砝码分别挂在滑轮的两侧．高压锅内的压强由限压阀的压力所控制，当高压锅内气体的压强增大到足以顶开限压阀时，锅内液体即开始沸腾，其压强和相应的沸点可从压强计和温度计读出．

绕过滑轮所挂的砝码是用来改变限压阀对高压锅喷嘴的压力．例如，限压阀重 130 g，砝码重 60 g，则限压阀对喷嘴的压力为 70 g．改变所挂砝码数，就可改变对喷嘴的压力．当给高压锅内液体加热使之沸腾时，锅内气体的压强及沸腾液体的温度将随所挂砝码的多少而变化．

2．用饱和气压法测定高压下沸点与压强的关系

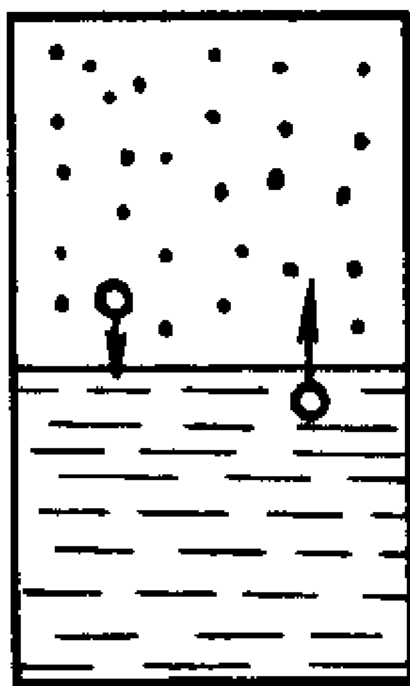


图 35－4

由液体的沸腾条件得知，在液体内或气壁上小气泡内的饱和蒸气压等于外压强时，液体才能沸腾．因此，外压强与沸点的关系，就是饱和蒸气压与其相应温度的关系．如图 35－4 所示，如果在密闭容器中，只有水及其蒸气，由于水变蒸气与蒸气凝结为水的过程平衡，水面上蒸气的压强就是该温度下的饱和气压．如果我们在实验中测定各不同温度下的饱和蒸气压，即可得到饱和蒸气压和温度的关系，亦即外压强和沸点的关系．实际上，在任何密闭容器内，不会是纯二相系统，总或多或少地残存着其他气体，在液面上压强总是稍大于饱和蒸气压（因为液面上的压强为饱和蒸气压与残存气体压强之和）．因此，在密闭容器中的液体加热时，总不会出现沸腾现象．

实验装置用图 35－3 中的高压锅，去掉外面悬挂的砝码．为了尽可能排除系统内的空气，在不盖限压阀的情况下，利用水蒸气排出空气，当大量蒸气喷出几分钟后，可以认为高压锅内基本上是二相系统了．盖阀封闭系统，缓慢加热，使系统处于平衡过程，测定在升温过程中各温度对应的压强，就可得出温度与饱和气压的关系．

实验内容

一、压强低于大气压时

1. 用图 35－1 的装置,烧瓶 A 中装半瓶水. 将三通阀转到图 35－2(a)的位置,用抽气机抽出系统内空气,使内外压强差达 9 N/cm^2 以上. 其次,将三通阀转到图 35－2(b)的位置. 观察系统内压强是否稳定. 如有漏气要查出漏气点加以密封. 当系统不漏气后方可进行以下的实验.

2. 系统内外压强差维持在 9 N/cm^2 以上. 三通阀转到图 35－2(b)的位置(抽气机停止运转). 给烧瓶中水加热并给冷凝器通冷却水.

当烧瓶中水沸腾后,记下压强计及温度计读数.

3. 转动三通阀到图 35－2(c)的位置,使系统与大气相通,使压强差减少约 0.5 N/cm^2,旋即将三通阀转到图 35－2(b)的位置,再测出沸腾时的温度及压强值.

4. 逐次减小压强,重复上述测量,直到内外压强一致时为止.

5. 用气压计测出大气压强.

6. 用以上的数据作沸点－压强图. 压强为大气压减去所测压强差.

二、压强大于大气压时

[方法一] 沸腾法

1. 使用图 35－3 的装置,高压锅内装$\frac{1}{3}$的水. 盖好盖后用适量砝码平衡限压阀. 给高压锅加热,当锅内水沸腾时,读出压强计及温度计读数.

2. 每减少 20 g 砝码测量一次压强和温度,直到全部砝码完全取下为止.

3. 将测量数据标到前述的沸点－压强图上. 压强为大气压

加上压强计读数.

［方法二］ 饱和气压法

1. 使用图 35－3 的装置,去掉全部砝码. 在不盖限压阀的情况下,将水加热至沸腾,并继续 3～5 min,尽量排除高压锅中的空气,记下沸腾时的温度及压强.

2. 盖阀后,系统成为二相密闭系统,缓慢加热使系统温度缓缓上升(来得及读数即可),温度每升高 4 ℃记录一次温度及压强,120 ℃以后每隔 2 ℃记录一次.

3. 将这些数据标在第一部分的沸点－压强图上.

注意事项

1. 当烧瓶 A 加热时,不要使用抽气机,以防止水蒸气进入抽气机的油中. 因为抽气机油中混入水蒸气将降低它的性能.

2. 高压锅产生的是高温蒸气,要注意安全,防止蒸气烫手.

3. 限压阀上不许再加负载,以防超压发生危险.

4. 高压锅加盖时要经教师检查锅中水量,防止烧干.

5. 停止加热后,在压强计指示"0"以前,不许拿下限压阀,否则高压高温蒸气将猛烈喷出,危及安全! 为加快锅内降温,可将湿手巾放到高压锅盖上.

6. 从高压锅上读数时,只能在高压锅旁侧进行,在任何情况下,头部不许探到高压锅上方,切记!

回答问题

在低于大气压时考查沸点与压强的关系,具体说明能否不用抽气机去进行实验?

［附记］

关于在高压锅上安装仪表的建议

高压锅上要安装两件测试仪器,压力表和温度计. 压力表的安装比较容易,只要在易熔塞的位置上,按压力表接头外径扩孔,就

可以将压力表安装上．安装温度计比较麻烦，可参考图 35－5 进行安装．图中 a 是一个内径稍大于温度计直径，表面有丝扣的金属套管（可用汽车内胎的汽门嘴，截去 3～4 cm），将此套管用螺母 b 紧固于压力表的对称位置上．与锅盖接触处垫上胶垫 c，防止漏气．再取一橡胶塞 d，在中间打一孔，孔的上一半略小于套管 a，下一半略小于温度计．将温度计穿过套管，插进橡胶塞中，露出水银泡，再将胶塞拧到套管 a 上．温度计伸入锅内部分的长度要小于锅盖的高度，以保护温度计．胶塞与胶垫起密封作用．为了防止胶塞脱落使温度计掉下，可在盖上温度计根部，套上一小段胶管 e.

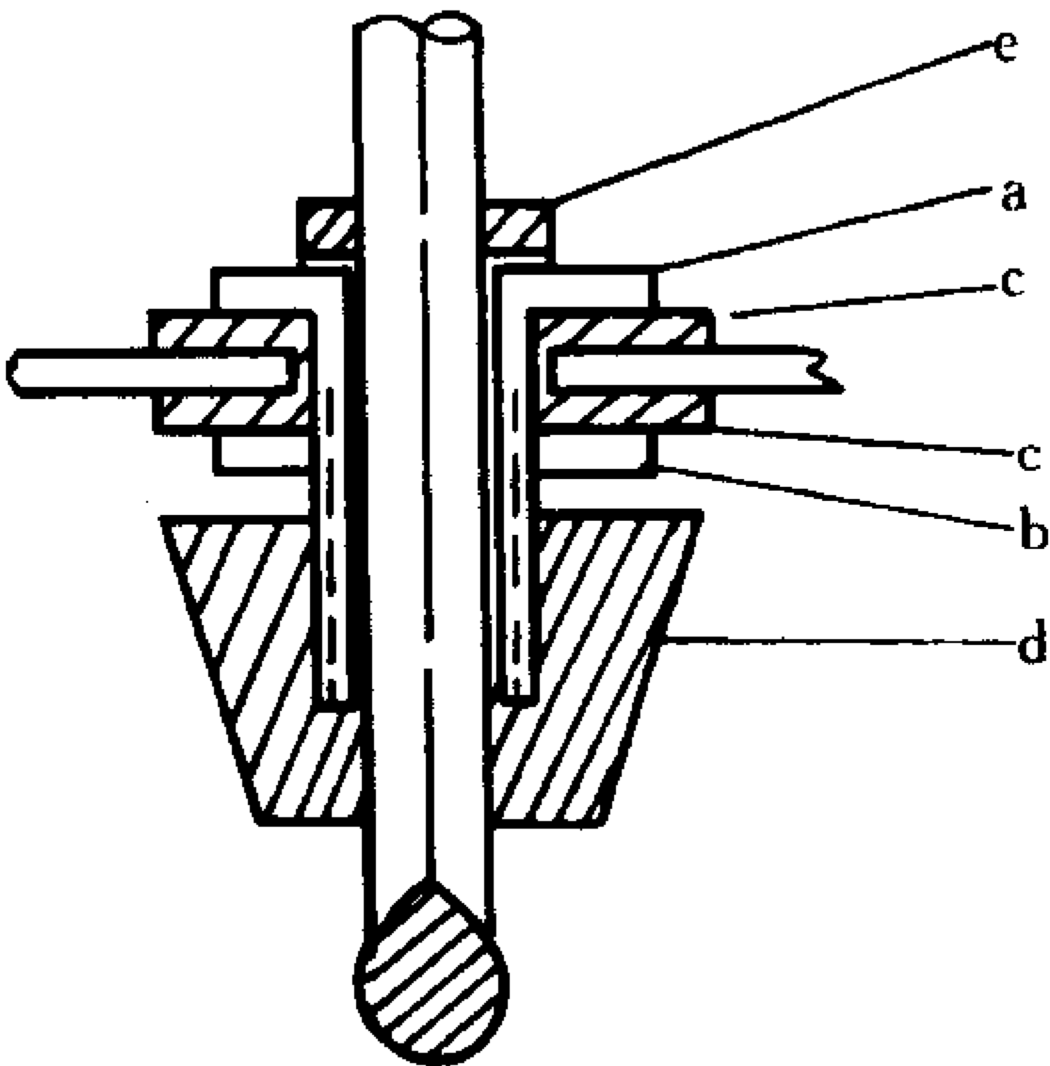


图 35－5

实验三十六　良导体导热系数的测定

目的

1. 用稳定流动法测定铜的导热系数；
2. 学习用温差电偶测量温度的方法.

仪器和用具

导热系数测定仪，恒水位器，温度计（两支），铜－康铜温差电偶，灵敏电流计，物理天平，停表，可变电阻箱，烧杯.

导热系数测定仪如图 36－1 所示，AB 为待测材料（铜）制的圆柱体，其一端装有 75 W 电烙铁芯（或装有用蒸汽加热的金属盒），通电后成为高温端，另一端绕有螺旋形水管，冷却水从 M 流入，自 N 流出，形成低温端. 自 N 流出的水，由于吸收了从圆柱体高温端传导来的热量，而温度升高，此温度由温度计读出.

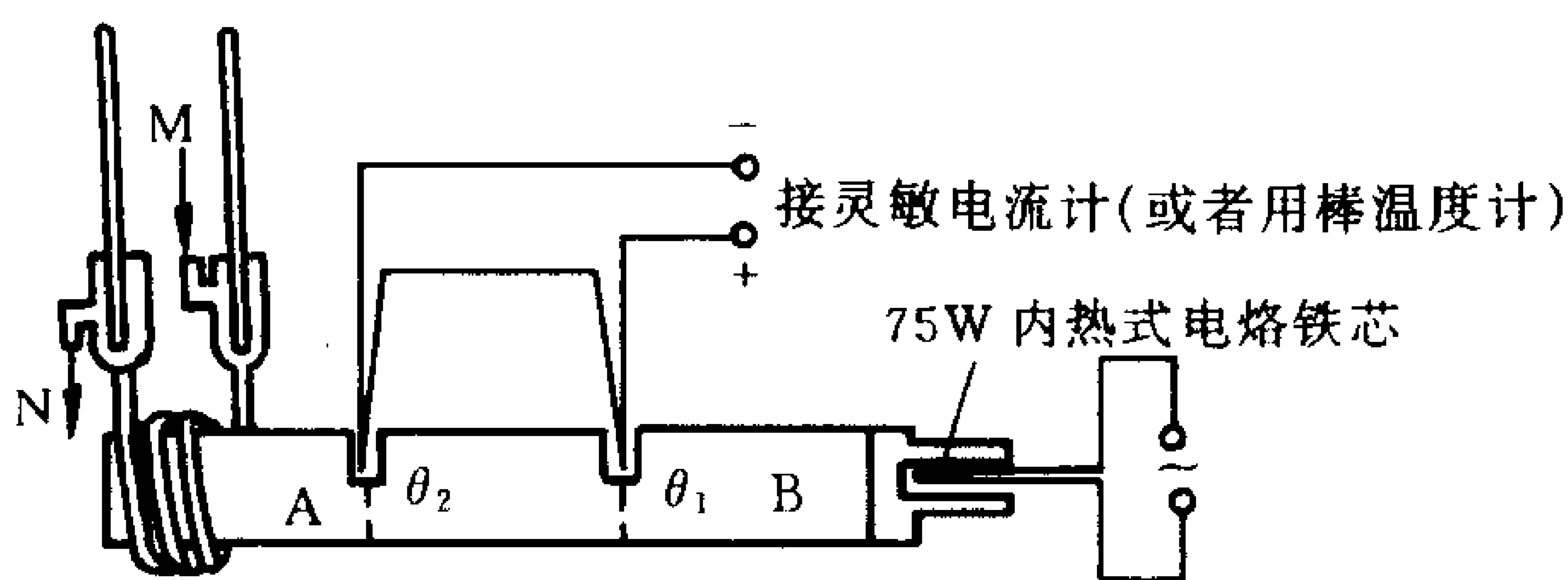


图 36－1

为了保持实验时通过圆柱体各处的热量恒定，防止从圆柱体侧面向外界散发热量，将整个圆柱体用石棉绳缠绕并放在保温木箱中.

为保持高温端电加热热源的加热功率恒定，供电的交流电源要用电子交流稳压器稳压，以防电源电压波动的影响. 加热功率的

大小，可通过调节电子交流稳压器的输出电压来控制.

棒中间A、B两截面间的温差的测量，可以用温差电偶，也可以用两支温度计测量. 使用温差电偶时要注意铜、康铜接点的焊接以及温差电偶的测温点和待测目标之间有良好的热接触.

恒水位器　保持冷却水有稳定的流速，恒水位器可使流入仪器的冷却水保持一定的水压，从而使冷却水的流速一定. 流速的大小可由恒水位器的高度和下面的夹子去控制.

图36－2为整个实验装置的示意图.

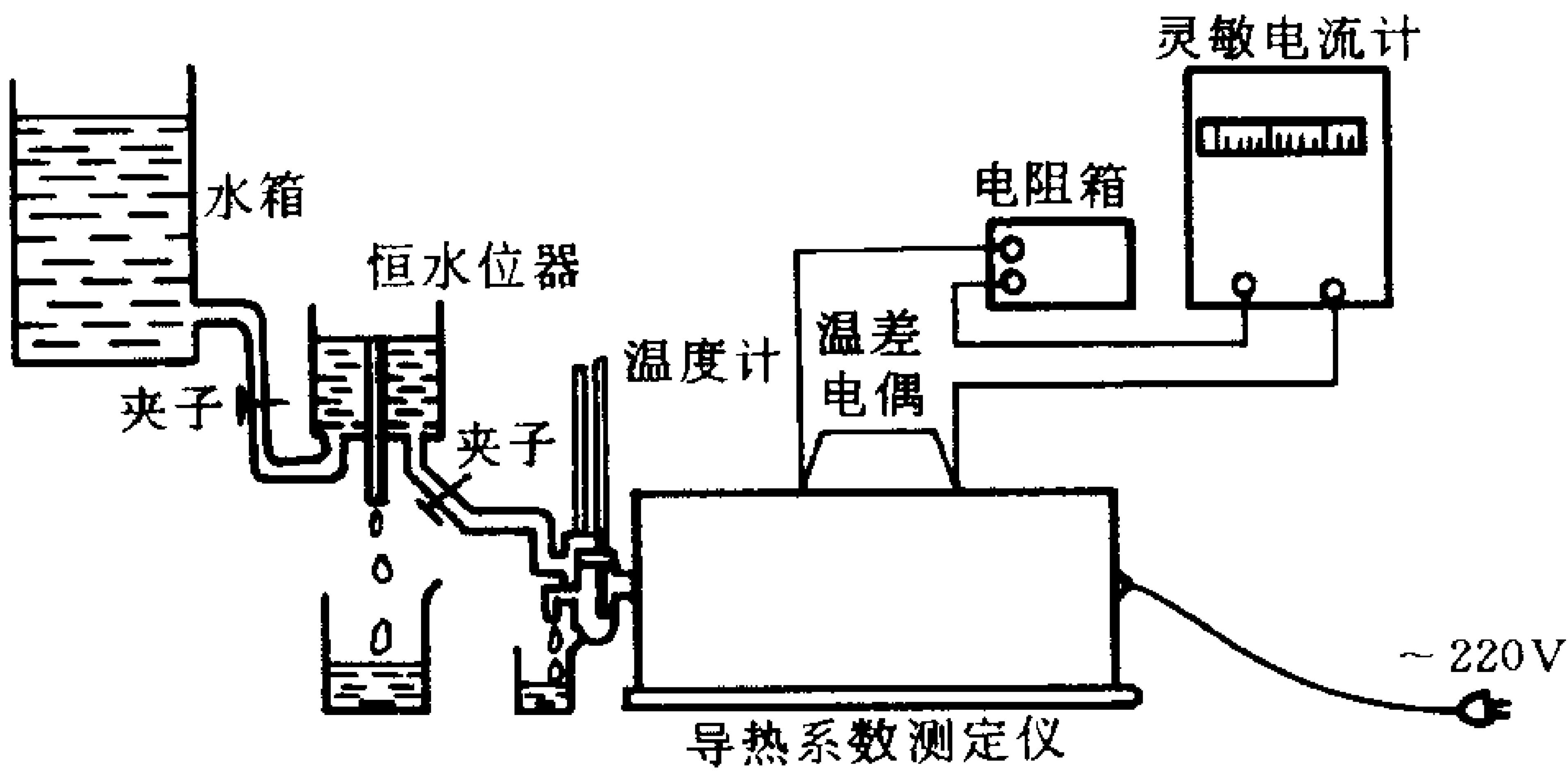


图36－2

原理

设有一粗细均匀的金属圆柱体，一端温度高，另一端温度低，则热量将从高温端流向低温端. 在加热一段时间之后，若圆柱体上各处的温度不变，而且向圆柱体侧面散失的热量可以忽略时，则在相等的时间内，通过圆柱体各横截面的热量应该相等，若非如此，比如通过A_1B_1（图36－3）的热量多于通过截面A_2B_2的热量，则在二截面中间这一段圆柱体上，就有热量积聚，温度就要升高，既然现在圆柱体上各处的温度不变，则通过各截面的热量亦必相等.

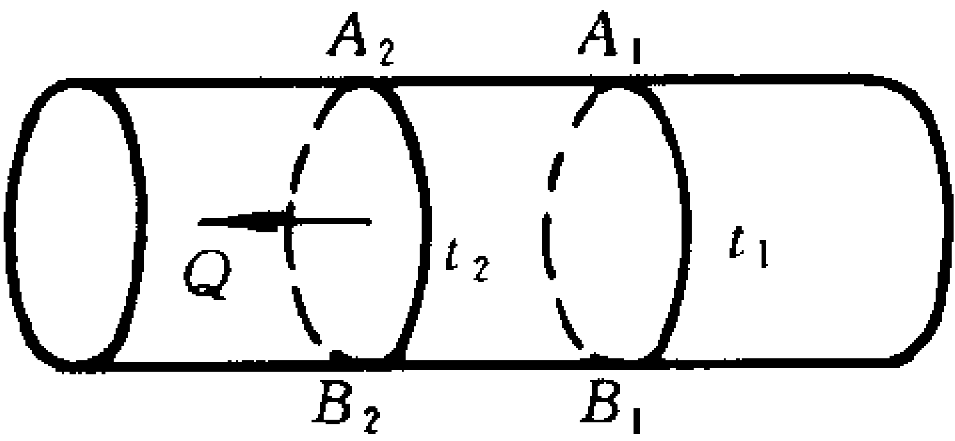


图36－3

当圆柱体各截面有热量通过，但各处温度保持不变时，就称为达到了稳定流动状态. 在稳定流动状态下，在 τ 时间内，沿圆柱体各截面流过的热量 Q，按傅里叶热传导方程有

$$Q = \lambda S\tau \frac{t_1 - t_2}{l} \tag{36 - 1}$$

式中 S 为圆柱体横截面积，t_1、t_2 为横截面 A_1B_1 及 A_2B_2 处的温度，l 为二截面间距离，比例系数 λ 为制造圆柱体的金属材料的导热系数.

如果在 τ 时间内，自 N 流出的冷却水的质量为 m，其温度由流入时的 t_3 升高到 t_4，则由流水带走的热量

$$Q = mc(t_4 - t_3) \tag{36 - 2}$$

式中 c 为水的比热容. 将式(36－2)以及 $S = \frac{1}{4}\pi d^2$(d 为圆柱体直径)代入式(36－1)即可求出 λ：

$$\lambda = \frac{4lc(t_4 - t_3)m}{\pi d^2(t_1 - t_2)\tau} \tag{36 - 3}$$

在本实验中，t_3、t_4 用水银温度计测量，而温差$(t_1 - t_2)$则用插在圆柱体中的铜－康铜(或铜－铁)温差电偶测量(也可用一般的温度计测量).

实验内容

1. 按图 36－2 安装仪器，接好导线，暂不接通加热电源.

2. 调节灵敏电流计的灵敏度及零点. 实验时一般使用的灵敏电流计的灵敏度较高，为在所测温差范围内不超过量程，在回路中串接一电阻箱，灵敏电流计选取哪一档级和串联电阻的大小由实验室指定.

调节灵敏电流计光指标的位置，确定光指标的零点位置.

光指标移动的格数和温差$(t_1 - t_2)$的关系，从实验室提供的定标线上查出.

3. 调节冷却水的流量,流量过大温差($t_4 - t_3$)过小,流量过小温差($t_1 - t_2$)过小,对实验均不利. 流量控制是否合适,可请教指导教师.

实验中途调节水的流量,将破坏稳定状态,延长达到稳定的时间. 要保持流水口和控制恒水位的溢流管都有水稳定流出.

4. 接通加热电源,大约 30 min 后,观察灵敏电流计示值和测量 t_4 的温度计示值,如在几分钟内没有上升的趋势就可测量温度值(最好每分钟测一次,测几次后平均).

5. 在开始测温的同时,开始测流量. 即测时间 τ 内流出水的质量 m.

6. 计算导热系数及标准不确定度.

注意事项

1. 灵敏电流计是检测微小电流的极灵敏的仪器. 调好后,在进行测量过程中,切勿移动位置或振动,否则将得不到正确的结果. 如有不正常现象,不要自行处理,要请教师检查. 实验后要将灵敏电流计两输入端短路.

2. 随时注意检查温度计 t_4 及灵敏电流计读数,防止超过量程.

3. 开始通水时流量要大些,将冷却管中的空气尽量排出. 水流调好后,如无特别需要就不要改变流速,因为水流改变后,测量装置的稳定状态就被破坏了,又得花较长时间才能达到稳定状态.

4. 在加热过程中,要检查几次水的流量$\left(\dfrac{m}{\tau}\right)$,如有显著变化,要查原因,可能是:(1)恒水位器的水位下降;(2)冷端弯管中由于气泡造成堵塞. 对于后者不应调进水,而应用一个吸水皮球(带嘴的)从出水口抽一、二次即可.

5. 防止流水溢出到桌上,测量时不要使水溅出,以免影响水的质量的测定.

6. 流出的冷却水，不要再倒回冷却水槽中.

回答问题

1. 根据导热系数测量仪结构简图36－1，分析哪些因素引入系统误差？如何减小系统误差？

2. 分析冷却水的流量大小对实验测量及结果的影响.

3. 根据加热器的电功率及冷却水在一定的时间内吸收的热量，你能否估算一下散热的影响？

实验三十七　真空的获得与测量

目的

1. 学习高真空的获得与测量方法；
2. 熟悉有关设备和仪器的使用方法.

仪器和用具

高真空装置,机械泵,扩散泵,复合真空计,检漏器.

实验方法

真空技术目前在工业生产、科学研究中已得到广泛应用. 真空技术主要包括真空的获得、真空的测量和检漏等.

1. 高真空的获得

获得真空用真空泵. 真空泵按工作条件的不同分为两大类:能够直接在大气压强下工作的真空泵称为前级泵(如机械泵),用来产生预备真空;需要在一定的预备真空条件下才能开始工作的真空泵称为次级泵(如扩散泵). 次级泵用来进一步提高真空度,获得高真空.

(1) 机械泵

一般采用油封转片式机械泵,其结构如图 37-1 所示. 在圆柱形气缸(定子)内有一偏心圆柱作为转子,当转子绕轴转动时,其最上部与气缸内表面紧密接触. 沿转子的直径装有两个滑片,其间装有弹簧,使滑片在转子转动时与气缸内表面紧密接触. 当转子沿箭头所指的方向转动时,就可以把被抽容器内的气体由进气管吸入而经过排气口、排气阀排出泵体.

为了防止漏气和减小转动部分的摩擦,排气阀及其下部的泵体空腔部分用密封油密封. 机械泵用的密封油是一种矿物油,要

求在泵的工作温度下有小的饱和蒸气压和适当的粘度. 机械泵的极限真空度一般在 1～0.01 Pa,抽气速率一般为每分钟数十升到数百升.

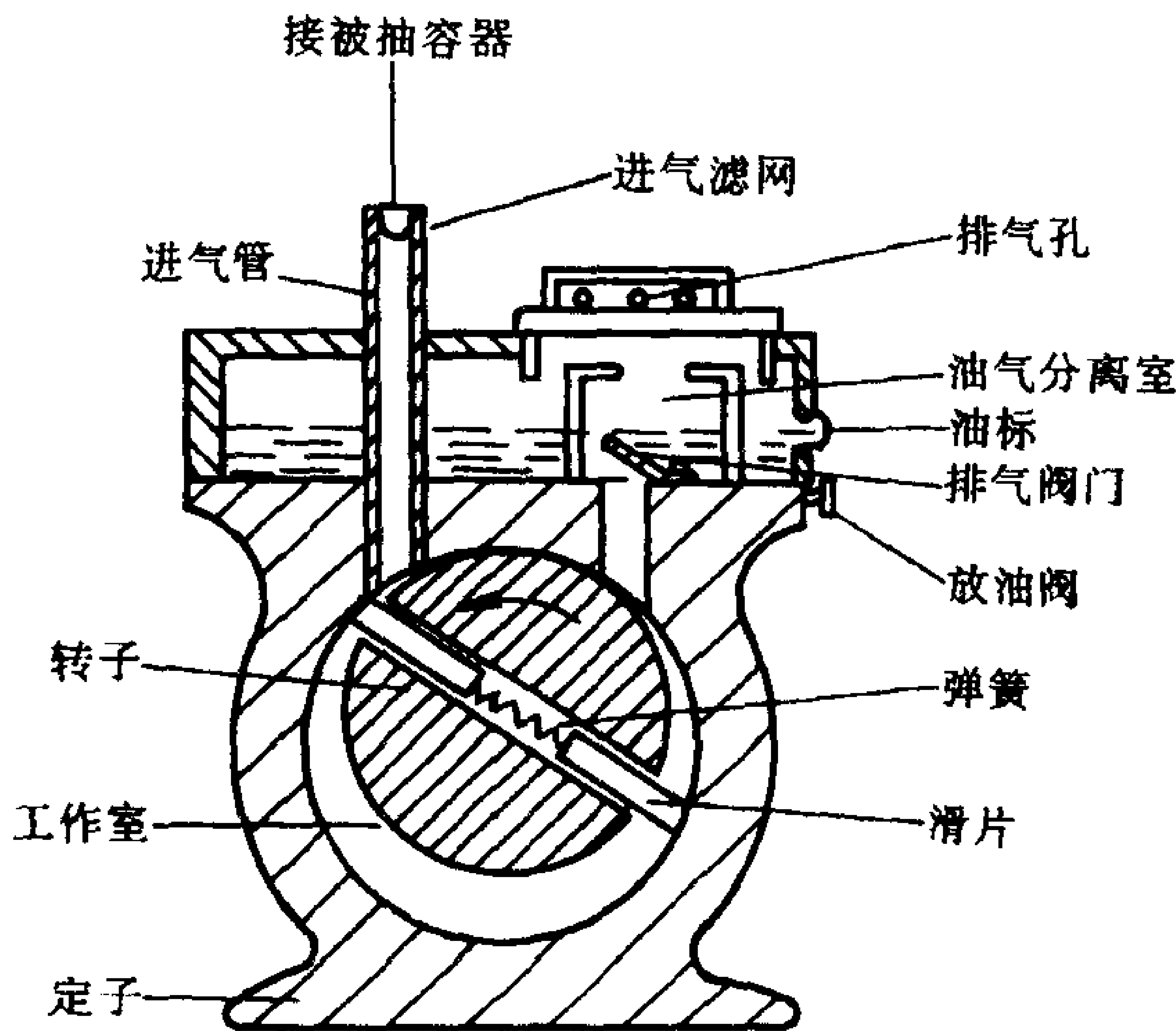


图 37-1

(2) 扩散泵

实验室一般多采用三级油扩散泵,其结构如图 37-2 所示.扩散泵是高真空泵,当机械泵的极限真空度不能满足要求时,通常加扩散泵来获得高真空. 这种泵不能直接在大气压下开始工作,只能在低于 1 Pa 压力下工作,因此,必须与前级泵串联起来使用.

油扩散泵使用的工作液体有许多种,目前广泛使用的是 274 号硅油(20 ℃时的饱和气压为 1.3×10^{-7}Pa)和 275 号硅油(20 ℃时的饱和气压为 1.3×10^{-8}Pa).

在扩散泵开始工作之前,必须先开动机械泵抽气,等达到预备真空(约 1.3Pa)的要求时,便可用电炉对扩散泵底部的硅油加热.

当硅油加热至沸腾时,便产生大量油蒸气,蒸气经过导管由各级喷嘴高速喷出. 此时,由于来自被抽容器的气体不断地向蒸气

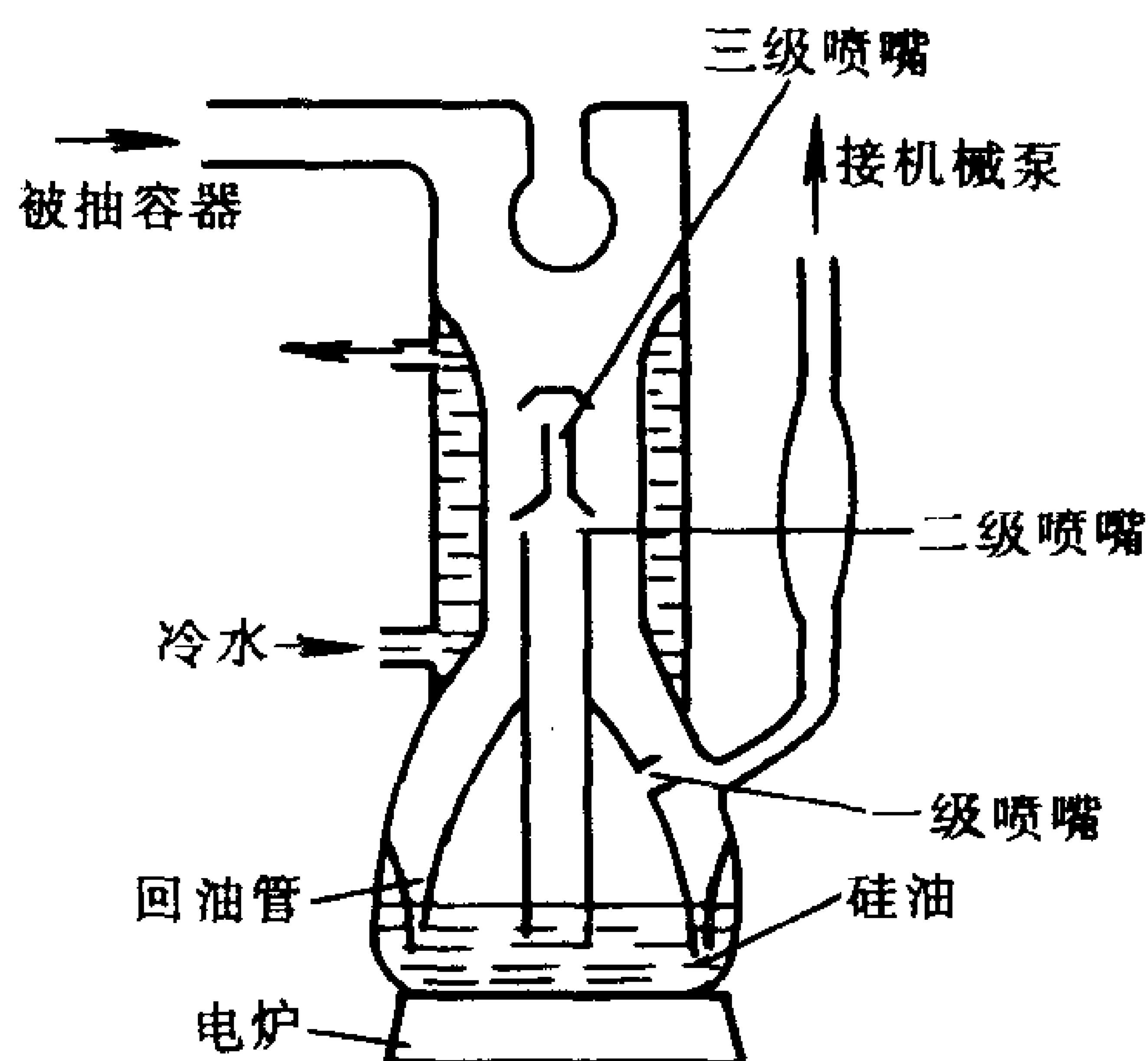


图 37－2

流中扩散，便被带到下方，由机械泵抽走，而油蒸气被凝水套凝结，沿管壁经回油管流回底部.

使用扩散泵时必须注意：

① 与扩散泵配合的机械泵，其抽气速率必须保证及时排走扩散泵所排出的气体.

② 扩散泵工作时冷却水必须畅通，否则会使冷凝套中的水温过高，油蒸气不能很好的凝结，以致部分蒸气要冲向被抽容器，影响泵的抽气速率和极限真空度.

③ 加热电炉的功率大小也影响泵的抽气速率，所以应选择适当.

2. 真空的测量

真空计是测量真空系统中气体压强的仪器，种类很多，这里介绍的复合真空计是常见的一种.

复合真空计是由温差电偶真空计和热阴极电离真空计组合而成.

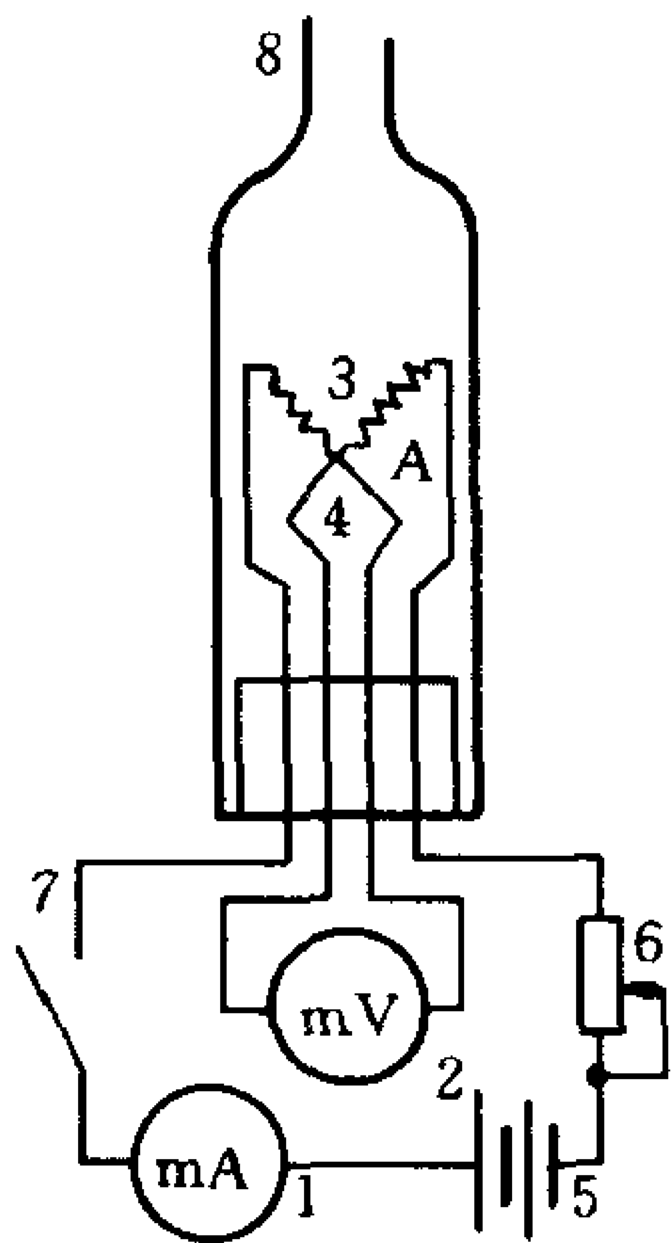
(1) 温差电偶真空计的原理

温差电偶真空规管和测量线路如图 37－3 所示.

温差电偶真空规管由玻璃制成，通过小管(8)和真空系统相接. 在规管内的两根引线上装有热丝(3)，另外两根引线上焊着一

对温差电偶(4).温差电偶的另一端与热丝在 A 点焊接.

由于在低压下,气体的热传导系数与压强成正比,所以,在通过热丝的电流一定的条件下,热丝的温度随着规管内真空度的提高而升高,温差电偶电动势也就随之而增大. 因此,通过测量温差电偶电动势,就可确定出被测系统的真空度. 温差电偶真空计就是根据这个原理制成的。



1. mA 表;2. mV 表;3. 热丝;4. 温差电偶;5. 热丝电源;6. 可变电阻;7. 开关;8. 接真空系统的小管.

图 37-3

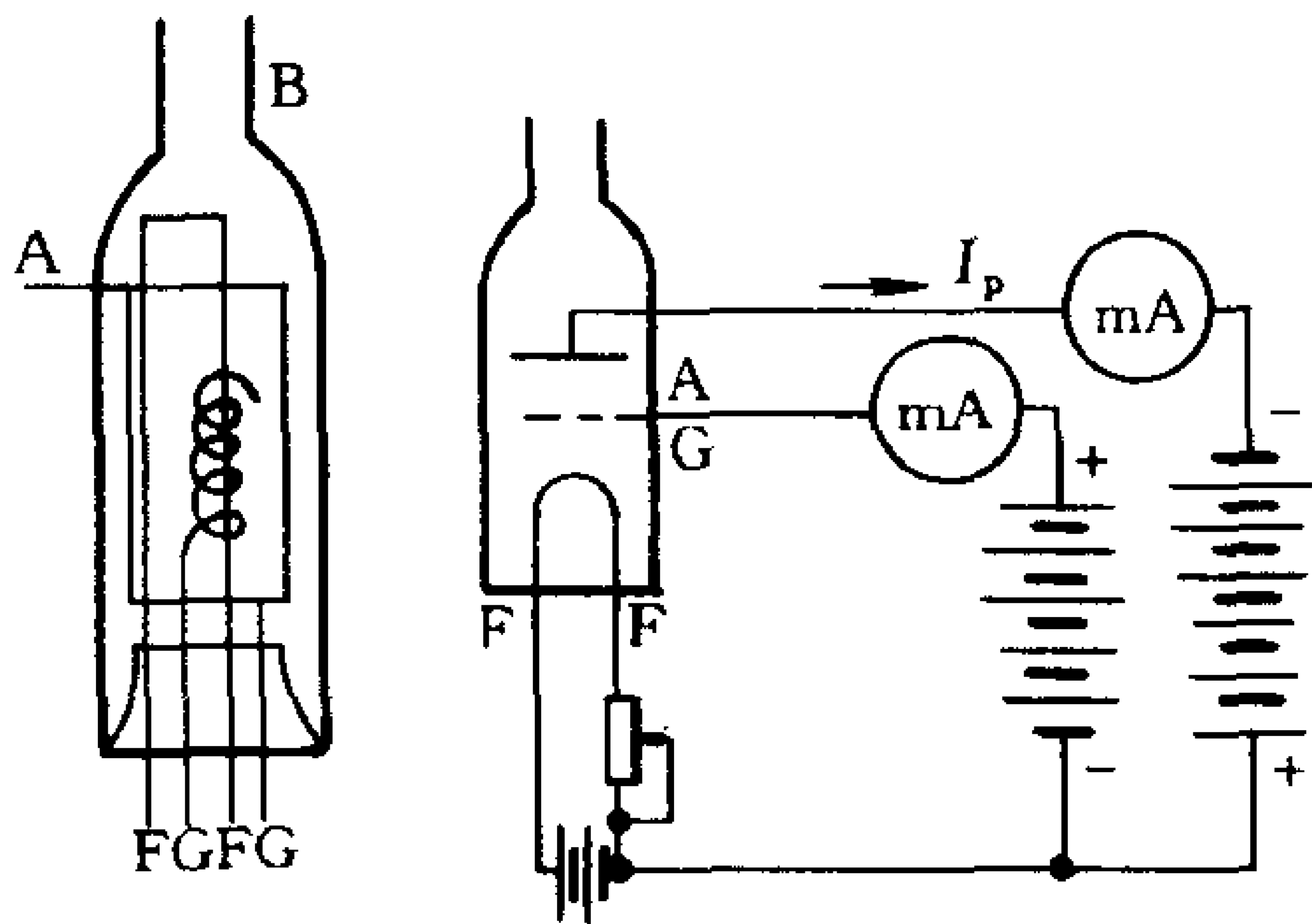


图 37-4

温差电偶真空计的测量范围为 13~0.13 Pa.

(2) 热阴极电离真空计的原理

最简单的热阴极电离真空规管就是一只三极管,如图 37-4 所示通过 B 管与真空系统相接. 使用时,在灯丝 F 电路中通以电流,灯丝受热后便发射电子. 由于栅极 G 加一正电压,便吸引电子使电子加速,中途与气体分子相撞,可使气体电离. 气体的密度越大,碰撞机会越多,产生的正离子也就越多. 另外,由于板极 A 的

电压为负,便吸引正离子在板极电路中形成电流 I_p. 气体分子密度越大(即压强越大),板极电流也就越大,所以通过测定板极电流,便可确定气体的压强. 热阴极电离真空计就是根据这个原理制成的.

热阴极电离真空计是测量高真空的仪器,测量范围为 0.1~1×10^{-5}Pa.

(3) 复合真空计的使用

复合真空计由上述两种真空计组合而成. 现在常用的型号有 WZK 型和 FZh 型,使用方法基本相同. 现就 WZK 型介绍如下. 图 37-5 是 WZK-1A 型的面板图. K_1 为总电源开关. 开关 K_3、K_4 及电位器 W_5 和电表 CB_2 属于温差电偶真空计部分,其余均属于热阴极电离真空计部分. 温差电偶真空规管和电离真空规管已焊接在真空系统上,测量时,各用一根专用电缆线与复合真空计相接. 在使用前或停止使用时,应使面板上的所有开关都处于关闭位置(如图 37-5).

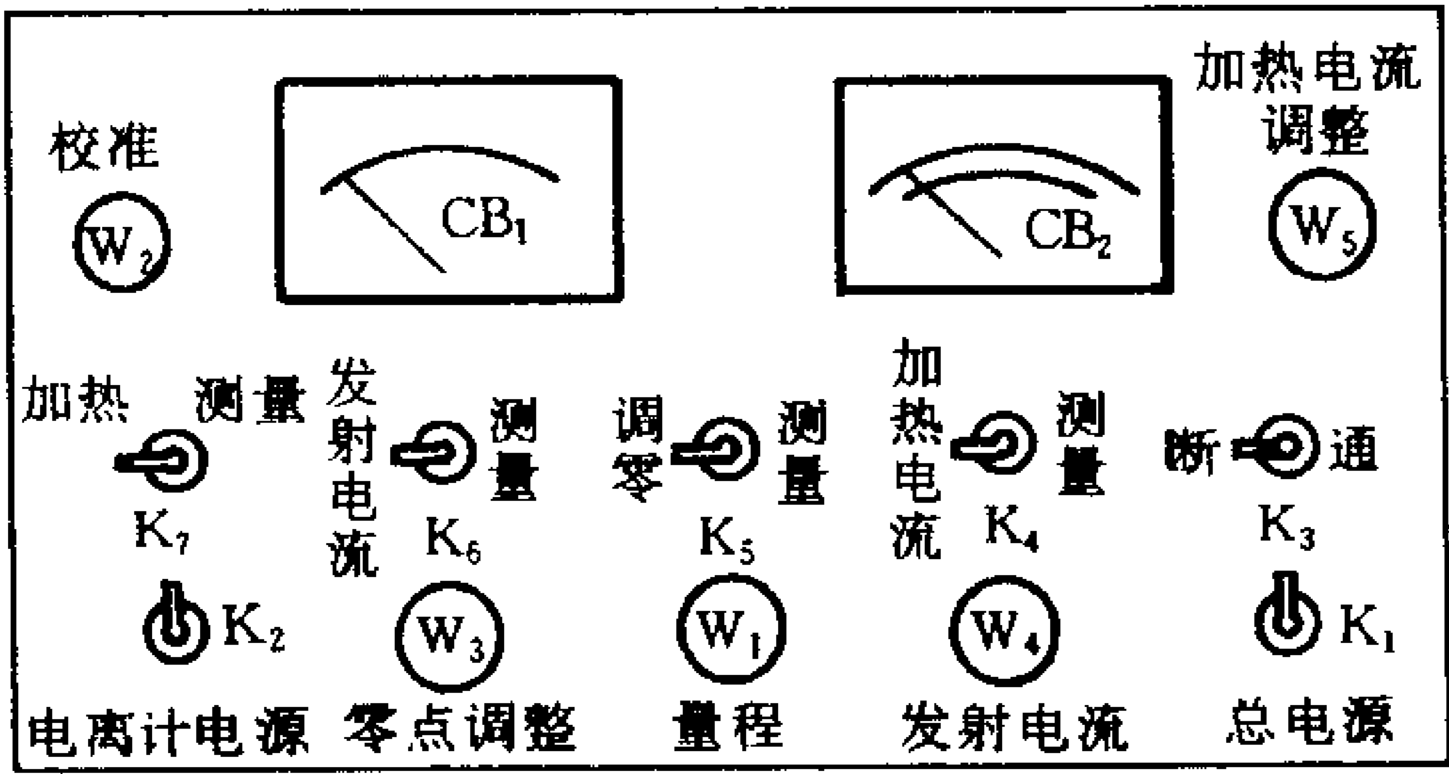


图 37-5

① 温差电偶真空计的使用　接通电源开关 K_1、K_3,K_4 放在[加热电流]位置,预热 5~10 min,调 W_5 使 CB_2 表的指针在下面一行刻度(mA)上达到加热电流的规定值(记在每只温差电偶真空规管的管座上,或按说明书去测量),然后使 K_4 放在[测量]位置,从 CB_2 表的上面一行刻度(mV)可读出温差电偶电动势,利用规

管标准曲线，即可查出所测的真空度（有的温差电偶真空计已将真空度直接刻在 CB_2 表的分度盘上）.

② 电离真空计的使用　当被测系统的真空度低于 0.1 Pa 时，不能接通电离真空计，否则会烧坏电离真空规管. 必须在温差电偶真空计 CB_2 表的指针达到满偏度时，才能使用电离计. 电离真空计暂时不用时，需断开电离计电源，否则会影响电离真空规管的寿命.

（Ⅰ）发射电流的调节　在未接通电源时，用五芯电缆线把电离真空规管与仪器联接，带鳄鱼夹的接线与电离真空规管板极联接，有香蕉插头一端与仪器背面接线柱联接. 接通电源开关 K_2 预热 10 min，把 K_7 放在[测量]位置，K_6 仍放在[发射电流]位置，调节 W_4 使 CB_1 表的指针指在红色标线“5”处，此时发射电流即为标准值 5 mA.

（Ⅱ）零点调整　完成上一步骤后，K_6 放在[测量]位置，K_5 放在[调零]位置，调节 W_3 使表针指零.

（Ⅲ）满度调整　完成（Ⅱ）后，把 K_5 置于[测量]位置，把 W_1 转到[校准]位置，调节 W_2 使表针到满刻度.

（Ⅳ）测量压强（真空度）　完成上一步后，将 W_1 转到量程 $10^3, 10^2, \cdots$；由电表指示的数值乘以量程开关所指的数值，即所测真空度之值.

3. 检漏

在真空系统初步装置完成以后，通常都要检查是否漏气. 漏气可能发生在接口部分，也可能发生在管道或泵体本身. 一般讲，系统在较长时间达不到预定的真空度时，就要进行检漏.

玻璃真空系统的检漏，常用高频火花检漏器来检查. 其结构如图 37－6 所示.

T_1 为电源升压变压器，输出 300 V 高压，使电容器 C_1、C_2 充电，当电容器两端电压升到足够高时，就通过火花隙 G 放电. 在 $C_1L_1C_2G$ 回路中产生的高频振荡电流，经塔形变压器在 L_2 上产

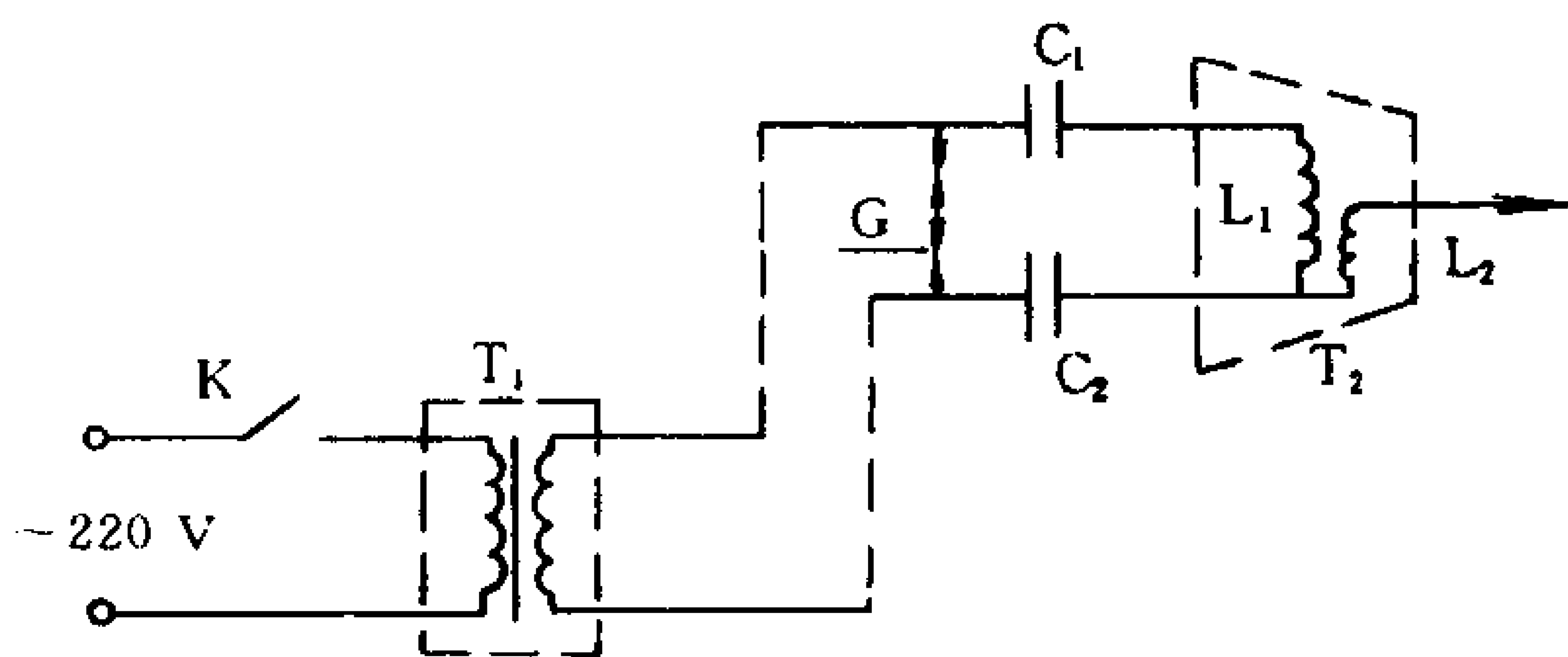


图 37－6

生高频高压使附近空气电离，而激起很强的放电现象．根据火花放电的形状和颜色，可对玻璃真空系统进行检漏及粗略估计系统的真空度．

(1) 检漏

检漏时先接通电源，将检漏端在玻璃壁附近(离开约 0.5～1 cm)来回移动．当检漏端接近不漏气的部位时，检漏端产生的火花束在玻璃表面上不规则地跳动，如图 37－7 中(a)情形．当检漏端接近漏气部位，则分散的火花立即变成为一很细很亮的火花束，对准漏气处往系统里钻，如图 37－7 中(b)情形．检漏时不要把检漏端在一个地点停留过久，否则容易造成新的漏洞．

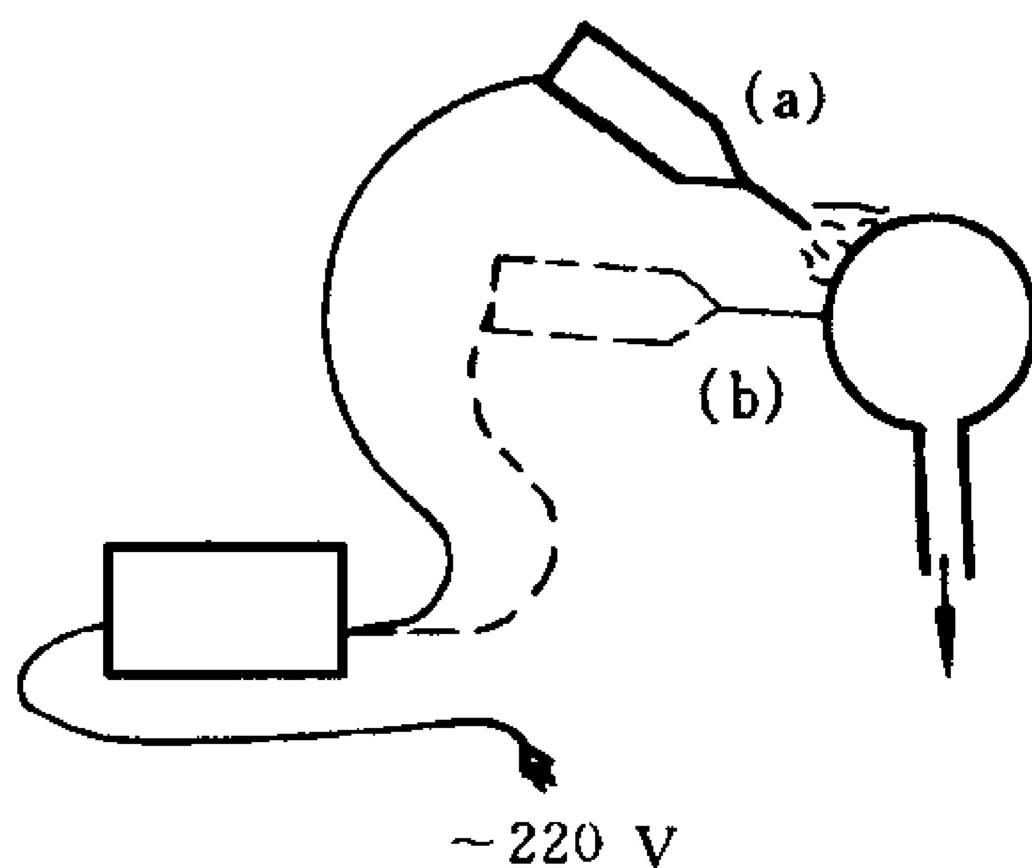


图 37－7

有时也可用涂擦酒精、汽油的方法检查漏气部位．当涂抹酒精、汽油的部位漏气时，电离计的指针会立即偏转．此时若用高频火花检漏器检查，系统内会出现淡蓝色的辉光．

知道漏气的部位之后，用火焰封接或用真空封蜡封闭即可．

(2) 用检漏器估计真空度

由于气体放电的颜色与气体的种类和压强有关，所以在已知

气体成分的情况下,可根据检漏器透过玻璃壁引起系统气体放电的辉光颜色,粗略估计系统真空度的变化范围,下表是空气在不同压强下辉光放电的颜色:

使用检漏器时要注意,不要使火花接近正在工作的真空规管和易燃易爆物品.

测量范围/Pa	辉　光　颜　色	说　　明
$1\times10^5\sim7\times10^3$	不发光	压强过高气体未放电
$7\times10^3\sim7\times10^2$	紫色条纹	O_2、N_2 在此压强下的颜色
$7\times10^2\sim7\times10$	一片紫红色(玫瑰色)	
$7\times10\sim7$	一片淡红色	
$7\sim0.7$	很淡的青白色	$H_2O\uparrow$、CO、CO_2 等的放电颜色
$0.7\sim0.01$	玻璃有局部微光	
0.01 以下	不发光	放电甚微,肉眼已看不到

4. 高真空系统简介

图 37－8 为供学生实验用的真空系统装置图. 在活栓 K_3 的外端为一段封闭的小管,管端 L 处有一微小的漏气孔,打开 K_3 使小孔漏气,可供学生观察用高频火花检漏器检查漏气时的现象.

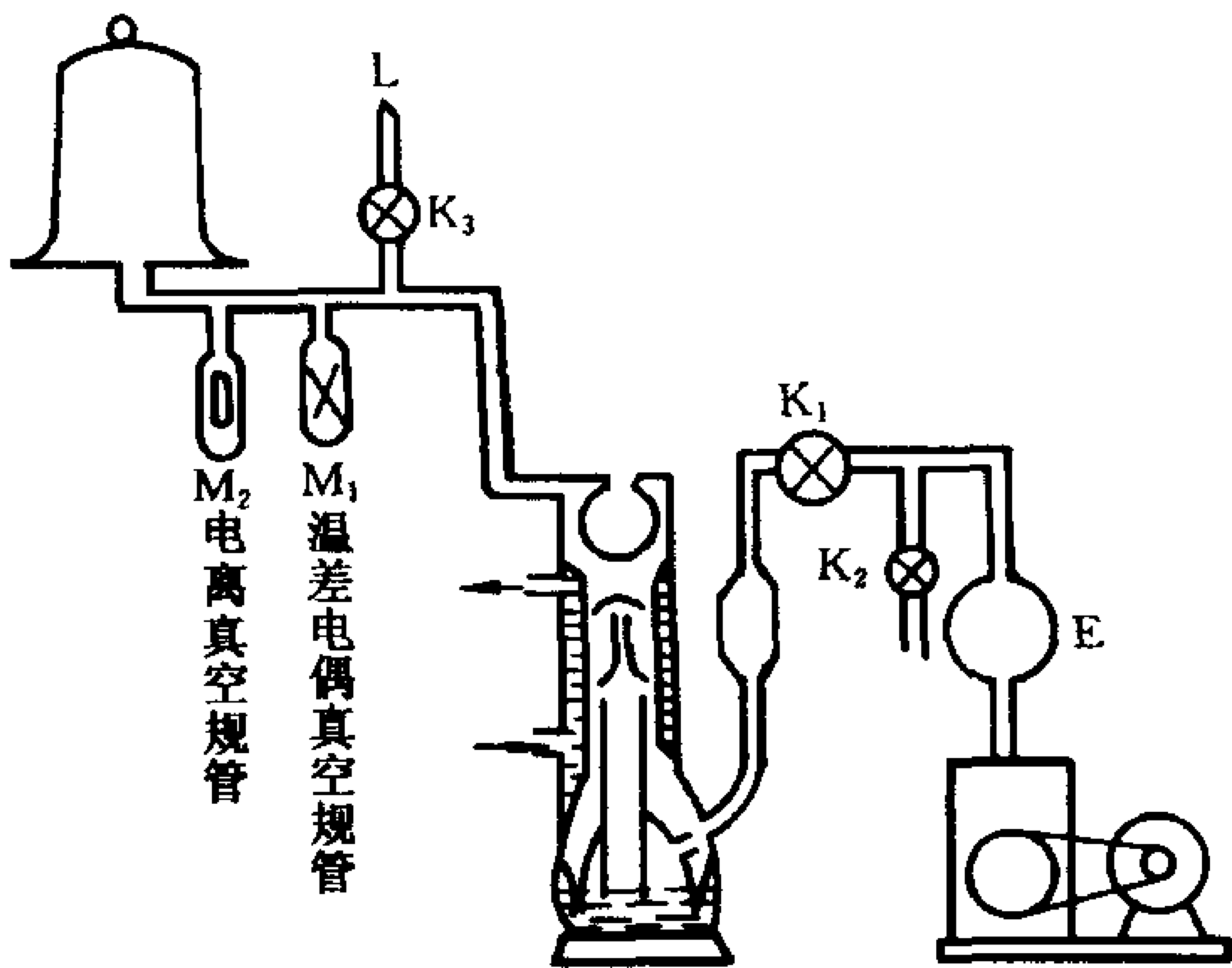


图 37－8

E 为储存器，它有一定的容积，当偶然停电时来不及打开活栓 K_2 使机械泵与大气相通时，它可防止机械泵油被吸入真空系统.

实验内容

首先在未接通电源的情况下，作一次复合真空计的使用练习. 其次，检查各活栓的位置是否都在“关”的位置，复合真空计的开关是否都在“关闭”位置，机械泵的油面是否在规定标线处.

1. 观察辉光放电现象和练习检漏

(1) 关闭机械泵通大气的活栓 K_2 和 K_3，打开活栓 K_1，开动机械泵.

(2) 用高频火花检漏器使真空系统内低压气体放电，观察辉光颜色并估计其真空度.

(3) 打开 K_3 用高频火花检漏器，检查 L 处的漏气情况，观察后将 K_3 关闭.

(4) 接通复合真空计的总电源，接通并预热温差电偶真空计.

2. 高真空的获得与测量

(1) 检漏后，用温差电偶真空计测量系统的真空度，每 2～5 min 作一次压强 p 和抽气时间 t 的记录.

(2) 当真空系统的压强降到 1.3 Pa 以下且变化缓慢时，接通油扩散泵的冷却水，再接通电源，使扩散泵开始工作.

继续测量压强，并注意扩散泵加热后压强的变化.

(3) 当温差电偶真空计显示的系统的压强达到 0.13 Pa 时，接通电离真空计电源，预热 10 min 后，再使用电离真空计继续测量.

(4) 当真空度达到 10^{-2}～10^{-4} Pa 数量级，且变化缓慢时，就可结束实验.

(5) 结束实验时，首先断开电离真空计和复合真空计总电源的开关，然后切断扩散泵加热器电源，大约 20 min 后，扩散泵油温接近室温时，关闭 K_1 使被抽容器和扩散泵保持真空. 最后，切断机械泵电源，

打开活栓 K_2 使机械泵与大气相通,同时关闭扩散泵的冷却水.

3. 作 $\lg p-t$ 图线

以抽气时间 t 为横轴,系统中压强 p 的对数 $\lg p$ 为纵轴作图.

分析所得的 $\lg p-t$ 图线的变化规律.

说明真空系统的极限真空度和扩散泵加热后真空度的变化及原因.

注意事项

1. 真空装置为玻璃系统,实验时要特别注意安全,转动活栓时一定要用一只手扶住活栓,另一只手去转动活栓.

2. 实验中,如系统出现破裂或大量漏气时,应立即关掉电离计电源和所有的电源.

3. 开始通冷却水时要慢慢增加,并注意冷却水是否畅通.

4. 突然停电时,要立即打开 K_2 使机械泵与大气相通,并断开各电源开关.

5. 不能长时间用机械泵抽大气,否则会损坏泵和电机以及降低泵内密封油的质量.

6. 在夏季工作时,要注意机械泵的温度,一般工作时泵内温度介于 50 ℃ 到 90 ℃ 之间,而泵体外不烫手即可. 否则要采用风冷降温,以避免降低泵的抽气速率和极限真空度.

回答问题

1. 为何机械泵和扩散泵用油(特别是扩散泵)的饱和蒸气压要小?

2. 为何温差电偶真空规管的热丝和电离真空规管的灯丝在使用时要通以特定强度的电流?

3. 说明机械泵和扩散泵的工作原理.

4. 试计算在压强为 10^{-4} Pa、温度为 20 ℃ 的真空系统中,每 1 cm^3 的体积里尚有多少个气体分子?

附录　物理常量表

表 1　固体的密度

物质	密度/($g\cdot cm^{-3}$)	物质	密度/($g\cdot cm^{-3}$)	物质	密度/($g\cdot cm^{-3}$)
银	10.492	铅锡合金⑦	10.6	软木	0.22～0.26
金	19.3	磷青铜⑧	8.8	电木板(纸层)	1.32～1.40
铝	2.70	不锈钢⑨	7.91	纸	0.7～1.1
铁	7.86	花岗岩	2.6～2.7	石蜡	0.87～0.94
铜	8.933	大理石	1.52～2.86	蜂蜡	0.96
镍	8.85	玛瑙	2.5～2.8	煤	1.2～1.7
钴	8.71	熔融石英	2.2	石板	2.7～2.9
铬	7.14	玻璃(普通)	2.4～2.6	橡胶	0.91～0.96
铅	11.342	玻璃(冕牌)	2.2～2.6	硬橡胶	1.1～1.4
锡(白、四方)	7.29	玻璃(火石)	2.8～4.5	丙烯树脂	1.182
锌	7.12	瓷器	2.0～2.6	尼龙	1.11
黄铜①	8.5～8.7	砂	1.4～1.7	聚乙烯	0.90
青铜②	8.78	砖	1.2～2.2	聚苯乙烯	1.056
康铜③	8.88	混凝土⑩	2.4	聚氯乙烯	1.2～1.6
硬铝④	2.79	沥青	1.04～1.40	冰(0℃)	0.917
德银⑤	8.30	松木	0.52		
殷钢⑥	8.0	竹	0.31～0.40		

注:① Cu70%,Zn30%.
② Cu90%,Sn10%.
③ Cu60%,Ni40%.
④ Cu4%,Mg0.5%,Mn0.5% 其余为 Al.
⑤ Cu26.3%,Zn36.6%,Ni36.8%.
⑥ Fe63.8%,Ni36%,C 0.2%.
⑦ Pb87.5%,Sn12.5%.
⑧ Cu79.7%,Sn10%,Sb9.5%,P 0.8%.
⑨ Cr18%,Ni8%,Fe74%.
⑩ 水泥 1 份,砂 2 份,碎石 4 份.

表 2　液体的密度

物质	密度/(g·cm⁻³)	物质	密度/(g·cm⁻³)	物质	密度/(g·cm⁻³)
丙酮	0.791*	甲苯	0.866 8*	海水	1.01～1.05
乙醇	0.789 3*	重水	1.105*	牛乳	1.03～1.04
甲醇	0.791 3*	汽油	0.66～0.75		
苯	0.879 0*	柴油	0.85～0.90		
三氯甲烷	1.489*	松节油	0.87		
甘油	1.261*	蓖麻油	0.96～0.97		

标有“*”记号者为 20 ℃值.

表 3　水的密度/($g·cm^{-3}$)

温度℃	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0°	999 87	999 90	999 94	999 96	999 97	999 96	999 94	999 91	999 88	999 81
10°	999 73	999 63	999 52	999 40	999 27	999 13	998 97	998 80	998 62	998 43
20°	998 23	998 02	997 80	997 57	997 33	997 06	996 81	996 54	996 26	995 97
30°	995 68	995 37	995 05	994 73	994 40	994 06	993 71	993 36	992 99	992 62
40°	992 2	991 9	991 5	991 1	990 7	990 2	989 8	989 4	989 0	988 5
50°	988 1	987 6	987 2	986 7	986 2	985 7	985 3	984 8	984 3	983 8
60°	983 2	982 7	982 2	981 7	981 1	980 6	980 1	979 5	978 9	978 4
70°	977 8	977 2	976 7	976 1	975 5	974 9	974 3	973 7	973 1	972 5
80°	971 8	971 2	970 6	969 9	969 3	968 7	968 0	967 3	966 7	966 0
90°	965 3	964 7	964 0	963 3	962 6	961 9	961 2	960 5	959 8	959 1
100°	958 4	957 7	956 9							

表 4　水银的密度

温度℃	0°	10°	20°	30°	40°	50°
密度/(g·cm⁻³)	13.595 1	13.570 5	13.546 0	13.521 6	13.497 1	13.472 7
温度℃	60°	70°	80°	90°	100°	
密度/(g·cm⁻³)	13.448 4	13.424 1	13.399 9	13.375 7	13.351 7	

表 5　空气的密度/(kg·m^{-3})

压强/Pa 温度/℃	95 960	97 300	98 630	99 960	101 290	102 630	103 960
0	1.225	1.242	1.259	1.276	1.293	1.310	1.327
4	1.207	1.224	1.241	1.258	1.274	1.291	1.308
8	1.190	1.207	1.223	1.240	1.256	1.273	1.289
12	1.173	1.190	1.206	1.222	1.238	1.255	1.271
16	1.157	1.173	1.189	1.205	1.221	1.237	1.253
20	1.141	1.157	1.173	1.189	1.205	1.220	1.236
24	1.126	1.141	1.157	1.173	1.188	1.204	1.220
28	1.111	1.126	1.142	1.157	1.173	1.188	1.203

表 6　气体的密度(在 101 325 Pa、0℃下)

物　　质	密度/(kg·m^{-3})	物　　质	密度/(kg·m^{-3})
Ar	1.783 7	Cl_2	3.214
H_2	0.089 9	NH_3	0.771 0
He	0.178 5		
Ne	0.900 3	乙炔	1.173
N_2	1.250 5	乙烷	1.356(10 ℃)
O_2	1.429 0	甲烷	0.716 8
CO_2	1.977	丙烷	2.009

表 7　各种固体的弹性模量

名称	杨氏模量 $E/(10^{10}N\cdot m^{-2})$	切变模量 $G/(10^{10}N\cdot m^{-2})$	泊松比 σ
金	8.1	2.85	0.42
银	8.27	3.03	0.38
铂	16.8	6.4	0.30
铜	12.9	4.8	0.37
铁(软)	21.19	8.16	0.29
铁(铸)	15.2	6.0	0.27
铁(钢)	20.1～21.6	7.8～8.4	0.28～0.30
铝	7.03	2.4～2.6	0.355
锌	10.5	4.2	0.25
铅	1.6	0.54	0.43
锡	5.0	1.84	0.34
镍	21.4	8.0	0.336
硬铝	7.14	2.67	0.335
磷青铜	12.0	4.36	0.38
不锈钢	19.7	7.57	0.30
黄铜	10.5	3.8	0.374
康铜	16.2	6.1	0.33
熔融石英	7.31	3.12	0.170
玻璃(冕牌)	7.1	2.9	0.22
玻璃(火石)	8.0	3.2	0.27
尼龙	0.35	0.122	0.4
聚乙烯	0.077	0.026	0.46
聚苯乙烯	0.36	0.133	0.35
橡胶(弹性)	$(1.5\sim5)\times10^{-4}$	$(5\sim15)\times10^{-5}$	0.46～0.49

表 8　固体的摩擦因数

物体Ⅰ在物体Ⅱ上静止或运动的情况

Ⅰ	Ⅱ	静摩擦因数		动摩擦因数	
		干燥	涂油	干燥	涂油
钢铁	钢铁	0.7	0.005～0.1	0.5	0.03～0.1
钢铁	铸铁	—	0.18	0.23	0.13
钢铁	铅	0.95	0.5	0.95	0.3
镍	钢铁	—	—	0.64	0.18
铝	钢铁	0.61	—	0.47	—
铜	钢铁	0.53	—	0.36	0.18
黄铜	钢铁	0.51	0.11	0.44	
黄铜	铸铁	—	—	0.30	
铜	铸铁	1.05	—	0.29	
铸铁	铸铁	1.10	0.2	0.15	0.070
铝	铝	1.05	0.30	1.4	—
玻璃	玻璃	0.94	0.35	0.4	0.09
铜	玻璃	0.68	—	0.53	—
聚四氟乙烯	聚四氟乙烯	0.04	—	0.04	—
聚四氟乙烯	钢铁	0.04	—	0.04	—

表 9　液体的粘度/(Pa·s)

温度/℃	水 $\times 10^4$	水银 $\times 10^4$	乙醇 $\times 10^4$	氯苯 $\times 10^4$	苯 $\times 10^4$	四氯化碳 $\times 10^4$
0	17.94	16.85	18.43	10.56	9.12	13.5
10	13.10	16.15	15.25	9.15	7.58	11.3
20	10.09	15.54	12.0	8.02	6.52	9.7
30	8.00	14.99	9.91	7.09	5.64	8.4
40	6.54	14.50	8.29	6.35	5.03	7.4
50	5.49	14.07	7.06	5.74	4.42	6.5
60	4.70	13.67	5.91	5.20	3.91	5.9
70	4.07	13.31	5.03	4.76	3.54	5.2
80	3.57	12.98	4.35	4.38	3.23	4.7
90	3.17	12.68	3.76	3.97	2.86	4.3
100	2.84	12.40	3.25	3.67	2.61	3.9

表 10　气体的粘度(在 101 325 Pa、20 ℃下)

物　质	粘度/(10^{-7}Pa·s)	物　质	粘度/(10^{-7}Pa·s)
Ar	222.86	Cl_2	133.0
H_2	88.77	NH_3	97.4
He	196.14	空气	181.92
Ne	313.8	乙炔	93.5(0 ℃)
N_2	175.69	乙烷	91.0
O_2	203.31	甲烷	109.8
CO_2	146.63	丙烷	80.0

表 11　液体的表面张力

物　质	接触气体	温度/℃	表面张力系数/10^{-3}N·m^{-1}
水	空气	10	74.22
	空气	30	71.18
	空气	50	67.91
	空气	70	64.4
	空气	100	58.9
水银	空气	15	487
乙醇	空气	20	22.3
甲醇	空气	20	22.6
乙醚	蒸气	20	16.5
甘油	空气	20	63.4

表 12　固体中的声速　（沿棒传播的纵波）

固　　体	声速/($m \cdot s^{-1}$)	固　　体	声速/($m \cdot s^{-1}$)
铝	5 000	锡	2 730
黄铜(Cu70,Zn30)	3 480	钨	4 320
铜	3 750	锌	3 850
硬铝	5 150	银	2 680
金	2 030	硼硅酸玻璃	5 170
电解铁	5 120	重硅钾铅玻璃	3 720
铅	1 210	轻氯铜银冕玻璃	4 540
镁	4 940	丙烯树脂	1 840
莫涅尔合金	4 400	尼龙	1 800
镍	4 900	聚乙烯	920
铂	2 800	聚苯乙烯	2 240
不锈钢	5 000	熔融石英	5 760

表 13　液体中的声速　（在 20 ℃下）

液　　体	声速/($m \cdot s^{-1}$)	液　　体	声速/($m \cdot s^{-1}$)
CCl_4	935	$C_3H_8O_3$(甘油)	1 923
C_6H_6	1 324	CH_3OH	1 121
$CHBr_3$	928	C_2H_5OH	1 168
$C_6H_5CH_3$	1 327.5	CS_2	1 158.0
CH_3COCH_3	1 190	H_2O	1 482.9
$CHCl_3$	1 002.5	Hg	1 451.0
C_6H_5Cl	1 284.5	NaCl 4.8%水溶液	1 542

表 14　气体中的声速　（在 101 325Pa、0℃下）

气　　体	声速/($m \cdot s^{-1}$)	气　　体	声速/($m \cdot s^{-1}$)
空气	331.45	H_2O(水蒸汽)(100 ℃)	404.8
Ar	319	He	970
CH_4	432	N_2	337
C_2H_4	314	NH_3	415
CO	337.1	NO	325
CO_2	258.0	N_2O	261.8
CS_2	189	Ne	435
Cl_2	205.3	O_2	317.2
H_2	1 269.5		

表 15　水的饱和蒸气压与温度的关系

(压强单位 100 ℃以上×101 325 Pa,100 ℃以下×133.322 Pa)

温度/℃	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0
-20.0	0.779 0	0.707 6	0.642 2	0.582 4	0.527 7	0.477 8	0.432 3	0.390 7	0.352 9	0.318 4
-10.0	1.956	1.790	1.636	1.495	1.365	1.246	1.135 8	1.034 8	0.942 1	0.857 0
-0.0	4.581	4.220	3.884	3.573	3.285	3.018	2.771	2.542	2.331	2.136
0.0	4.581	4.925	5.292	5.683	6.099	6.542	7.012	7.513	8.045	8.609
10.0	9.209	9.844	10.518	11.231	11.988	12.788	13.635	14.531	15.478	16.478
20.0	17.535	18.651	19.828	21.070	22.379	23.759	25.212	26.742	28.352	30.046
30.0	31.827	33.700	35.668	37.735	39.904	42.181	44.570	47.075	49.701	52.453
40.0	55.335	58.354	61.513	64.819	68.277	71.892	75.671	79.619	83.744	88.050
50.0	92.545	97.236	102.129	107.232	112.551	118.09	123.87	129.88	136.14	142.66
60.0	149.44	156.50	163.83	171.46	179.38	187.62	196.17	205.05	214.27	223.84
70.0	233.76	244.06	254.74	265.81	277.29	289.17	301.49	314.24	327.45	341.12
80.0	355.26	369.89	385.03	400.68	416.87	433.59	450.88	468.73	487.18	506.22
90.0	525.88	546.18	567.12	588.73	611.02	634.01	657.71	682.14	707.32	733.27
100.0	1.000	1.036	1.074	1.112	1.151	1.192	1.234	1.277	1.321 4	1.367 0
110.0	1.413 8	1.462 0	1.511 6	1.562 4	1.614 7	1.668 4	1.723 6	1.780 3	1.838 4	1.898 0
120.0	1.959 3	2.022 2	2.086 7	2.152 9	2.220 8	2.290 4	2.361 8	2.435 0	2.510 1	2.587 0
130.0	2.665 3	2.746 6	2.829 2	2.913 9	3.000 7	3.089 6	3.180 5	3.273 6	3.368 9	3.466 4

表 16　水的沸点与压强的关系

$\frac{p}{133.322\ Pa}$	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0
700.0	97.714	97.753	97.792	97.832	97.871	97.910	97.949	97.989	98.028	98.067
710.0	98.106	98.145	98.184	98.223	98.261	98.300	98.339	98.378	98.416	98.455
720.0	98.493	98.532	98.570	98.609	98.647	98.686	98.724	98.762	98.800	98.838
730.0	98.877	98.915	98.953	98.991	99.029	99.067	99.104	99.142	99.180	99.218
740.0	99.255	99.293	99.331	99.368	99.406	99.443	99.481	99.518	99.555	99.592
750.0	99.630	99.667	99.704	99.741	99.778	99.815	99.852	99.889	99.926	99.963
760.0	100.000	100.037	100.074	100.110	100.147	100.184	100.220	100.257	100.293	100.330
770.0	100.366	100.403	100.439	100.475	100.511	100.548	100.584	100.620	100.656	100.692
780.0	100.728	100.764	100.800	100.836	100.872	100.908	100.944	100.979	101.015	101.051
790.0	101.087	101.122	101.158	101.193	101.229	101.264	101.300	101.335	101.370	101.406

表 17　在 101 325 Pa 下一些元素的熔点和沸点

元　素	熔点/℃	沸点/℃	元　素	熔点/℃	沸点/℃
铜	1 084.5	2 580	金	1 064.43	2 710
铁	1 535	2 754	银	961.93	2 184
镍	1 455	2 731	锡	231.97	2 270
铬	1 890	2 212	铅	327.5	1 750
铝	660.4	2 486	汞	−38.86	356.72
锌	419.58	903			

表 18　固体的线胀系数　（在 101 325 Pa 下）

物　质	温度/℃	线胀系数 $/ 10^{6}℃^{-1}$	物　质	温度/℃	线胀系数 $/ 10^{6}℃^{-1}$
金	20	14.2	炭素钢		约 11
银	20	19.0	不锈钢	20～100	16.0
铜	20	16.7	镍铬合金	100	13.0
铁	20	11.8	石英玻璃	20～100	0.4
锡	20	21	玻璃	0～300	8～10
铅	20	28.7	陶瓷		3～6
铝	20	23.0	大理石	25～100	5～16
镍	20	12.8	花岗岩	20	8.3
黄铜	20	18～19	混凝土	−13～21	6.8～12.7
殷钢	−250～100	−1.5～2.0	木材（平行纤维）		3～5
锰铜	20～100	18.1	木材（垂直纤维）		35～60
磷青铜	—	17	电木板		21～33
镍钢(Ni10)	—	13	橡胶	16.7～25.3	77
镍钢(Ni43)	—	7.9	硬橡胶		50～80
石蜡	16～38	130.3	冰	−50	45.6
聚乙烯		180	冰	−100	33.9
冰	0	52.7			

表 19　液体的体胀系数　（在 101 325 Pa 下）

物　质	温度/℃	体胀系数 / 10^3℃$^{-1}$	物　质	温度/℃	体胀系数 / 10^3℃$^{-1}$
丙酮	20	1.43	水	20	0.207
乙醚	20	1.66	水银	20	0.182
甲醇	20	1.19	甘油	20	0.505
乙醇	20	1.08	苯	20	1.23

表 20　物质的比热容

元素	温度/℃	比热容 / 10^2J·kg^{-1}·℃$^{-1}$	物质	温度/℃	比热容 / 10^2J·kg^{-1}·℃$^{-1}$
Al	25	9.04	水	25	41.73
Ag	25	2.37	乙醇	25	24.19
Au	25	1.28	石英玻璃	20～100	7.87
C(石墨)	25	7.07	黄铜	0	3.70
Cu	25	3.850	康铜	18	4.09
Fe	25	4.48	石棉	0～100	7.95
Ni	25	4.39	玻璃	20	5.9～9.2
Pb	25	1.28	云母	20	4.2
Pt	25	1.363	橡胶	15～100	11.3～20
Si	25	7.125	石蜡	0～20	29.1
Sn(白)	25	2.22	木材	20	约 12.5
Zn	25	3.89	陶瓷	20～200	7.1～8.8

表 21　气体导热系数　（在 101 325 Pa 下）

物　质	温度/K	导热系数 / 10^{-2}W·m^{-1}·K^{-1}	物　质	温度/K	导热系数 / 10^{-2}W·m^{-1}·K^{-1}
CH_4	300	3.43	Hg	476	0.77
C_6H_6	300	1.04	N_2	300	2.598
C_2H_5OH	373	2.09	O_2	300	2.674
H_2	300	18.15	空气	300	2.61
H_2O	380	2.45	空气	1 000	6.72

表 22　液体的导热系数

物　　质	温度/K	导热系数 $10^{-1}W \cdot m^{-1} \cdot ℃^{-1}$	物　　质	温度/K	导热系数 $10^{-1}W \cdot m^{-1} \cdot ℃^{-1}$
C_6H_6	300	1.44	甘油	293	2.83
C_2H_5OH	293	1.68	石油	293	1.50
H_2O	273	5.62	硅油		
H_2O	293	5.97	(分子量)162	333	0.993
H_2O	360	6.74	(分子量)1 200	333	1.32
Hg	273	84	(分子量)15 800	333	1.60

表 23　固体的导热系数

物　　质	温度/K	导热系数 $10^{-2}W \cdot m^{-1} \cdot ℃^{-1}$	物　　质	温度/K	导热系数 $10^{-2}W \cdot m^{-1} \cdot ℃^{-1}$
Ag	273	4.28	锰铜	273	0.22
Al	273	2.35	康铜	273	0.22
Au	273	3.18	不锈钢	273	0.14
C(金刚石)	273	6.60	镍铬合金	273	0.11
C(石墨)⊥c	273	2.50	硼硅酸玻璃	300	0.011
Ca	273	0.98	软木	300	0.000 42
Cu	273	4.01	耐火砖	500	0.002 1
Fe	273	0.835	混凝土	273	0.008 4
Ni	273	0.91	玻璃布	300	0.000 34
Pb	273	0.35	云母(黑)	373	0.005 4
Pt	273	0.73	花岗岩	300	0.016
Si	273	1.70	赛璐珞	303	0.000 2
Sn	273	0.67	橡胶(天然)	298	0.001 5
水晶(//c)	273	0.12	杉木	293	0.001 13
水晶(⊥c)	273	0.068	棉布	313	0.000 8
石英玻璃	273	0.014	呢绒	303	0.000 43
黄铜	273	1.20			

[General Information]
□□=□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□
□□=□□□□
□□=272
SS□=10346723
□□□□=1983□04□□1□